ЗАЩИТА ОТ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ



ЗАЩИТА ОТ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Том 1

Н.Г.ГУСЕВ
В.А.КЛИМАНОВ
В.П.МАШКОВИЧ
А.П.СУВОРОВ

Физические основы защиты от излучений

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ Д.И.МЕНДЕЛЕЕВА

Периоды	I а	I б	II а	II б	III а	III б	IV а	IV б	V а	V б	VI а	VI б	VII а	VII б	VIII а	VIII б		
1	H												1 **H** 1,0079 $1s^1$ ВОДОРОД		2 **He** 4,00260 $1s^2$ ГЕЛИЙ		
2	3 **Li** 6,941 $2s^1$ ЛИТИЙ		4 **Be** 9,01218 $2s^2$ БЕРИЛЛИЙ		5 **B** 10,81 $2s^2 2p^1$ БОР		6 **C** 12,011 $2s^2 2p^2$ УГЛЕРОД		7 **N** 14,0067 $2s^2 2p^3$ АЗОТ		8 **O** 15,9994 $2s^2 2p^4$ КИСЛОРОД		9 **F** 18,99840 $2s^2 2p^5$ ФТОР		10 **Ne** 20,179 $2s^2 2p^6$ НЕОН			
3	11 **Na** 22,98977 $3s^1$ НАТРИЙ		12 **Mg** 24,305 $3s^2$ МАГНИЙ		13 **Al** 26,98154 $3s^2 3p^1$ АЛЮМИНИЙ		14 **Si** 28,086 $3s^2 3p^2$ КРЕМНИЙ		15 **P** 30,97376 $3s^2 3p^3$ ФОСФОР		16 **S** 32,06 $3s^2 3p^4$ СЕРА		17 **Cl** 35,453 $3s^2 3p^5$ ХЛОР		18 **Ar** 39,948 $3s^2 3p^6$ АРГОН			
4	19 **K** 39,098 $4s^1$ КАЛИЙ		20 **Ca** 40,08 $4s^2$ КАЛЬЦИЙ		21 **Sc** $3d^1 4s^2$ 44,9559 СКАНДИЙ		22 **Ti** $3d^2 4s^2$ 47,90 ТИТАН		23 **V** $3d^3 4s^2$ 50,9414 ВАНАДИЙ		24 **Cr** $3d^5 4s^1$ 51,996 ХРОМ		25 **Mn** $3d^5 4s^2$ 54,9380 МАРГАНЕЦ		26 **Fe** $3d^6 4s^2$ 55,847 ЖЕЛЕЗО	27 **Co** $3d^7 4s^2$ 58,9332 КОБАЛЬТ	28 **Ni** $3d^8 4s^2$ 58,70 НИКЕЛЬ
	29 **Cu** $3d^{10} 4s^1$ 63,546 МЕДЬ		30 **Zn** $3d^{10} 4s^2$ 65,38 ЦИНК		31 **Ga** 69,72 $4s^2 4p^1$ ГАЛЛИЙ		32 **Ge** 72,59 $4s^2 4p^2$ ГЕРМАНИЙ		33 **As** 74,9216 $4s^2 4p^3$ МЫШЬЯК		34 **Se** 78,96 $4s^2 4p^4$ СЕЛЕН		35 **Br** 79,904 $4s^2 4p^5$ БРОМ		36 **Kr** 83,80 $4s^2 4p^6$ КРИПТОН			
5	37 **Rb** 85,4678 $5s^1$ РУБИДИЙ		38 **Sr** 87,62 $5s^2$ СТРОНЦИЙ		39 **Y** $4d^1 5s^2$ 88,9059 ИТТРИЙ		40 **Zr** $4d^2 5s^2$ 91,22 ЦИРКОНИЙ		41 **Nb** $4d^3 5s^1$ 92,9064 НИОБИЙ		42 **Mo** $4d^5 5s^1$ 95,94 МОЛИБДЕН		43 **Tc** $4d^5 5s^2$ [97] ТЕХНЕЦИЙ		44 **Ru** $4d^7 5s^1$ 101,07 РУТЕНИЙ	45 **Rh** $4d^8 5s^1$ 102,9055 РОДИЙ	46 **Pd** $4d^{10}$ 106,4 ПАЛЛАДИЙ
	47 **Ag** $4d^{10} 5s^1$ 107,868 СЕРЕБРО		48 **Cd** $4d^{10} 5s^2$ 112,40 КАДМИЙ		49 **In** 114,82 $5s^2 5p^1$ ИНДИЙ		50 **Sn** 118,69 $5s^2 5p^2$ ОЛОВО		51 **Sb** 121,75 $5s^2 5p^3$ СУРЬМА		52 **Te** 127,60 $5s^2 5p^4$ ТЕЛЛУР		53 **I** 126,9045 $5s^2 5p^5$ ИОД		54 **Xe** 131,30 $5s^2 5p^6$ КСЕНОН			
6	55 **Cs** 132,9054 $6s^1$ ЦЕЗИЙ		56 **Ba** 137,34 $6s^2$ БАРИЙ		57 **La*** $5d^1 6s^2$ 138,9055 ЛАНТАН		72 **Hf** $5d^2 6s^2$ 178,49 ГАФНИЙ		73 **Ta** $5d^3 6s^2$ 180,947 ТАНТАЛ		74 **W** $5d^4 6s^2$ 183,85 ВОЛЬФРАМ		75 **Re** $5d^5 6s^2$ 186,207 РЕНИЙ		76 **Os** $5d^6 6s^2$ 190,2 ОСМИЙ	77 **Ir** $5d^7 6s^2$ 192,22 ИРИДИЙ	78 **Pt** $5d^9 6s^1$ 195,09 ПЛАТИНА
	79 **Au** $5d^{10} 6s^1$ 196,9655 ЗОЛОТО		80 **Hg** $5d^{10} 6s^2$ 200,59 РТУТЬ		81 **Tl** 204,37 $6s^2 6p^1$ ТАЛЛИЙ		82 **Pb** 207,2 $6s^2 6p^2$ СВИНЕЦ		83 **Bi** 208,9804 $6s^2 6p^3$ ВИСМУТ		84 **Po** [209] $6s^2 6p^4$ ПОЛОНИЙ		85 **At** [210] $6s^2 6p^5$ АСТАТ		86 **Rn** [222] $6s^2 6p^6$ РАДОН			
7	87 **Fr** [223] $7s^1$ ФРАНЦИЙ		88 **Ra** [226] $7s^2$ РАДИЙ		89 **Ac**** $6d^1 7s^2$ [227] АКТИНИЙ		104 **(Ku)** $6d^2 7s^2$ [261] КУРЧАТОВИЙ		105 **(Ns)** [262] (НИЛЬСБОРИЙ)		106 **(E-W)** [263]		107 **(E-Re)** [262]					

Атомный номер → 92 **U** $7s^2$ 238,029 $6d^1$ $5f^3$ ← Распределение электронов по заполняющимся внешним подоболочкам

Атомная масса → УРАН

*ЛАНТАНОИДЫ

58 **Ce** $6s^2$ 140,12 $5d^1$ ЦЕРИЙ $4f^1$	59 **Pr** 140,9077 $4f^3 6s^2$ ПРАЗЕОДИМ	60 **Nd** 144,24 $4f^4 6s^2$ НЕОДИМ	61 **Pm** [145] $4f^5 6s^2$ ПРОМЕТИЙ	62 **Sm** 150,4 $4f^6 6s^2$ САМАРИЙ	63 **Eu** 151,96 $4f^7 6s^2$ ЕВРОПИЙ	64 **Gd** $6s^2$ $5d^1$ 157,25 $4f^7$ ГАДОЛИНИЙ	65 **Tb** 158,9254 $4f^9 6s^2$ ТЕРБИЙ	66 **Dy** $4f^{10} 6s^2$ 162,50 ДИСПРОЗИЙ	67 **Ho** $4f^{11}$ 164,9304 $6s^2$ ГОЛЬМИЙ	68 **Er** 167,26 $4f^{12} 6s^2$ ЭРБИЙ	69 **Tm** 168,9342 $4f^{13}$ $6s^2$ ТУЛИЙ	70 **Yb** 173,04 $4f^{14}$ ИТТЕРБИЙ	71 **Lu** $6s^2$ $5d^1$ 174,97 $4f^{14}$ ЛЮТЕЦИЙ

**АКТИНОИДЫ

90 **Th** 232,0381 $6d^2 7s^2$ ТОРИЙ	91 **Pa** $7s^2$ $6d^1$ [231] $5f^2$ ПРОТАКТИНИЙ	92 **U** $7s^2$ $6d^1$ 238,029 $5f^3$ УРАН	93 **Np** $7s^2$ $6d^1$ [237] $5f^4$ НЕПТУНИЙ	94 **Pu** [244] $5f^6 7s^2$ ПЛУТОНИЙ	95 **Am** [242] $5f^7 7s^2$ АМЕРИЦИЙ	96 **Cm** $7s^2$ [247] $6d^1$ $5f^7$ КЮРИЙ	97 **Bk** $7s^2$ [247] $6d^1$ $5f^9$ БЕРКЛИЙ	98 **Cf** $7s^2$ [251] $5f^{11} 7s^2$ КАЛИФОРНИЙ	99 **Es** [252] $5f^{12} 7s^2$ ЭЙНШТЕЙНИЙ	100 **Fm** [257] $5f^{13} 7s^2$ ФЕРМИЙ	101 **Md** [258] $5f^{14} 7s^2$ МЕНДЕЛЕВИЙ	102 **(No)** [259] $5f^{14} 7s^2$ (НОБЕЛИЙ)	103 **Lr** $5f^{14}$ $6d^1$ [260] $7s^2$ (ЛОУРЕНСИЙ)

ЗАЩИТА ОТ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

В ДВУХ ТОМАХ

Под редакцией профессора Н. Г. Гусева

3-е издание, переработанное и дополненное

Том 1

Н.Г.ГУСЕВ В.А.КЛИМАНОВ
В.П.МАШКОВИЧ А.П.СУВОРОВ

Физические основы защиты от излучений

Допущено Государственным комитетом СССР
по народному образованию в качестве учебника
для студентов физических и инженерно-физических
специальностей вузов

МОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ 1989

ББК 51.26
З-40
УДК 621.039.58(075.8)

Рецензент доктор технических наук Ю. А. Егоров

З $\frac{4104050000\text{-}315}{051(01)\text{-}89}$ 274-88

ISBN 5-283-02971-9 (т. 1)
ISBN 5-283-03054-7

© Атомиздат, 1980
© Энергоатомиздат, 1989

ПРЕДИСЛОВИЕ

Человек и все живые организмы на Земле подвергаются постоянному воздействию ионизирующего излучения естественного фона. Но дозы от этих источников небольшие, и защита от них не требуется. Появление в последние десятилетия мощных источников ионизирующего излучения и внедрение их практически во все сферы человеческой деятельности, в особенности в энергетику, создали потенциальную угрозу здоровью человека и предпосылки для загрязнения биосферы радиоактивными веществами. Поэтому возникла необходимость защиты от ионизирующих излучений и в более общем плане — проблема радиационной безопасности, которая превратилась в одну из ведущих социальных проблем современности. При этом наука о защите от ионизирующих излучений стала самостоятельной областью прикладной ядерной физики.

Настоящая книга «Физические основы защиты от излучений» является первым томом двухтомного учебника «Защита от ионизирующих излучений». Во втором томе рассматриваются вопросы защиты от излучений ядерно-технических установок и в ядерном топливном цикле.

Данное, третье издание во многом отличается от предыдущих. Учтен современный уровень научных исследований по физике защиты, результаты последних исследований авторов учебника.

С 1980 г. в нашей стране стандартом СТ СЭВ 1052—78 «Метрология. Единицы физических величин» введена Международная система единиц (СИ) физических величин как обязательная. Поэтому в отличие от предыдущих изданий третье издание учебника написано с использованием единиц СИ.

Данный двухтомник является во многом оригинальным и первым как в отечественной, так и в мировой литературе учебником, предназначенным для студентов, аспирантов и преподавателей инженерно-физических и физико-технических высших учебных заведений. Он может быть полезен также научным и практическим работникам, проектировщикам и другим лицам, в той или иной степени связанным с использованием источников ионизирующих излучений.

Учебник подготовили: Н. Г. Гусев — предисловие, гл. 4, 9, § 10.6, 10.7, гл. 12 (§ 12.2 написан совместно с В. В. Смирновым); В. А. Климанов — гл. 7, § 2.1 (написан совместно с А. П. Суворовым); В. П. Машкович — введение, гл. 1, 3, § 8.4, гл. 10 (кроме § 10.6, 10.7), гл. 11 и 13; А. П. Суворов — гл. 2

(кроме § 2.1, написанного совместно с В. А. Климановым, и § 2.4, написанного В. В. Смирновым), гл. 5, 6 и 8 (кроме § 8.4).

Авторы отмечают большую роль Л. Р. Кимеля в становлении курса радиационной защиты, который принимал активное участие в подготовке первого издания книги. К большому сожалению авторов, преждевременный уход из жизни нашего коллеги и друга Л. Р. Кимеля не позволил ему принять участие в подготовке последующих изданий учебника.

Авторы сердечно благодарят преподавателей и сотрудников Московского ордена Трудового Красного Знамени инженерно-физического института, и особенно доцентов А. М. Панченко и В. К. Сахарова, принимавших участие в становлении курса, старших научных сотрудников М. П. Панина и В. В. Смирнова, прочитавших отдельные разделы учебника и сделавших по ним ценные замечания, рецензента книги доктора технических наук, профессора Ю. А. Егорова за ценные советы и замечания, доцента В. К. Сахарова — за редактирование книги.

Особую благодарность авторы выражают студентам, которые учились по нашей книге. Постоянные контакты с ними были очень важны при подготовке новых изданий учебника.

Авторы будут признательны всем читателям, которые пришлют свои замечания и советы по данной работе.

ВВЕДЕНИЕ

В 1901 г. В. К. Рентгену первому среди физиков за открытие излучения, названного в дальнейшем его именем, была присуждена Нобелевская премия. Вскоре после открытия было обнаружено вредное действие ионизирующих излучений на организм человека. С этого времени и появился интерес специалистов к изучению вопросов защиты от излучений.

Сегодня источники ионизирующих излучений широко используются в различных областях народного хозяйства, науки, техники, медицины.

Характерным для настоящего времени является утверждение ядерной энергетики как нового перспективного источника энергии, выделение ядерной энергетики в крупную область энергетического производства, все возрастающее использование в народном хозяйстве разных источников ионизирующих излучений.

Масштаб быстрого развития ядерной энергетики и работ по использованию источников ионизирующих излучений в промышленности и науке можно охарактеризовать следующими примерами. В 1986 г. на всех АЭС мира выработано более 1500 млрд. кВт·ч электроэнергии. АЭС позволили сэкономить сотни миллионов тонн угля и нефти. В ряде стран, особенно западноевропейских, вклад ядерной энергетики в энергетическое производство велик. Например, во Франции ядерная энергетика дает 70% по отношению ко всем другим источникам энергии. Эти данные свидетельствуют о превращении ядерной энергетики в крупную область мирового энергетического производства.

В СССР вклад ядерной энергетики в общий топливно-энергетический баланс составляет 12%.

Авария на Чернобыльской АЭС в какой-то мере подорвала доверие к ядерной энергетике и временно снизила темпы ввода в строй новых мощностей АЭС. Возникла необходимость в принятии дополнительных мер по повышению безопасности АЭС. Особо актуальной стала задача создания АЭС с «внутренней безопасностью». Вместе с тем ядерная энергетика остается важным источником получения энергии. Другой равноценной альтернативы ядерной энергетике в области энергоресурсов сегодня нет. При нормальной эксплуатации ядерная энергетика с точки зрения окружающей среды наиболее безопасна. Поэтому нет сомнения в том, что и дальше ядерная энергетика будет развиваться быстрыми темпами как в нашей стране, так и в других странах мира. Авария на ЧАЭС еще раз

особенно ярко высветила значимость проблем радиационной безопасности в развитии ядерной энергетики.

Искусственные радионуклиды в нашей стране сегодня применяют более чем в 15 тысячах научных и промышленных организаций для радиационных технологий, радионуклидной энергетики, радиационной дефектоскопии, ядерно-физических методов контроля технологических процессов и анализа состава веществ, радиационной терапии и диагностики в медицине, радиационной генетики и селекции сельскохозяйственных культур и т. п.

Мощные потоки излучений разного вида генерируются на действующих ускорителях заряженных частиц.

Необычно быстрые темпы развития ядерной энергетики, применение и использование других источников неразрывно связаны с проблемой дальнейшего совершенствования радиационной безопасности, проектирования и создания оптимальных защит от излучений и обусловливают постановку вопроса о резком повышении эффективности и качества комплексного решения проблем радиационной защиты. Теперь мы не можем быть удовлетворены просто получением результата. Мы должны давать оптимальное физико-техническое и экономическое решение практических задач, включая выбор оптимального метода расчета и системы ядерных констант, указание погрешностей результатов и возможных пределов изменения проектных данных. Важность такого подхода обусловливается, в частности, и достаточно жесткими требованиями к погрешностям расчетов. Во многих случаях мы должны определять характеристики полей излучений, особенно вблизи активной зоны реактора, с погрешностью до 5—15%. Если принять срок службы реактора ВВЭР АЭС равным 40 годам и считать, что он определяется ресурсами корпуса, то погрешность значения флюенса быстрых нейтронов в 5% эквивалентна неопределенности срока работы реактора в 2 года, что в свою очередь эквивалентно возможной недовыработке электроэнергии на десятки миллионов рублей. Этот пример наглядно объясняет обоснованность выбранной высокой точности знания флюенса быстрых нейтронов на корпус реактора.

Практическая значимость повышения качества проектирования и создания защит от ионизирующих излучений обусловлена также и ее высокой стоимостью. Например, доля затрат на обеспечение безопасности строящихся сегодня АЭС составляет почти 50% общих капитальных вложений в АЭС, а стоимость защит современных ядерно-технических установок может достигать 20—30% стоимости всего сооружения.

Развитию исследований по проблемам защиты, быстрому развитию радиационной защиты как научной дисциплины способствуют международные конференции по защите от

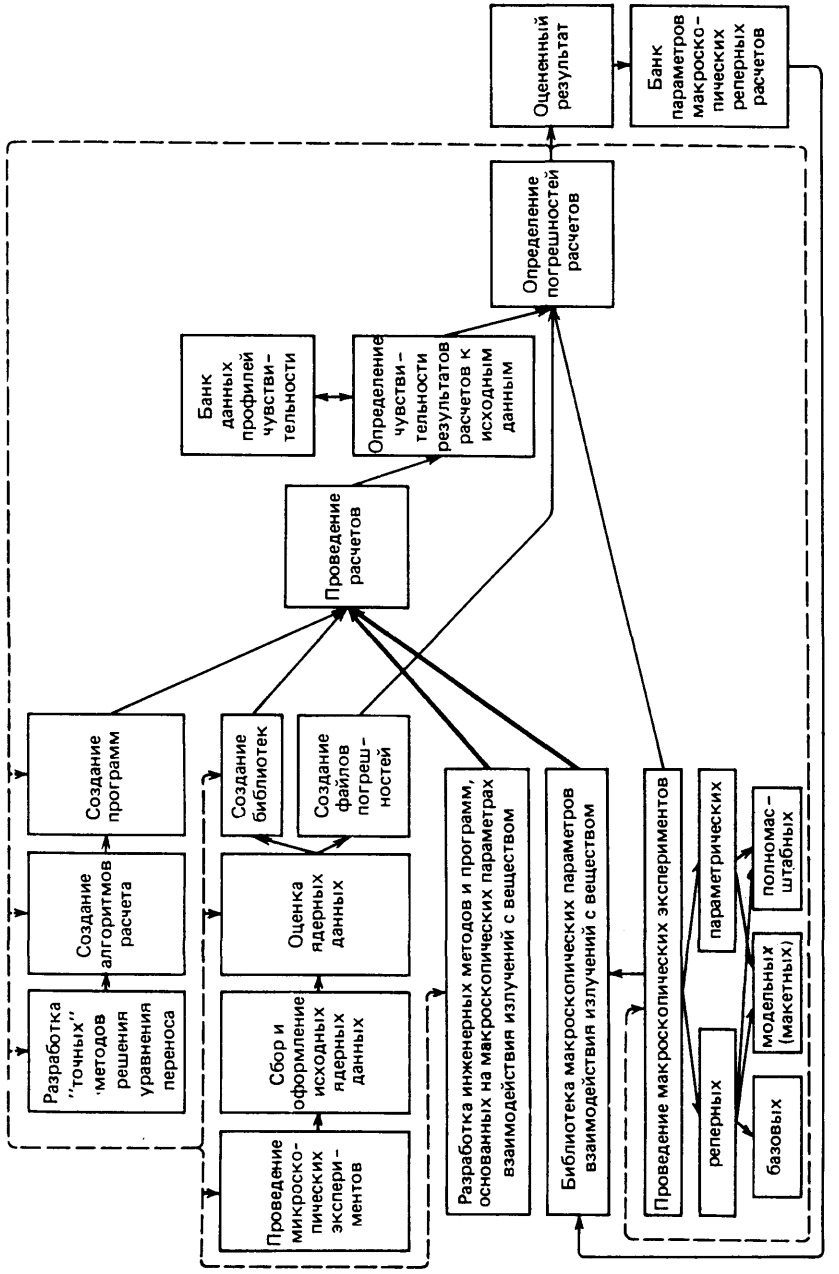


Рис. В.1. Схема общей методологии решения задач расчета радиационной защиты

излучений, проводимые с 1958 г. 1 раз в 5 лет, и всесоюзные конференции по защите от ионизирующих излучений ядерно-технических установок, проводящиеся с 1974 г. 1 раз в 3—4 года.

Один из центральных и сложных вопросов создания радиационной защиты — ее расчет. В настоящее время принята более или менее общепринятая методология расчета радиационных защит для любых ядерно-технических установок, цель которой — получение оцененного результата расчета. В общем виде методология решения таких задач проиллюстрирована схемой рис. В.1. Можно выделить четыре основных направления:

1. Разработка методов, создание алгоритмов и программ расчетов. Среди расчетных методов следует указать две большие группы. К первой относятся «точные» методы решения уравнения переноса излучений. Среди них наибольшее распространение и признание получили метод дискретных ординат и метод Монте-Карло с его многочисленными модификациями. Вторая группа — инженерные методы, основанные на макроскопических параметрах взаимодействия излучений с веществом, таких, как факторы накопления, сечения выведения, длины релаксации, характеристики альбедо и т. д.

2. Создание константного обеспечения расчетов. Сюда относятся сбор, оформление и оценка ядерных данных экспериментов по измерению сечений взаимодействия излучений с веществом, создание библиотек ядерных данных, в том числе групповых констант, и файлов погрешностей ядерных данных для использования их при решении задач «точными» методами.

Для использования в инженерных методах должны создаваться библиотеки макроскопических параметров взаимодействия излучений с веществом. Базой для создания таких библиотек могут быть банки параметров макроскопических реперных расчетов задач распространения излучений в средах и реперные эксперименты.

3. Проведение макроскопических реперных и параметрических экспериментов. Все экспериментальные исследования подразделяют на две группы. Цель микроскопических экспериментов — получение констант, характеризующих свойства атомных ядер. В этих экспериментах не учитываются многократные взаимодействия, такие измерения являются предметом исследования специалистов по ядерной физике. Специалистов по радиационной защите интересуют макроскопические эксперименты, в которых рассматривается взаимодействие с макрообъектами, когда вместе с нерассеянным излучением регистрируется однократно и многократно рассеянное в среде излучение. Эти эксперименты разделяют на два класса: реперные и параметрические. Реперные (опорные) эксперименты предназначены для проверки и корректировки методов расчетов и

используемых констант взаимодействия излучений с веществом. Реперные эксперименты могут быть базовыми (эксперименты в простейших геометриях), модельными (для моделей ядерно-технических установок или их узлов) и полномасштабными (на реальных ядерно-технических установках).

Параметрические эксперименты, которые могут быть модельными или полномасштабными, направлены на получение конкретных параметров защиты, которые в настоящее время нельзя получить с удовлетворяющей точностью расчетным путем.

Если на первых этапах развития радиационной защиты основными были параметрические эксперименты, то в последующем в связи с развитием вычислительной техники, методов и константного обеспечения расчетов все больший вес приобретали реперные эксперименты. В настоящее время в связи с тем, что получение одинаковой информации экспериментальными методами в десятки раз дороже, чем расчетными, а расчетные методы достаточно хорошо развиты и обеспечены константами, основные экспериментальные исследования направлены на получение реперных результатов.

4. Определение чувствительности результатов расчетов к исходным данным и погрешностей получаемых результатов. Эти расчеты позволяют включать в схему рис. В.1 обратные связи, показанные штриховыми линиями. Знание чувствительности результатов расчета к исходным данным позволяет решать следующие задачи: оценка погрешностей расчетов, обусловленных неопределенностями входных параметров (сечений взаимодействия, функций отклика детекторов, характеристик источника и т. д.); выработка рекомендаций о допустимых изменениях в проектах; корректировка сечений взаимодействия излучений с веществом; определение требуемой точности измерения исходных данных о сечениях взаимодействия излучений; определение доминирующих процессов при переносе излучения в среде; определение основных энергетических и пространственных каналов распространения излучения и т. д.

Можно констатировать, что аппарат исследования чувствительности дал в руки специалистов мощный инструмент повышения качества выполняемых расчетов радиационной защиты.

Следует отметить, что само обращение специалистов к определению погрешностей расчетов свидетельствует о достаточно хорошем развитии расчетного аппарата решения задач распространения излучений в средах. Только на этой базе можно было обращаться к задачам определения погрешностей расчетов.

Строгим методам решения уравнения переноса излучения в основном посвящена вторая часть настоящего учебника. Третья часть рассматривает физические закономерности формирования поля излучения в средах и основанные на них инженерные методы.

Приводимые в настоящей книге материалы достаточны для решения большинства задач защиты от излучений и позволяют выполнить все этапы расчета защиты: определить характеристики источников (гл. 3), выбрать предельно допустимые уровни облучения (гл. 4), рассчитать при необходимости поля излучений источников без защиты (гл. 9), выбрать точный (гл. 5—8) или инженерный (гл. 10, 11) методы решения уравнения переноса излучений, оценить вклад в поле отраженного излучения (гл. 13), рассчитать защиту от α- и β-частиц (гл. 12). Первые две главы — вводные. В них рассмотрены основные физические величины и их единицы в области ионизирующих излучений (гл. 1) и процессы взаимодействия излучений с веществом (гл. 2). Если читатель знаком с этим материалом по другим курсам, эти главы могут не изучаться.

Применению материалов первого тома к решению задач защиты ядерно-технических установок и в ядерном топливном цикле посвящен второй том учебника. Вопросы радиационной безопасности и защиты отдельных ядерно-технических установок или избранные разделы этой проблемы рассмотрены также в специализированных учебных пособиях, монографиях и справочниках. При необходимости читатель может использовать, например, следующие изданные Энергоатомиздатом книги: учебное пособие «Основы радиационной безопасности атомных электростанций» Ю. А. Егорова (1982 г.), книги «Радиационная безопасность АЭС с быстрым реактором и натриевым теплоносителем» Ю. В. Чечеткина, В. Д. Кизина, В. И. Полякова (1983 г.), «Практическое руководство по радиационной безопасности на ускорителях заряженных частиц» М. М. Комочкова, В. Н. Лебедева (1986 г.), «Безопасность в радиационной технологии» А. В. Ларичева, Е. Д. Чистова (1981 г.), «Безопасность труда в радиационной дефектоскопии» О. Ф. Партолина, Е. Д. Чистова, У. Я. Маргулиса и др. (1986 г.) и т. д.

Настоящий двухтомный учебник вместе с изданными Энергоатомиздатом «Сборником задач по дозиметрии и защите от ионизирующих излучений» В. И. Иванова и В. П. Машковича (3-е изд., 1980 г.) и справочником «Защита от ионизирующих излучений» В. П. Машковича (3-е изд., 1982 г.) полностью укомплектовывают учебной литературой курс по защите от ионизирующих излучений.

Часть I
ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ЗАЩИТЫ

Глава 1
ОСНОВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЕДИНИЦЫ В ОБЛАСТИ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 1.1. Основные понятия

Ионизирующее излучение — излучение, взаимодействие которого со средой приводит к образованию ионов разных знаков. Заметим, что общепринято видимый свет и ультрафиолетовое излучение не включать в понятие «ионизирующее излучение».

Частицы корпускулярного ионизирующего излучения или фотоны принято называть *ионизирующими частицами*.

Ионизирующее излучение, состоящее из заряженных частиц, например электронов, протонов, α-частиц, имеющих кинетическую энергию, достаточную для ионизации при столкновении, называется *непосредственно ионизирующим излучением*. Ионизирующее излучение, состоящее из незаряженных частиц, например нейтронов или фотонов, которые могут создавать непосредственно ионизирующее излучение и (или) вызывать ядерные превращения, называется *косвенно ионизирующим излучением*.

К *фотонному ионизирующему излучению* относится *гамма-излучение*, возникающее при изменении энергетического состояния атомных ядер или при аннигиляции частиц, *тормозное излучение*, возникающее при уменьшении кинетической энергии заряженных частиц, *характеристическое излучение*, возникающее при изменении энергетического состояния электронов атома. На практике часто используется *рентгеновское излучение*, состоящее из тормозного и (или) характеристического излучений.

К *корпускулярному излучению*, состоящему из частиц с массой, отличной от нуля, относятся, например, *альфа-излучение, электронное, протонное, нейтронное*.

Ионизирующее излучение, состоящее из частиц различного вида или из частиц и фотонов, называется *смешанным ионизирующим излучением*.

Принято различать *первичное* и *вторичное ионизирующее излучение*. Под первичным понимается ионизирующее излучение, которое в рассматриваемом процессе взаимодействия со

средой является или принимается за исходное. Вторичное ионизирующее излучение возникает в результате взаимодействия первичного ионизирующего излучения с данной средой. Вторичное излучение также может инициировать вторичное по отношению к нему излучение или третичное по отношению к первичному. Подобным образом можно рассматривать излучение четвертого и т. д. поколений по отношению к первичному.

Распределение ионизирующего излучения в рассматриваемой среде называется *полем ионизирующего излучения*. В зависимости от величины, характеризующей ионизирующее излучение, различают характеристики поля по плотности потока ионизирующих частиц, мощности поглощенной дозы, мощности кермы и т. д.

В заключение параграфа приведем определения ряда основных понятий.

Нуклид — вид атомов с данными числами протонов и нейтронов в ядре.

Радиоактивность — самопроизвольное превращение неустойчивого нуклида в другой нуклид, сопровождающееся испусканием ионизирующего излучения.

Радионуклид — нуклид, обладающий радиоактивностью.

Изотоп — нуклид с числом протонов в ядре, свойственным данному элементу.

Радиоизотоп — изотоп, обладающий радиоактивностью.

§ 1.2. Международная система единиц

В 1960 г. XI Генеральная конференция по мерам и весам в целях международной унификации единиц физических величин приняла единую *Международную систему единиц (СИ)*.

В нашей стране ГОСТ 9867—61 «Международная система единиц» с 1963 г. установил применение единиц СИ как предпочтительных.

В 1981 г. на основе стандарта СТ СЭВ 1052—78 «Метрология. Единицы физических величин» утвержден ГОСТ 8.417—81 «Единицы физических величин» со сроком введения с 1 января 1982 г., который подтверждает введение Международной системы единиц физических величин в действие как обязательной.

Введением этого ГОСТ изымаются из обращения все основные широко использовавшиеся ранее внесистемные единицы активности и дозовых характеристик поля излучения. Среди них рассмотренные ниже единицы *кюри* для активности радионуклида в источнике, *рад* для поглощенной дозы и кермы, *бэр* для эквивалентной дозы, *рентген* для экспозиционной дозы фотонного излучения, *миллиграмм-эквивалент радия* для нестандартной величины гамма-эквивалента и производные от них единицы.

В соответствии с Методическими указаниями РД 50—454—84 по внедрению и применению ГОСТ 8.417—81 изъятие этих единиц должно быть осуществлено в переходный период до 1 января 1990 г. Однако учитывая, что специалисты в опубликованных ранее монографиях, статьях, отчетах будут еще многие годы встречаться с названными выше внесистемными единицами, последние рассмотрены в этой главе вместе с единицами СИ.

В тексте учебника при использовании новых, ранее не применявшихся единиц СИ и производных от них единиц для удобства в квадратных скобках часто рядом с единицами СИ приводятся также значения величин в изымаемых из обращения единицах или их сочетаниях с другими единицами. Отмеченное правило не распространяется на единицу экспозиционной дозы и производных от нее единиц, так как в переходный период экспозиционная доза подлежит изъятию из употребления.

Имея в виду постепенный отказ от практического использования экспозиционной дозы, ее единицы рентген и производных от нее единиц, в том числе гамма-постоянной Г, $Р \cdot см^2/(ч \cdot мКи)$, во время переходного периода их значения указывают только во внесистемных единицах.

Значения физических величин, сформированных в период перехода к Международной системе единиц, таких, как керма-эквивалент (§ 3.4) или керма-постоянная (§ 3.3), приводятся, естественно, только в единицах СИ.

Существует ограниченная группа единиц, которые не во всех случаях можно заменить единицами СИ. Поэтому наравне с единицами СИ допущен к применению без ограничения срока ряд внесистемных единиц, например *тонна, атомная единица массы, минута, час, сутки* и некоторые другие получившие широкое распространение единицы. Для атомной науки и техники особо положительную роль играет разрешение применять без ограничений срока внесистемную единицу энергии *электрон-вольт* (эВ) и ее десятичные кратные единицы. Эти единицы рекомендуется применять для *энергии отдельных ионизирующих частиц E*. Для *энергии ионизирующего излучения W* — суммарной энергии ионизирующих частиц (без учета энергии покоя), испущенной, переданной или поглощенной, рекомендуется единица СИ джоуль и ее десятичные кратные и дольные единицы.

Выбор десятичной кратной или дольной единицы (табл. 1.1) диктуется прежде всего удобством ее применения. Из многообразия кратных и дольных единиц, которые могут быть образованы при помощи приставок, выбирают единицу, приводящую к числовым значениям величины, приемлемым на

Таблица 1.1. **Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования**

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	Множитель	Приставка	Обозначение приставки
10^{18}	экса	Э	10^{-1}	деци	д
10^{15}	пета	П	10^{-2}	санти	с
10^{12}	тера	Т	10^{-3}	милли	м
10^{9}	гига	Г	10^{-6}	микро	мк
10^{6}	мега	М	10^{-9}	нано	н
10^{3}	кило	к	10^{-12}	пико	п
10^{2}	гекто	г	10^{-15}	фемто	ф
10^{1}	дека	да	10^{-18}	атто	а

практике. В принципе кратные и дольные единицы обычно выбирают таким образом, чтобы числовые значения величины находились в диапазоне от 0,1 до 1000. Более подробные рекомендации по этому вопросу изложены в нормативных документах.

Таблица 1.6 позволит читателю при необходимости легко осуществлять переход от изымаемых из обращения внесистемных единиц к единицам СИ.

§ 1.3. Активность радионуклида

Активность радионуклида в источнике (образце) — отношение числа dN спонтанных ядерных переходов из определенного ядерно-энергетического состояния радионуклида, происходящих в источнике (образце) за интервал времени dt, к этому интервалу:

$$\mathcal{A} = dN/dt. \qquad (1.1)$$

Заметим, что под «определенным ядерно-энергетическим состоянием» радионуклида подразумевается его основное состояние, если не указано какое-либо другое состояние.

Самопроизвольное ядерное превращение называют радиоактивным распадом.

Единица активности радионуклида — *беккерель* (Бк)*. Беккерель равен активности нуклида в радиоактивном источнике, в котором за время 1 с происходит один спонтанный переход из определенного ядерно-энергетического состояния этого радионуклида.

* Антуан Анри Беккерель (1852—1908 гг.) французский физик, лауреат Нобелевской премии, открыл радиоактивность солей урана, один из основоположников учения о радиоактивности.

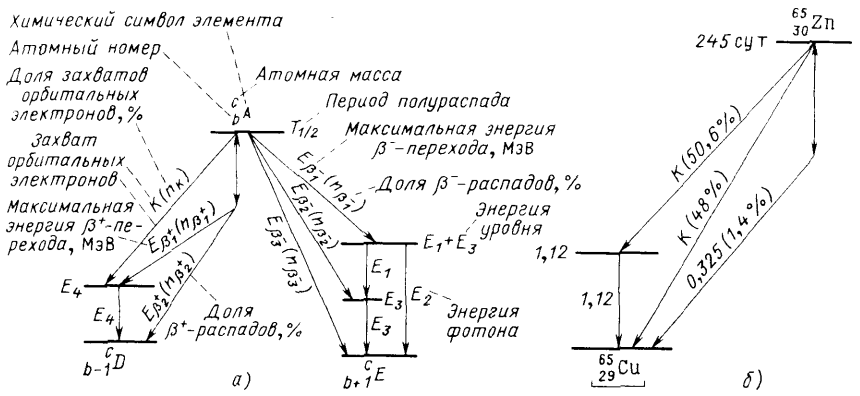


Рис. 1.1. Принятые обозначения схемы распада (*а*) и схема распада радионуклида $^{65}_{30}Zn$ (*б*)

Внесистемная изымаемая из обращения единица активности — *кюри* (Ки)*. Кюри равна активности нуклида в радиоактивном источнике, в котором за время 1 с происходит $3{,}700 \cdot 10^{10}$ спонтанных переходов из определенного ядерно-энергетического состояния этого радионуклида.

Таким образом, 1 Ки $= 3{,}700 \cdot 10^{10}$ Бк (точно).

Отношение активности радионуклида в источнике (образце) к массе, объему, количеству вещества, площади поверхности (для поверхностных источников) или к длине (для линейных источников) источника (образца) называется *удельной* $\mathcal{A}_m$, *объемной* $\mathcal{A}_V$, *молярной* $\mathcal{A}_{mol}$, *поверхностной* $\mathcal{A}_S$ или *линейной* $\mathcal{A}_L$ *активностью источника (образца)* соответственно.

Выбор единиц этих величин определяется конкретной задачей. Например, допустимую концентрацию радионуклида (объемную активность) в воде удобнее выражать в Бк/л, а в воздухе — в Бк/м^3, так как суточное потребление человеком воды и воздуха определяется обычно в литрах и кубических метрах соответственно.

Распад ядер сопровождается испусканием корпускулярных частиц и (или) фотонов. При этом число ядерных превращений далеко не всегда совпадает с числом испускаемых корпускулярных частиц и еще реже — с числом испускаемых фотонов. Активность характеризует лишь число ядерных переходов. Поэтому такие термины, как «α-, или β-, или γ-активность», недопустимы. Связать активность радионуклида с числом

* Названа в честь французских ученых, лауреатов Нобелевской премии супругов Пьера Кюри (1859—1906 гг.) и Марии Склодовской-Кюри (1867—1934 гг.), открывших новые радиоактивные элементы — полоний и радий, основоположников учения о радиоактивности.

испускаемых корпускулярных частиц или фотонов можно, зная схему распада нуклида. Принятые обозначения схем распада показаны на рис. 1.1, *а*.

У нуклида $^{65}_{30}Zn$ (рис. 1.1, *б*), например, β^+-частицы испускаются лишь в 1,4% случаев распада, а фотоны — в 50,6% случаев распада. Следовательно, этот радионуклид активностью, например, 1 ГБк испускает $1{,}4 \cdot 10^7$ β^+-частиц и $5{,}06 \cdot 10^8$ фотонов в 1 с.

Активность радионуклида $\mathscr{A}$ уменьшается во времени по *закону радиоактивного распада*

$$\mathscr{A}(t) = \mathscr{A}_0 \exp(-\lambda t) = \mathscr{A}_0 \exp\left(-0{,}693 \frac{t}{T_{1/2}}\right) = \mathscr{A}_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (1.2)$$

где $\mathscr{A}_0$ — активность радионуклида в источнике в начальный момент времени t; λ — *постоянная радиоактивного распада* — отношение доли ядер dN/N радионуклида, распадающихся за интервал времени dt, к этому интервалу времени, $\lambda = (1/N)(dN/dt)$; $T_{1/2}$ — *период полураспада радионуклида* — время, в течение которого число ядер радионуклида в результате радиоактивного распада уменьшается в 2 раза; τ — *средняя продолжительность жизни радионуклида* — время, в течение которого число ядер радионуклида в результате радиоактивного распада уменьшается в e раз (e — основание натурального логарифма), $\tau = 1/\lambda$; $0{,}693 = \ln 2$.

Из приведенных определений следует, что активность радионуклида $\mathscr{A}$ связана с числом радиоактивных атомов в источнике в данный момент времени соотношением

$$\mathscr{A} = \lambda N = 0{,}693\, N/T_{1/2} = N/\tau. \quad (1.3)$$

Найдем связь между массой m в граммах радионуклида (без учета массы неактивного носителя) и его активностью $\mathscr{A}$ в беккерелях. Число радиоактивных атомов N, соответствующих активности $\mathscr{A}$, определяется из формулы (1.3), где $T_{1/2}$ выражен в секундах; масса одного атома в граммах $m_a = A/N_A$, где A — атомная масса; N_A — число Авогадро; $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Следовательно,

$$m = N m_a = \frac{\mathscr{A} T_{1/2}}{0.693} \frac{A}{N_A} = 2{,}40 \cdot 10^{-24} A T_{1/2} \mathscr{A}. \quad (1.4)$$

Из формулы (1.4) можно также выразить активность в беккерелях радионуклида массой m в граммах (без учета неактивного носителя)

$$\mathscr{A} = 4{,}17 \cdot 10^{23} m/(A T_{1/2}). \quad (1.5)$$

Выбор других единиц для $T_{1/2}$ и $\mathscr{A}$ приводит к изменению констант в формулах (1.4) и (1.5).

Пример. Определим активность 1 мг ^{226}Ra ($T_{1/2} = 1600$ лет). Для этого воспользуемся формулой (1.5). Тогда

$$\mathscr{A} = \frac{4{,}17 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-3}}{226 \cdot 1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 3{,}66 \cdot 10^7 \text{ Бк} \approx 3{,}7 \cdot 10^7 \text{ Бк}.$$

Следовательно, 1 мг ^{226}Ra соответствует примерно активности $3{,}7 \cdot 10^7$ Бк или 1 мКи.

§ 1.4. Дифференциальные и интегральные характеристики поля излучения

Характеристики поля ионизирующего излучения могут задаваться в виде дифференциальных характеристик, аргументами которых являются энергия E и (или) направление движения частиц $\boldsymbol{\Omega}$, и интегральных, не зависящих от E и $\boldsymbol{\Omega}$.

Поле излучения задается в потоковых или токовых характеристиках.

Потоковые характеристики поля излучения. Наиболее полная информация о поле излучения задается *пространственно-временно́й энергетическо-угловой плотностью потока частиц* $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \boldsymbol{\Omega})$.

Пространственно-временна́я энергетическо-угловая плотность потока частиц $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \boldsymbol{\Omega})$ представляет собой отношение числа частиц dN с энергией от E до $E + dE$, распространяющихся в направлении $\boldsymbol{\Omega}$ в пределах элементарного телесного угла $d\boldsymbol{\Omega}$ (рис. 1.2) и пересекающих в момент времени t за интервал времени dt элементарную площадку dS в точке $\mathbf{r}$, нормаль к которой совпадает с выбранным направлением распространения частиц $\boldsymbol{\Omega}$, к площади элементарной площадки dS, к интервалу времени dt, к энергетическому интервалу dE и к элементарному телесному углу $d\boldsymbol{\Omega}$ и может быть записана в виде производной по области n-мерного пространства:

$$\varphi(\mathbf{r}, t, E, \boldsymbol{\Omega}) = dN/(dS dt dE d\boldsymbol{\Omega}).$$

Заметим, что здесь и ниже в подобных определениях величин, как общепринято в физике, dN понимают как дифференциал ожидаемого значения числа частиц N. При этом дифференциалы в знаменателе, с одной стороны, малы по сравнению с изменением (градиентом) поля излучения, с другой стороны, достаточно велики, чтобы можно было зарегистрировать достаточно много частиц.

Физический смысл $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \boldsymbol{\Omega})$ — это отнесенное к единичному энергетическому интервалу число частиц с энергией E, движущихся в направлении единичного вектора $\boldsymbol{\Omega}$ в единичный телесный угол и пересекающих в момент времени t за единицу времени помещенную в точке пространства $\mathbf{r}$ единичную площадку, нормаль к которой по направлению совпадает с $\boldsymbol{\Omega}$.

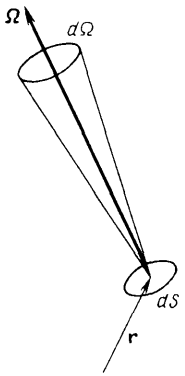


Рис. 1.2. К определению пространственно-временной энергетическо-угловой плотности потока частиц

Единица $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$ в СИ $1/(м^2 \cdot с \cdot Дж \cdot ср) = м^{-2} \cdot с^{-1} \cdot Дж^{-1} \cdot ср^{-1}$*. Предпочтительные удобные на практике единицы этой величины: $см^{-2} \cdot с^{-1} \cdot эВ^{-1} \cdot ср^{-1}$; $см^{-2} \cdot с^{-1} \cdot кэВ^{-1} \cdot ср^{-1}$, $см^{-2} \cdot с^{-1} \cdot МэВ^{-1} \cdot ср^{-1}$.

Во многих прикладных задачах надо знать не поток частиц, а поток энергии этих частиц. В таких случаях наиболее полная информация о поле задается *пространственно-временной энергетическо-угловой плотностью потока энергии частиц* $I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}) = E\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$. Эта величина определяется так же, как $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$, с той лишь разницей, что она характеризует не число частиц, пересекающих площадку, а энергию, переносимую частицами через эту площадку. Единица $I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$ в СИ — $Вт/(м^2 \cdot Дж \cdot ср)$. Единицы этой величины часто выражаются также с использованием внесистемной единицы электрон-вольт.

В общем виде $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$ и $I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$ зависят от семи переменных (трех пространственных координат, определяющих положение радиуса-вектора $\mathbf{r}$; двух углов, характеризующих направление единичного вектора $\mathbf{\Omega}$; энергии и времени). В практических задачах число переменных, определяющих поле, обычно бывает меньше. Например, для точечного изотропного или бесконечного плоского источника с угловым распределением излучения, симметричным относительно нормали к плоскости источника, характеристики поля излучения в бесконечной среде зависят только от одной пространственной координаты (расстояния точечный источник-детектор или расстояния до детектора по нормали к плоскости источника) и одной угловой координаты (угол между направлением движения частиц и прямой точечный источник — детектор или нормалью к плоскости).

Далее будем рассматривать потоковые характеристики только для стационарных по времени задач. Тогда подробная характеристика поля излучения задается *пространственной энергетическо-угловой плотностью потока частиц* $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ или *пространственной энергетическо-угловой плотностью потока энергии частиц* $I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$.

* Для краткости здесь и далее в ряде случаев вместо наименования единиц приводятся их обозначения.

Единицы этих величин те же, что и для соответствующих им временны́х зависимостей, рассмотренных выше.

Во многих практических задачах часто требуются менее детальные характеристики поля. В таких случаях используют рассмотренные ниже функционалы пространственных энергетическо-угловых характеристик поля излучения.

Интегрированием функций $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ или $I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ по энергии получают *пространственно-угловую плотность потока ионизирующих частиц:*

$$\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE \qquad (1.6)$$

или *пространственно-угловую плотность потока энергии ионизирующих частиц:*

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE. \qquad (1.7)$$

При измерении поля изотропным детектором, регистрирующим с одинаковой эффективностью частицы с любым направлением движения, определяют *пространственно-энергетическую плотность потока ионизирующих частиц:*

$$\varphi(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\Omega \qquad (1.8)$$

или *пространственно-энергетическую плотность потока энергии ионизирующих частиц:*

$$I(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\Omega. \qquad (1.9)$$

Интегрированием $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$, $I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ по всем возможным направлениям движения частиц или интегрированием измеренных изотропным детектором энергетических распределений $\varphi(\mathbf{r}, E)$, $I(\mathbf{r}, E)$ по энергии получаем *пространственное распределение плотности потока ионизирующих частиц* $\varphi(\mathbf{r})$ или *плотности потока энергии ионизирующих частиц (интенсивности)* $I(\mathbf{r})$:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\, d\Omega = \int_o^\infty \varphi(\mathbf{r}, E)\, dE, \qquad (1.10)$$

$$I(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\, d\Omega = \int_0^\infty I(\mathbf{r}, E)\, dE. \qquad (1.11)$$

Величины $\varphi(\mathbf{r})$ и $I(\mathbf{r})$ для фиксированной точки пространства $\mathbf{r}$ называют *плотностью потока частиц* φ и *плотностью потока энергии (интенсивности)* I соответственно.

Величины $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$, $I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$, $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, $I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, а также величины, определяемые формулами (1.6) — (1.9), — дифференциальные, а величины, определяемые формулами (1.10) —

(1.11),— интегральные. Однако обычно для простоты слова «дифференциальный» и «интегральный» опускают, так как аргумент величины ясно показывает, какая характеристика имеется в виду.

Единицы величин, определяемых формулами (1.6)—(1.11), легко записать, так как их в итоге получают интегрированием величины $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ или $I(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, единицы которых приведены выше.

Поясним смысл потоковых характеристик поля излучения $\varphi(\mathbf{r})$, $I(\mathbf{r})$. Для этих величин характерно то, что все частицы или их энергия регистрируются в точке детектированием $\mathbf{r}$ с одинаковым весовым вкладом независимо от направления движения.

Определение указанных потоковых характеристик сводится к интегрированию по телесному углу 4π ср вокруг точки детектирования $\mathbf{r}$ приходящих в детектор под разными углами потоков частиц или их энергий. При этом площадка, через которую проходит излучение, должна быть перпендикулярна направлению движения каждой частицы. Следовательно, площадка не может быть зафиксирована в пространстве, она должна свободно вращаться вокруг точки $\mathbf{r}$ во всех направлениях и всегда быть повернута так, чтобы нормаль к ней совпадала с направлением движения частицы. Если выбрать элементарную площадку в виде круга площадью ΔS (рис. 1.3), центр которого зафиксирован в точке $\mathbf{r}$, то все возможные ориентации площадки ΔS вокруг точки $\mathbf{r}$ приводят к понятию детектора в виде элементарной сферы, площадь проекции которой ΔS во всех направлениях одинакова. (Нижние индексы при элементарных площадках на рис. 1.3 ΔS_i указывают, к какому направлению потока падающих частиц $\mathbf{\Omega}_i$ относится данная элементарная площадка. Совершенно очевидно, что $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S_3 = \Delta S$.)

Основываясь на приведенных выше рассуждениях, сформулируем определения наиболее часто применяемых величин $\varphi(\mathbf{r})$, $I(\mathbf{r})$ с использованием понятия элементарной сферы.

Плотность потока ионизирующих частиц $\varphi(\mathbf{r})$ — отношение числа ионизирующих частиц dN, проникающих за интервал времени dt в элементарную сферу с центром в точке $\mathbf{r}$ и площадью центрального сечения dS, к интервалу времени dt и площади центрального сечения dS элементарной сферы: $\varphi(\mathbf{r}) = dN/(dSdt)$.

Плотность потока энергии ионизирующих частиц (интенсивность) $I(\mathbf{r})$ — отношение энергии ионизирующего излучения dW, проникающей за интервал времени dt в элементарную сферу с центром в точке $\mathbf{r}$ и площадью центрального сечения dS, к интервалу времени dt и площади центрального сечения dS элементарной сферы: $I(\mathbf{r}_0) = dW/(dSdt)$.

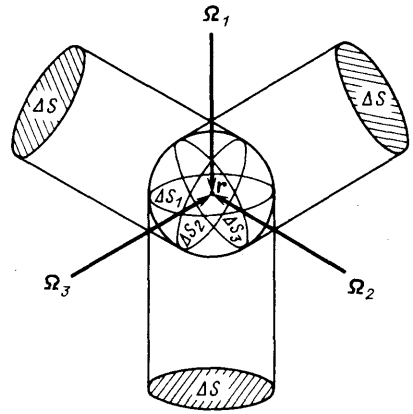


Рис. 1.3. К определению потоковых величин с использованием понятия элементарной сферы (ΔS — площадь проекции сферы в направлениях Ω_1, Ω_2, Ω_3)

При решении многих практических задач, таких, как, например, изучение воздействия излучений на материалы, определение ресурсов корпуса ядерного реактора, используется понятие *флюенса ионизирующих частиц*. В нормативных документах вместе с термином «флюенс частиц» рекомендован менее удачный термин «перенос частиц».

Флюенс ионизирующих частиц Ф — отношение числа ионизирующих частиц dN, проникающих в элементарную сферу с площадью центрального сечения dS, к площади центрального сечения dS: $\Phi = dN/dS$. Это понятие эквивалентно проинтегрированной по некоторому определенному интервалу времени плотности потока ионизирующих частиц.

Единица флюенса частиц в СИ — $м^{-2}$, предпочтительная единица — $см^{-2}$.

Аналогично можно ввести понятие *флюенса энергии ионизирующих частиц* Φ_W.

Флюенсу соответствуют пространственные, энергетические и угловые зависимости и величины.

Токовые характеристики поля излучения. Наиболее подробная информация о поле излучения, как и для потоковых характеристик, задается *пространственно-временной энергетическо-угловой плотностью тока частиц* $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$, которая по модулю совпадает с $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$, но в отличие от $\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega})$ является вектором, совпадающим с направлением распространения частиц $\mathbf{\Omega}$. Следовательно, можно записать

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}). \qquad (1.12)$$

Из приведенного определения, в частности, следует, что для мононаправленных пучков излучения плотность потока всегда совпадает по абсолютному значению с плотностью тока в направлении распространения излучения.

Поле излучения по току может также характеризоваться энергией частиц. Тогда наиболее подробная информация о поле задается *пространственно-временной энергетическо-угловой плотностью тока энергии частиц*

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{\Omega}I(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{\Omega}E\varphi(\mathbf{r}, t, E, \mathbf{\Omega}). \qquad (1.13)$$

Ниже для краткости рассмотрим токовые характеристики только для числа частиц. Аналогичные рассуждения могут быть проведены также и для энергии частиц.

Для стационарных задач подобно формулам (1.6) и (1.8) запишем функционалы пространственных энергетическо-угловых токовых характеристик поля излучения $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$:

пространственно-угловую плотность тока ионизирующих частиц

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE = \int_0^\infty \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE =$$

$$= \mathbf{\Omega} \int_0^\infty \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE = \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}); \qquad (1.14)$$

пространственно-энергетическую плотность тока ионизирующих частиц

$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi} \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\Omega = \int_{4\pi} \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\Omega. \qquad (1.15)$$

Пространственное распределение плотности тока ионизирующих частиц можно получить подобно формуле (1.10) из выражения

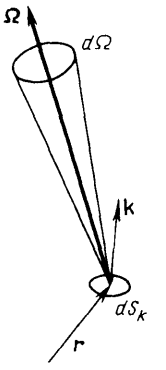
$$\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\, d\Omega = \int_{4\pi} \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\, d\Omega. \qquad (1.16)$$

Интегрирование угловых характеристик тока в формулах (1.15) и (1.16) по всем направлениям в телесном угле 4π ср сводится к суммированию векторов по правилам векторной алгебры. Направления результирующих векторов $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E)$ и $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r})$ в общем случае заранее не известны. Их можно определить, лишь зная соответственно функции $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ и $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$. Интегрирование по формулам (1.15) и (1.16) соответствующих векторных функций дает результирующий вектор, который и определяет направление тока в данной точке пространства $\mathbf{r}$ через поверхность единичной площади, перпендикулярную его направлению.

Для задач с симметрией поля относительно оси, проходящей через $\mathbf{r}$, результирующий вектор $\mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r})$ всегда направлен по этой оси. Например, для точечного изотропного источника вектор $\mathbf{J}_\varphi$ направлен по прямой, соединяющей источник с точкой детектирования; для плоского мононаправленного источника направление тока совпадает с нормалью к плоскости источника.

На практике часто интересуются переносом частиц не через поверхность, положение которой строго определенным образом фиксируется результирующим вектором тока, а утечкой излучения через поверхность, произвольным образом ориентированную в пространстве. Такие задачи возникают, например, при расчете излучения утечки из активной зоны ядерного реактора или отраженного от рассеивателя излучения. В этих примерах положение поверхности определяется границей активной зоны или границей отражателя. Произвольную ориентацию поверхности в пространстве будем определять перпендикулярным к ней единичным вектором $\mathbf{k}$ (рис. 1.4).

Рис. 1.4. К определению переноса частиц через поверхность, произвольным образом ориентированную в пространстве



Сформулированная задача по определению переноса частиц через произвольным образом ориентированную в пространстве поверхность эквивалентна определению скалярной величины — *проекции тока излучения на направление, задаваемое вектором* $\mathbf{k}$ (*скалярного тока*).

Очевидно, что для стационарной задачи проекция пространственного энергетическо-углового тока излучения на направление, задаваемое вектором $\mathbf{k}$ (рис. 1.4),

$$J_{\varphi_k}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\mathbf{k} = (\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{k}) \times$$

$$\times \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\cos(\widehat{\mathbf{\Omega}, \mathbf{k}}). \qquad (1.17)$$

Из формулы (1.17) видно, что при расчете проекции тока на направление вектора $\mathbf{k}$ каждая частица учитывается со своим весовым множителем, который зависит от угла, образуемого вектором скорости частиц $\mathbf{\Omega}$ с вектором направления $\mathbf{k}$, и равняется $\cos(\widehat{\mathbf{\Omega}, \mathbf{k}})$.

Стационарные *дифференциальные и интегральные характеристики проекции тока излучения на направление* $\mathbf{k}$, перпендикулярное произвольно ориентированной поверхности единичной площади, можно определить по формулам

$$J_{\varphi_k}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\mathbf{k} = \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{k}) =$$

$$= \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\cos(\widehat{\mathbf{\Omega}, \mathbf{k}}); \qquad (1.18)$$

$$J_{\varphi_k}(\mathbf{r}, E) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}, E)\mathbf{k} = \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{k})\, d\Omega =$$

$$= \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}_0, E, \mathbf{\Omega})\cos(\widehat{\mathbf{\Omega}, \mathbf{k}})\, d\Omega; \qquad (1.19)$$

$$J_{\varphi_k}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{J}_\varphi(\mathbf{r}_0)\mathbf{k} = \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}_0, \mathbf{\Omega})(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{k})\, d\Omega =$$

$$= \int_{4\pi} \varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \cos(\widehat{\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{k}})\, d\Omega. \qquad (1.20)$$

Модуль плотности тока излучения или его проекция на направление вектора $\mathbf{k}$ меньше плотности потока излучения. Исключение составляет случай мононаправленного пучка излучения, когда модуль плотности тока в направлении распространения излучения совпадает с плотностью потока.

Из приведенных выше определений характеристик поля излучения следует, что единицы токовых характеристик поля совпадают с единицами соответствующих им потоковых характеристик. Однако физический смысл токовых и потоковых характеристик поля существенно различен.

Найдем зависимость модуля плотности тока частиц J_φ и плотности потока излучения φ в некоторой точке пространства с осесимметричным угловым распределением частиц, пропорциональным $\cos^n\theta$ при $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$ (при $\pi/2 < \theta < \pi$ излучение отсутствует), где θ — угол, отсчитываемый от направления суммарного тока частиц.

По условию задачи угловая плотность скалярного тока $J_{\varphi k}(\theta) = C\cos^n\theta$. Определим константу C.

Для осесимметричного углового распределения частиц результирующий вектор направлен по оси симметрии, а его модуль можно рассчитать по формуле (1.20) с учетом формулы (1.18), если $\mathbf{k}$ совпадает с осью симметрии,

$$J_\varphi = \int_{4\pi} \frac{C\cos^n\theta}{\cos\theta} \cos\theta\, d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{C\cos^n\theta}{\cos\theta} \cos\theta \sin\theta\, d\theta\, d\psi =$$

$$= -2\pi C \int_0^{\pi/2} \cos^n\theta\, d(\cos\theta) = \frac{2\pi C}{n+1}. \qquad (1.21)$$

Отсюда

$$C = (n+1) J_\varphi/(2\pi). \qquad (1.22)$$

Следовательно,

$$J_{\varphi k}(\theta) = (n+1)\cos^n\theta J_\varphi/(2\pi). \qquad (1.23)$$

Плотность потока частиц в соответствии с формулой (1.10) и с учетом формулы (1.18)

$$\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{(n+1)\cos^n\theta J_\varphi}{2\pi} \frac{1}{\cos\theta} \sin\theta\, d\theta\, d\psi =$$

$$= -(n+1) J_\varphi \int_0^{\pi/2} \cos^{n-1}\theta\, d(\cos\theta) = \frac{n+1}{n} J_\varphi. \qquad (1.24)$$

Следовательно,

$$\frac{J_\varphi}{\varphi} = \frac{n}{n+1}. \qquad (1.25)$$

В частном случае для изотропного углового распределения частиц в $4\pi_{ср}$ $J_\varphi = 0$. Объясняется это тем, что в изотропном поле излучения нет выделенного направления или, другими словами, каждая частица, пролетающая слева направо, компенсируется при определении плотности тока частицей, пролетающей справа налево. Для косинусоидального углового распределения частиц вида (1.23) при $n=1$ $J_\varphi/\varphi = 1/2$; при $n=2$ $J_\varphi/\varphi = 2/3$; при $n=3$ $J_\varphi/\varphi = 3/4$. Следовательно, с увеличением анизотропии углового распределения излучения модуль плотности тока излучения J_φ приближается к плотности потока φ. Для мононаправленного источника ($n \to \infty$)

$$\frac{J_\varphi}{\varphi} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \left[1 \Big/ \left(1 + \frac{1}{n}\right)\right] = 1, \qquad (1.26)$$

что совпадает со сделанным ранее на с. 24 выводом.

§ 1.5. Дозовые характеристики поля излучения

В практических задачах часто используют дозовые характеристики поля излучения.

Основной физической величиной, определяющей степень радиационного воздействия, является поглощенная доза ионизирующего излучения.

Поглощенная доза ионизирующего излучения D — отношение средней энергии $\overline{dW}$, переданной ионизирующим излучением веществу в элементарном объеме, к массе dm вещества в этом объеме:

$$D = \frac{\overline{dW}}{dm}. \qquad (1.27)$$

ГОСТ допускает вместо термина «поглощенная доза излучения» использовать краткую форму «*доза излучения*».

Единица поглощенной дозы в СИ — *грей* (Гр)*. Грей равен поглощенной дозе ионизирующего излучения, при которой

* Луис Гарольд Грей (1905—1965 гг.) сделал фундаментальное открытие в области радиационной дозиметрии, известное в настоящее время как принцип Брегга — Грея.

веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения, равная 1 Дж.

Внесистемной единицей поглощенной дозы ионизирующего излучения, изымаемой из обращения в переходный период, является *рад* (рад). Рад равен поглощенной дозе ионизирующего излучения, при которой веществу массой 1 г передается энергия ионизирующего излучения, равная 100 эрг. Таким образом, 1 рад = 0,01 Гр.

Обратим внимание, что в определении поглощенной дозы указана *средняя* переданная излучением веществу энергия dW. Переданная энергия подвержена случайным статистическим флуктуациям, которые могут стать значительными, если масса dm мала и невелик флюенс заряженных частиц. Такие величины, подверженные статистическим флуктуациям, называют стохастическими. Таким образом, dW — стохастическая величина. Ее ожидаемое значение называют средней переданной энергией dW, которая является в свою очередь нестохастической величиной. Следовательно, и поглощенная доза — величина нестохастическая, определенная как среднее значение связанной с ней стохастической величины.

Под переданной энергией в определении поглощенной дозы понимается

$$W = W_{\text{вх}} - W_{\text{вых}} + \Sigma\varepsilon, \qquad (1.28)$$

где $W_{\text{вх}}$ — энергия всех заряженных и незаряженных частиц (без учета энергии покоя), которые входят в рассматриваемый объем; $W_{\text{вых}}$ — энергия всех заряженных и незаряженных частиц (без учета энергии покоя), которые выходят из рассматриваемого объема; $\sum\varepsilon$ — сумма всех изменений энергии (при уменьшении со знаком плюс, при увеличении со знаком минус), связанных с массой покоя ядер и частиц при любых ядерных превращениях, происходящих в рассматриваемом объеме. Естественно, что изменение массы покоя учитывается в члене $\Sigma\varepsilon$ соответствующим энергетическим эквивалентом.

Пример. Если фотон с энергией $E_{\gamma,\text{вх}}$ претерпел в некотором элементе объема ΔV некогерентное рассеяние, при котором выходящий из объема ΔV фотон имел энергию $E_{\gamma,\text{вых}}$, а электрон отдачи, частично растратив свою энергию на ионизацию внутри объема ΔV, покинул пределы этого объема с энергией $E_{\text{э,вых}}$, то вклад ΔW в W от единичного процесса взаимодействия

$$\Delta W = E_{\gamma,\text{вх}} - E_{\gamma,\text{вых}} - E_{\text{э,вых}} - \varepsilon, \qquad (1.29)$$

где ε — энергия связи электрона отдачи, которой обычно можно пренебречь.

В условиях равновесия заряженных частиц (когда поглощенная энергия в выбранном объеме ΔV равна энергии ионизирующего излучения, переданной заряженным частицам в этом объеме, или, иными словами, когда энергия заряженных частиц, уносимая за пределы элемента объема ΔV, равна энергии, оставленной в элементарном объеме ΔV другими заряженными частицами, образованными вне элемента объема ΔV) выносимая заряженной частицей из элементарного объема ΔV энергия $E_{\text{э,вых}}$ компенсируется такой же энергией, вносимой другой заряженной частицей, и тогда формула (1.29) приобретает вид

$$\Delta W = E_{\gamma,\text{вх}} - E_{\gamma,\text{вых}} - \varepsilon. \qquad (1.30)$$

В рассмотренном примере незначительная доля энергии также уносится из объема ΔV частью тормозного излучения, образованного заряженной частицей в элементе объема ΔV и выходящего за его пределы. Однако этой энергией мы здесь пренебрегаем ввиду ее малости.

Отметим, что, если подходить строго, следует различать переданную энергию и поглощенную энергию излучения, которая представляет собой полную энергию излучения, потерянную полем при взаимодействиях. Эти две величины равны между собой при $\Sigma\varepsilon = 0$. Это соотношение справедливо во многих задачах. Так как в этих случаях понятия поглощенной и переданной энергии идентичны, различием между ними при этом вообще пренебрегают.

В объекте поглощенная доза излучения распределяется неравномерно.

Рассмотрим, как изменяется поглощенная доза, например, по глубине биологической ткани (рис. 1.5). Пусть косвенно ионизирующее излучение плоского мононаправленного источника падает нормально на плоскую границу полубесконечной среды (биологической ткани). Если среда контактирует с вакуумом, то на ее поверхности ($d = 0$) поглощенная доза формируется только вторичными заряженными частицами, образовавшимися в биологической ткани при распространении косвенно ионизирующего излучения и приходящими в точку детектирования из заднего полупространства (точка A на рис. 1.5). С увеличением толщины d к ним добавляются частицы, приходящие из переднего слоя среды между ее границей и точкой детектирования. Это приводит к возрастанию поглощенной дозы. Одновременно в этом же слое идут процессы ослабления косвенно ионизирующего излучения, что ведет к уменьшению поглощенной дозы. Следовательно, формирование поглощенной дозы обусловлено двумя противоположно действующими процессами: накоплением вторичного излучения и ослаблением первичного излучения. До некоторой глубины d_0 преобладает первый процесс, после глубины d_0 — второй. На глубине d_0 поглощенная доза имеет максимальное значение (точка B на рис. 1.5). Например, для тепловых

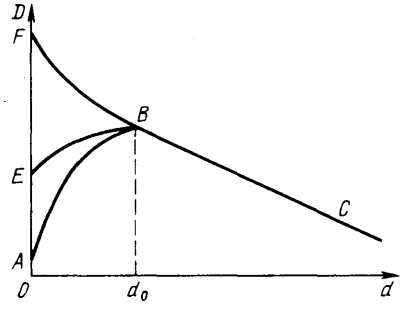


Рис. 1.5. Распределение поглощенной дозы на глубине биологической ткани

нейтронов максимальное значение поглощенной дозы наблюдается на глубине примерно 3 мм. При энергии нейтронов 5—20 кэВ наблюдается наибольшее смещение максимума поглощенной дозы в глубь ткани (на несколько сантиметров). С дальнейшим увеличением энергии нейтронов максимум поглощенной дозы приближается к поверхности и примерно с $E_0 > 100$ кэВ локализуется на ней. Далее при энергии $E_0 \gtrsim 2{,}5 \div 5$ МэВ максимум поглощенной дозы снова несколько смещается в глубь ткани.

Для фотонного излучения плоского мононаправленного источника, излучение которого падает на гомогенный тканеэквивалентный фантом в виде бесконечного слоя толщиной 30 см, максимум в распределении поглощенной дозы наблюдается почти на поверхности или в пределах первых 2 см от нее.

При облучении ткани непосредственно ионизирующим излучением — заряженными β-частицами поглощенная доза монотонно убывает с глубиной (кривая *FBC* на рис. 1.5) и максимальное значение имеет поверхностная поглощенная доза. Кривая *EBC* рис. 1.5 характеризует промежуточные случаи, когда падающее излучение состоит из непосредственно ионизирующего и косвенно ионизирующего излучений или когда падает косвенно ионизирующее излучение, но биологическая ткань контактирует не с вакуумом, а со средой, в которой также образуются вторичные заряженные частицы.

Степень воздействия излучения при облучении принято характеризовать *максимальным значением дозы облучения* в теле человека (рис. 1.6 и 1.7). Использование этих значений доз исключает превышение допустимой дозы в любой точке тела человека. Слово «максимальное» обычно для краткости опускают. Следуя этому, ниже в тексте под тканевыми дозами будем понимать их максимальные значения. На рис. 1.7 приведены поглощенные дозы для единичного флюенса для ткани и воздуха, рассчитанные также для небольших образцов.

Для оценки воздействия на среду косвенно ионизирующих излучений используют также понятие керма (**kerma** — аббревиатура от английских слов **k**inetic **e**nergy **r**eleased in **ma**terial).

Керма K — отношение суммы первоначальных кинетических энергий dW_K всех заряженных ионизирующих частиц, образованных под действием косвенно ионизирующего излучения в

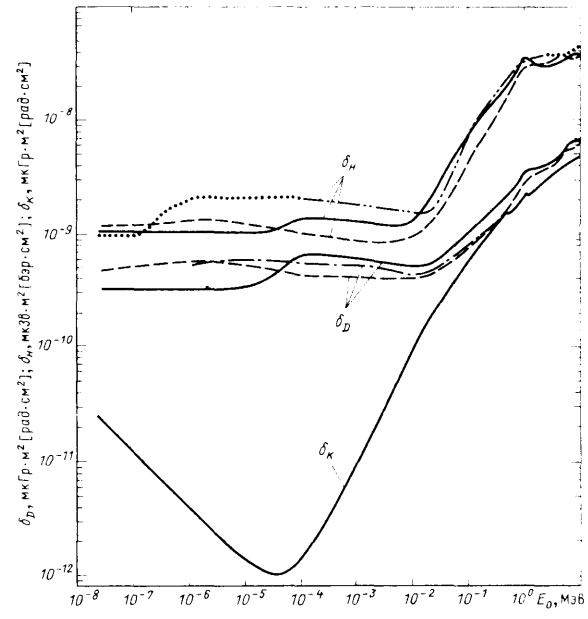


Рис. 1.6. Зависимость максимальных поглощенной δ_D и эквивалентной δ_H доз для единичного флюенса от энергии E_0 источников моноэнергетических нейтронов, падающих перпендикулярно на гомогенные тканеэквивалентные фантомы в виде бесконечной пластины толщиной 30 см (——— —по данным Снайдера и Ньюфельда), правильного кругового цилиндра диаметром 30 и высотой 60 см (— — — — по данным Оксье, Снайдера и Джонса), правильного бесконечного кругового цилиндра диаметром 30 см (— · — · — —по данным Прётра), бесконечного эллиптического цилиндра с большой и малой полуосями 18 и 12 см (— ·· — ·· — — по данным В. Г. Золотухина, И. Б. Кеирим-Маркуса и др.; ····· , — ·· — ·· — — по данным НРБ—76) и значения кермы δ_K для единичного флюенса

элементарном объеме вещества, к массе dm вещества в этом объеме:

$$K = dW_K / dm. \qquad (1.31)$$

В качестве вещества, в котором определяется керма, часто используют воздух для фотонного излучения, ткань для косвенно ионизирующих излучений в задачах медицины и биологии и любой материал при изучении радиационных эффектов.

Единица кермы — *грей* (Гр) — совпадает с единицей измерения поглощенной дозы. Грей равен керме, при которой сумма начальных кинетических энергий всех заряженных ионизирующих частиц, образовавшихся под действием косвенно ионизирующего излучения в веществе массой 1 кг, равна 1 Дж.

Внесистемная изымаемая из обращения единица кермы — *рад* (рад).

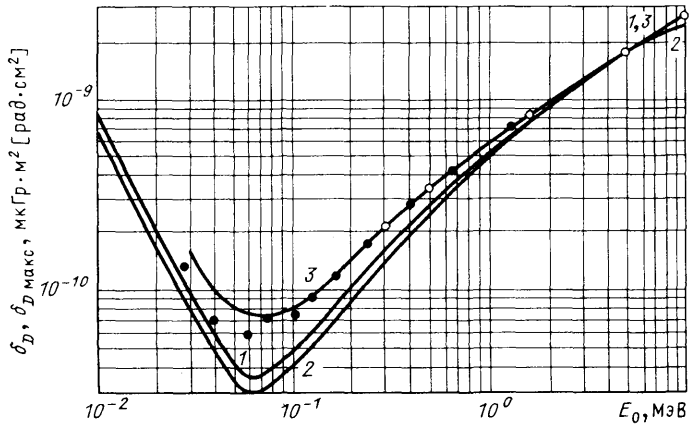


Рис. 1.7. Зависимость от энергии фотонного излучения поглощенной дозы для единичного флюенса δ_D в ткани (*1*) и воздухе (*2*) и максимальной поглощенной дозы для единичного флюенса $\delta_{D\,макс}$ в ткани (данные, полученные расчетом методом дискретных ординат (*3*), методом Монте-Карло (○) и в эксперименте (●) для фотонов, падающих перпендикулярно на гомогенный тканеэквивалентный фантом в виде бесконечного слоя толщиной 30 см)

Керма удобна тем, что она применима как для фотонов, так и для нейтронов в любом диапазоне доз и энергий излучения, не вводит неоднозначных параметров в расчеты, таких, как, например, коэффициенты качества при расчете эквивалентной дозы (см. ниже).

Керма определяется кинетической энергией вторичных заряженных частиц, в том числе и той ее частью, которая расходуется затем на тормозное излучение.

Таким образом, керма для моноэнергетического пучка фотонного излучения может быть представлена в виде суммы двух членов:

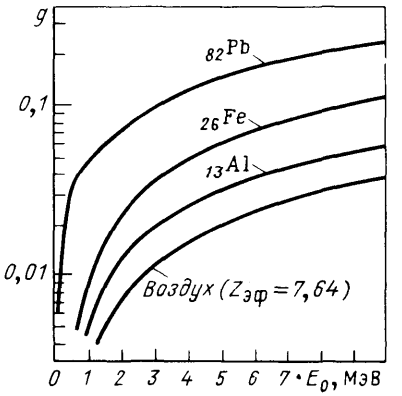
$$K = K_1 + K_2 = \mu_{en,m}\Phi_W + (\mu_{tr,m} - \mu_{en,m})\Phi_W = \mu_{tr,m}\Phi_W, \qquad (1.32)$$

где K_1 — компонент кермы, обусловленный кинетической энергией заряженных частиц, затраченной на ионизацию и возбуждение при взаимодействии (столкновении) частиц первичного излучения с атомами среды; K_2 — компонент кермы, обусловленный кинетической энергией заряженных частиц, затраченной на тормозное излучение; $\mu_{en,m}$, $\mu_{tr,m}$ — массовые коэффициенты поглощения энергии и передачи энергии фотонного излучения (см. § 2.2); Φ_W — флюенс энергии излучения.

Определим долю энергии вторичных заряженных частиц $g = K_2/K$, переходящую в тормозное излучение. Учитывая, что $\mu_{en} = \mu_{tr}(1-g)$, нетрудно определить

$$g = K_2/K = (\mu_{tr} - \mu_{en})/\mu_{tr}. \qquad (1.33)$$

Рис. 1.8. Зависимость g от энергии фотонов для разных сред



Из зависимости g от энергии фотонного излучения и атомного номера Z материала (рис. 1.8) видно, что для фотонов средних энергий и легкоатомных сред (воздух) K_2/K незначительно. Заметим, что для тяжелых сред значение g может стать большим.

Следовательно, значение кермы для фотонов в условиях электронного равновесия совпадает с поглощенной дозой с погрешностью, определяемой значением g.

Для энергий фотонов радионуклидных источников ($E_0 \lesssim$ $\lesssim 3$ МэВ) значение кермы в воздухе может превышать значение поглощенной дозы в воздухе примерно не более чем на 1% (рис. 1.8), для ^{60}Co это расхождение, например, 0,5%. Следовательно, в этих задачах с погрешностью до 1%, меньшей погрешности определения коэффициентов взаимодействия фотонов с веществом ($\pm 2\%$), поглощенная доза в воздухе и керма в воздухе равны.

Если вернуться к рассмотренному примеру некогерентного рассеяния в элементе объема, то применительно к определению кермы вся энергия электрона отдачи по определению кермы входит в величину ΔW_K, и переданная заряженным частицам энергия равна

$$\Delta W_K = E_{\gamma,\,вх} - E_{\gamma,\,вых} - \varepsilon. \qquad (1.34)$$

Следовательно, действительно, при пренебрежении потерей энергии на образование тормозного излучения в условиях электронного равновесия ΔW_K равна ΔW, определяемой по формуле (1.30).

Если условие равновесия заряженных частиц не выполняется, то $\Delta W_K > \Delta W$.

Керма в биологической ткани с глубиной из-за ослабления первичного излучения в ткани уменьшается. Таким образом, максимум кермы наблюдается на поверхности ткани.

Сравним теперь характеристики поля излучения по поглощенной дозе и керме для источников нейтронов, для которых первоначально и была введена керма.

Керма нейтронов совпадает с поглощенной дозой от вторичных заряженных частиц в условиях их равновесия. Для ткани достаточно большой массы и в биологической защите, где соблюдается условие равновесия заряженных частиц, керма

обычно практически* совпадает с поглощенной дозой от вторичных заряженных частиц; для тонких слоев, таких, как кожный покров и материал одежды, эти дозовые характеристики различаются.

Для нейтронов в условиях равновесия заряженных частиц поглощенная доза практически может быть представлена как сумма кермы и поглощенной дозы от вторичного γ-излучения. Поэтому керма на единичный флюенс меньше поглощенной дозы на единичный флюенс, особенно в области промежуточных энергий, где значителен вклад в поглощенную дозу от вторичного γ-излучения (рис. 1.6).

Часто бывает необходимо при решении практических задач определять керму для конкретного вещества (например, воздуха), находящегося в некоторой точке внутри других веществ (например, в водном фантоме). В таких случаях оговаривают материал, для которого определяют керму, и среду, в которую он помещен, например «керма в воздухе (или воздушная керма) в заданной точке внутри водного фантома».

Для оценки поля фотонного излучения при использовании внесистемных единиц часто применяют понятие «экспозиционная доза».

Экспозиционная доза X — это количественная характеристика фотонного излучения, которая основана на его ионизирующем действии в сухом атмосферном воздухе и представляет собой отношение суммарного заряда dQ всех ионов одного знака, созданных в воздухе, когда все электроны и позитроны, освобожденные фотонами в элементарном объеме воздуха с массой dm, полностью остановились в воздухе, к массе воздуха в указанном объеме dm:

$$X = dQ/dm. \qquad (1.35)$$

Понятие экспозиционной дозы рекомендовано для фотонного излучения с энергией до 3 МэВ. Вследствие близости эффективных атомных номеров воздуха и ткани воздух для фотонного излучения принято считать тканеэквивалентной средой.

Единица экспозиционной дозы в СИ — *кулон на килограмм* (Кл/кг).

Кулон на килограмм равен экспозиционной дозе, при которой все электроны и позитроны, освобожденные фотонами в объеме воздуха массой 1 кг, производят в воздухе ионы, несущие электрический заряд каждого знака 1 Кл.

* Здесь и далее слово «практически» напоминает, что утверждение справедливо, если можно пренебречь потерями энергии заряженных частиц на образование тормозного излучения.

Как отмечалось выше, имея в виду отказ от экспозиционной дозы в переходный период, эта величина приводится только во внесистемных единицах.

Внесистемная единица экспозиционной дозы — *рентген* (Р)*. Рентген — это единица экспозиционной дозы фотонного излучения, при прохождении которого через 0,001293 г воздуха в результате завершения всех ионизационных процессов в воздухе создаются ионы, несущие одну электростатическую единицу количества электричества каждого знака. Заметим, что 0,001293 г — это масса 1 см^3 атмосферного сухого воздуха при нормальных условиях (температура 0° С и давление 1013 гПа (760 мм рт. ст.). Соотношение внесистемной единицы СИ: $1\text{Р} = 2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг (точно).

Экспозиционная доза не учитывает ионизацию, обусловленную тормозным излучением электронов и позитронов: этой величиной для воздуха обычно можно пренебречь ввиду ее малости (рис. 1.8).

В условиях равновесия заряженных частиц и пренебрежения энергией электронов и позитронов, затрачиваемой на образование тормозного излучения, энергетические эквиваленты кермы в воздухе и экспозиционной дозы одинаковы.

Покажем это на рассмотренном выше (для случая некогерентного рассеяния в элементе объема ΔV) примере определения кермы по формуле (1.34). Применительно к экспозиционной дозе для того же примера соответствующая формула для энергии $\Delta W_{\text{экс}}$, переданной заряженными частицами, имеет вид

$$\Delta W_{\text{экс}} = E_{\gamma,\text{вх}} - E_{\gamma,\text{вых}} - E_{\text{т.и}} - \varepsilon, \qquad (1.36)$$

где $E_{\text{т.и}}$ — энергия электронов и позитронов, затраченная на образование тормозного излучения. Если пренебречь $E_{\text{т.и}}$ и предположить выполнение условий равновесия заряженных частиц, то $\Delta W_{\text{экс}}$ в (1.36) действительно будет равна энергии ΔW_K, получаемой по формуле (1.34).

Из определения единиц экспозиционной дозы нетрудно найти их энергетические эквиваленты.

Принимая заряд одного иона равным $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл, получаем, что при наличии равновесия заряженных частиц при экспозиционной дозе 1 Кл/кг в 1 кг воздуха создается $1/(1{,}602 \cdot 10^{-19}) = 6{,}24 \cdot 10^{18}$ пар ионов.

Введем понятие *средней энергии ионообразования* w_0 как отношения начальной кинетической энергии E заряженной ионизирующей частицы к числу пар ионов N, образованных

* Названа в честь Вильгельма Конрада Рентгена (1845 – 1923 гг.) — немецкого физика, который открыл излучение, названное его именем, и создал рентгеновские трубки.

этой частицей до полной потери ее кинетической энергии в данном веществе: $w_0 = E/N$.

Принимая среднюю энергию образования одной пары ионов равной 33,85 эВ, получаем *энергетические эквиваленты кулона на килограмм*: 1 Кл/кг $= 6{,}24 \cdot 10^{18}$ пар ионов на 1 кг воздуха $\rightarrow 2{,}11 \cdot 10^{14}$ МэВ на 1 кг воздуха $\rightarrow$ 33,85 Дж на 1 кг воздуха $\rightarrow 8{,}07 \cdot 10^{18}$ пар ионов на 1 м^3 воздуха $\rightarrow 2{,}73 \cdot 10^{14}$ МэВ на 1 м^3 воздуха $\rightarrow$ 43,77 Дж на 1 м^3 воздуха при нормальных условиях.

Принимая заряд одного иона равным $4{,}803 \cdot 10^{-10}$ СГСЕ и зная w_0, нетрудно определить и *энергетические эквиваленты рентгена*: 1 Р $= 1{,}61 \cdot 10^{12}$ пар ионов на 1 г воздуха $\rightarrow 5{,}45 \cdot 10^{7}$ МэВ на 1 г воздуха $\rightarrow 8{,}73 \cdot 10^{-6}$ Дж на 1 г воздуха $\rightarrow$ 87,3 эрг на 1 г воздуха $\rightarrow 2{,}08 \cdot 10^{9}$ пар ионов на 1 см^3 воздуха $\rightarrow 7{,}05 \cdot 10^{4}$ МэВ на 1 см^3 воздуха $\rightarrow 1{,}13 \cdot 10^{-8}$ Дж на 1 см^3 воздуха $\rightarrow$ 0,113 эрг на 1 см^3 воздуха при нормальных условиях.

В условиях лучевого равновесия заряженных частиц экспозиционной дозе в 1 Кл/кг соответствует поглощенная доза 33,85 Гр в воздухе или 36,9 Гр в биологической ткани, внесистемной единице 1 Р соответствует поглощенная доза 0,873 рад в воздухе или 0,95 рад в биологической ткани. Поэтому с погрешностью до 5% экспозиционную дозу в рентгенах и поглощенную дозу в ткани в радах можно считать совпадающими.

Как отмечалось выше, в процессе перехода на единицы СИ экспозиционная доза подлежит изъятию из употребления. Укажем на некоторые причины такого решения. Экспозиционная доза была введена только для фотонного излучения, поэтому она не может использоваться в полях часто встречающегося на практике смешанного излучения. Даже и для фотонного излучения область практического использования этой величины ограничена энергией 3 МэВ. Значения экспозиционной дозы в рентгенах и поглощенной дозы в воздухе в радах отличаются во внесистемных единицах всего лишь в 1,14 раза. Существенное изменение размеров единиц при переходе на единицы СИ и нецелочисленный неудобный коэффициент связи между внесистемными единицами и единицами СИ могут быть причинами многих ошибок.

Для оценки биологического эффекта воздействия излучения произвольного состава потребовалось введение новой характеристики дозы.

Для сравнения биологических эффектов, производимых одинаковой поглощенной дозой различных видов излучения, используют понятие *относительная биологическая эффективность излучения (ОБЭ)*.

Таблица 1.2. **Зависимость коэффициента качества k от ЛПЭ, Зв/Гр**

ЛПЭ в воде	нДж/м	$\leqslant 0{,}56$	1,1	3,7	8,5	$\geqslant 28$
	кэВ/мкм	$\leqslant 3{,}5$	7,0	23	53	$\geqslant 175$
	k	1	2	5	10	20

Под ОБЭ излучения понимают отношение поглощенной дозы образцового рентгеновского излучения (непрерывный энергетический спектр с граничной энергией 180 кэВ), вызывающего определенный биологический эффект, к поглощенной дозе данного рассматриваемого вида излучения, вызывающего тот же биологический эффект.

Коэффициент качества представляет собой регламентированное значение ОБЭ, установленное для контроля степени радиационной опасности при хроническом облучении. Безразмерная единица коэффициента качества — зиверт на грей. Этот коэффициент определяет зависимость неблагоприятных биологических последствий облучения человека в малых дозах от полной линейной передачи энергии (ЛПЭ) излучения (табл. 1.2).

Для фотонов, электронов, позитронов и β-частиц $k = 1$ Зв/Гр, для нейтронов и протонов его значения приведены в табл. 1.3.

Если энергетический состав излучения неизвестен, рекомендуется использовать значения k, приводимые в табл. 1.4.

В задачах радиационной безопасности при хроническом облучении человека в малых дозах (в дозах, не превышающих пяти предельно допустимых годовых доз при облучении всего тела человека) основной величиной для оценки биологического действия излучения любого состава является эквивалентная доза.

Эквивалентная доза ионизирующего излучения H — произведение поглощенной дозы D на средний коэффициент качества

Таблица 1.3. **Значения коэффициента качества k для нейтронов и протонов различной энергии, Зв/Гр**

Энергия нейтронов, МэВ	k	Энергия нейтронов, МэВ	k	Энергия протонов, МэВ	k	Энергия протонов, МэВ	k
Тепловые	2,8	2,5	10,0	1	12,0	$1 \cdot 10^{6}$	2,5
$1 \cdot 10^{-7}$	2,8	5,0	8,4	2	13,5	$1 \cdot 10^{3}$	2,1
$1 \cdot 10^{-6}$	2,8	$1 \cdot 10^{1}$	6,7	5	11,7	$3 \cdot 10^{3}$	2,2
$1 \cdot 10^{-5}$	2,8	$2 \cdot 10^{1}$	8,0	$1 \cdot 10^{1}$	9,4	$1 \cdot 10^{4}$	2,3
$1 \cdot 10^{-4}$	2,8	$1 \cdot 10^{2}$	4,0	$2 \cdot 10^{1}$	7,0	$3 \cdot 10^{4}$	2,3
$5 \cdot 10^{-3}$	2,5	$5 \cdot 10^{2}$	3,0	$5 \cdot 10^{1}$	4,7	$1 \cdot 10^{5}$	2,4
$2 \cdot 10^{-2}$	2,7	$1 \cdot 10^{3}$	2,5	$1 \cdot 10^{2}$	3,4	$3 \cdot 10^{5}$	2,4
$1 \cdot 10^{-1}$	9,0	$1 \cdot 10^{4}$	2,5	$2 \cdot 10^{2}$	2,4	$1 \cdot 10^{6}$	2,3
$5 \cdot 10^{-1}$	12,0	$1 \cdot 10^{5}$	2,5	$5 \cdot 10^{2}$	2,1		

Таблица 1.4. **Рекомендуемые значения k для излучений различных видов с неизвестным энергетическим составом, Зв/Гр**

Вид излучения	k
Рентгеновское и γ-излучение, электроны, позитроны, β-излучение	1
Нейтроны с энергией меньше 20 кэВ	3
Нейтроны с энергией 0,1—10 МэВ	10
Протоны с энергией меньше 10 МэВ	10
α-Излучение с энергией меньше 10 МэВ	20
Тяжелые ядра отдачи	20

излучения $\bar{k}$ в данном объеме биологической ткани стандартного состава:

$$H=\bar{k}D, \tag{1.37}$$

где средний коэффициент качества $\bar{k}$ определяется из соотношения

$$\bar{k}=\frac{\int_0^\infty D(L)k(L)dL}{\int_0^\infty D(L)dL}; \tag{1.38}$$

здесь $D(L)$ — распределение поглощенной дозы по линейной передаче энергии; $k(L)$ — регламентированная зависимость коэффициента качества от линейной передачи энергии.

Единица эквивалентной дозы СИ — *зиверт* (Зв)*.

Зиверт равен эквивалентной дозе, при которой произведение поглощенной дозы в биологической ткани стандартного состава на средний коэффициент качества равно 1 Дж/кг. Иными словами, зиверт — единица эквивалентной дозы любого вида излучения в биологической ткани, которое создает такой же биологический эффект, как и поглощенная доза в 1 Гр образцового рентгеновского или γ-излучения.

Внесистемная изымаемая из обращения единица эквивалентной дозы — *бэр* (*биологический эквивалент рада*). Бэр равен эквивалентной дозе, при которой произведение поглощенной дозы в биологической ткани стандартного состава на средний коэффициент качества равно 100 эрг/г. Иными словами, бэр — единица эквивалентной дозы любого вида излучения в биологической ткани, которое создает такой же биологический эффект, как и поглощенная доза в 1 рад образцового рентгеновского или γ-излучения.

Таким образом, 1 бэр = 0,01 Зв.

В качестве биологической ткани стандартного состава обычно принимают ткань с массовым составом, рекомендованным МКРЕ: O — 76,2%, C — 11,1%, H — 10,1%, N — 2,6%. При более точных расчетах надо учитывать, что в состав ткани входят также Ca, P, S, K, Na, Cl с суммарным массовым вкладом около 3%.

Значения *максимальной эквивалентной дозы для единичного флюенса нейтронов* δ_H разных энергий приводятся на рис. 1.6.

Для нейтронов отметим большое различие значений δ_H и δ_D, определяемых разными авторами.

Выше (рис. 1.6, 1.7) рассматривались задачи нормального падения излучения на биологическую ткань. В реальных задачах излучение может падать не перпендикулярно поверхности тела человека, а быть разнонаправленным. Тогда реальная тканевая доза, отнесенная к единичному флюенсу, может отличаться от дозы при нормальном падении излучения на поверхность тела из-за самоэкранирования. Для оценки этого эффекта введено понятие *коэффициента изотропности*, определяемого как отношение максимальной эквивалентной дозы при нормальном падении внешнего излучения на тело человека к максимальной эквивалентной дозе при угловом распределении этого излучения в реальных условиях для одного и того же флюенса. Например, для моноэнергетических нейтронов с энергией 1 МэВ при равномерном облучении человека со всех сторон коэффициент изотропности равен 2,2.

В последние годы для случаев неравномерного облучения разных органов или тканей тела человека введено понятие *эффективной эквивалентной дозы* H_E.

Для определения этой величины необходимо ввести понятие риска. *Риск* — вероятность возникновения неблагоприятных последствий для человека (смерть, травматизм, заболевание и т. п.) вследствие облучения, аварии или другой причины, проявление которой носит стохастический характер. Например, риск смерти от курения $r=5\cdot10^{-4}$ случаев/(чел.·год). Это означает, что на 1 млн. курящих людей каждый год умирает от болезней, вызываемых курением, дополнительно 500 чел.

Эффективная эквивалентная доза

$$H_E=\sum_T w_T H_T, \tag{1.39}$$

где H_T — эквивалентная доза в T-м органе или ткани; w_T — взвешивающий фактор, представляющий собой отношение стохастического риска смерти в результате облучения T-го органа или ткани к риску смерти от равномерного облучения всего

* Рольф Зиверт — шведский ученый, известный исследованиями естественного γ-излучения, один из основателей МКРЗ.

Таблица 1.5. **Взвешивающие факторы w_T и риск смерти от злокачественных опухолей и наследственных дефектов в результате облучения для 1 чел. при эквивалентной дозе 1 Зв r_T для задач радиационной защиты**

Орган или ткань	Заболевание	r_T, $10^{-2}\frac{1}{\text{чел}\cdot\text{Зв}}$	w_T
Гонады	Наследственные дефекты*	0,40	0,25
Молочная железа	Рак	0,25	0,15
Красный костный мозг	Лейкемия	0,20	0,12
Легкие	Рак	0,20	0,12
Щитовидная железа	Рак	0,05	0,03
Поверхность кости	Злокачественные новообразования	0,05	0,03
Все другие органы	То же	0,50**	0,30**
Из них на каждый	»	0,10	0,06
Всего		1,65	1,00

* У первых двух поколений потомства облученных лиц.
** Эта величина распределяется между пятью оставшимися органами и тканями, которые получили самую высокую эквивалентную дозу.

тела при одинаковых эквивалентных дозах (табл. 1.5). Таким образом, w_T определяет весовой вклад данного органа или ткани в риск неблагоприятных последствий для организма при равномерном облучении:

$$\sum_T w_T = 1. \qquad (1.40)$$

При равномерном облучении всего организма эквивалентная доза, определяемая по формуле (1.37), в каждом органе или ткани одна и та же: $H_T = H$ и, следовательно, $H_E = H$.

Таким образом, эффективная эквивалентная доза при неравномерном по органам и тканям облучении равна такой эквивалентной дозе при равномерном облучении всего организма, при которой риск неблагоприятных последствий будет таким же, как и при данном неравномерном облучении.

Единицы эффективной эквивалентной дозы совпадают с единицами эквивалентной дозы.

Мощность поглощенной дозы $\dot{D}$ (*мощность кермы* $\dot{K}$, *мощность экспозиционной дозы* $\dot{X}$, *мощность эквивалентной дозы* $\dot{H}$) — отношение приращения поглощенной дозы dD (кермы dK, экспозиционной дозы dX, эквивалентной дозы dH) за интервал

Таблица 1.6. **Соотношения между единицами СИ и внесистемными единицами в области ионизирующих излучений**

Величина и ее обозначение	Названия и обозначения единиц		Связь с единицей СИ
	Единица СИ	Внесистемная единица	
Активность $\mathcal{A}$	Беккерель (Бк)	Кюри (Ки)	1 Ки $= 3{,}700 \cdot 10^{10}$ Бк
Плотность потока I или тока J_w энергии частиц	Ватт на квадратный метр (Вт/м^2), равный одному джоулю на квадратный метр в секунду [Дж/(м$^2\cdot$с)]	Эрг на квадратный сантиметр в секунду [эрг/(см$^2\cdot$с)] или мегаэлектрон-вольт на квадратный сантиметр в секунду [МэВ/(см$^2\cdot$с)]	1 эрг/(см$^2\cdot$с) $= 1\cdot10^{-3}$ Дж/(м$^2\cdot$с) $= 1\cdot10^{-3}$ Вт/м^2; 1 МэВ/(см$^2\cdot$с) $= 1{,}602\cdot10^{-9}$ Дж/(см$^2\cdot$с) $= 1{,}602\cdot10^{-9}$ Вт/м^2
Поглощенная доза D, керма K	Грей (Гр)	Рад (рад)	1 рад $= 0{,}01$ Гр
Мощность поглощенной дозы $\dot{D}$, мощность кермы $\dot{K}$	Грей в секунду (Гр/с)	Рад в секунду (рад/с)	1 рад/с $= 0{,}01$ Гр/с
Эквивалентная доза H	Зиверт (Зв)	Бэр (бэр)	1 бэр $= 0{,}01$ Зв
Мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$	Зиверт в секунду (Зв/с)	Бэр в секунду (бэр/с)	1 бэр/с $= 0{,}01$ Зв/с
Экспозиционная доза X	Кулон на килограмм (Кл/кг)	Рентген (Р)	1 Р $= 2{,}58\cdot10^{-4}$ Кл/кг
Мощность экспозиционной дозы $\dot{X}$	Ампер на килограмм (А/кг)	Рентген в секунду (Р/с)	1 Р/с $= 2{,}58\cdot10^{-4}$ А/кг
Поглощенная доза для единичного флюенса δ_D, керма для единичного флюенса δ_K	Грей-квадратный метр (Гр$\cdot$м^2)	Рад-квадратный сантиметр (рад$\cdot$см^2)	1 рад$\cdot$см$^2 = 1\cdot10^{-6}$ Гр$\cdot$м^2
	Микрогрей-квадратный метр (мкГр$\cdot$м^2)	Рад-квадратный сантиметр (рад$\cdot$см^2)	1 рад$\cdot$см$^2 = 1$ мкГр$\cdot$м^2
Эквивалентная доза для единичного флюенса δ_H	Зиверт-квадратный метр (Зв$\cdot$м^2)	Бэр-квадратный сантиметр (бэр$\cdot$см^2)	1 бэр$\cdot$см$^2 = 1\cdot10^{-6}$ Зв$\cdot$м^2

Продолжение табл. 1.6

Величина и ее обозначение	Названия и обозначения единиц		Связь с единицей СИ
	Единица СИ	Внесистемная единица	
Эквивалентная доза для единичного флюенса $\delta_н$	Микрозиверт-квадратный метр (мкЗв·м^2)	Бэр-квадратный сантиметр (бэр·см^2)	1 бэр·см^2 = 1 мкЗв·м^2
Концентрация (объемная активность) радионуклида в атмосферном воздухе или воде $\mathscr{A}_Y$	Беккерель на кубический метр (Бк/м^3)	Кюри на литр (Ки/л)	1 Ки/л = 3,700·10^{13} Бк/м^3
	Беккерель на литр (Бк/л)	Кюри на литр (Ки/л)	1 Ки/л = 3,700·10^{10} Бк/л
Энергия ионизирующей частицы E_0	Джоуль (Дж)	Электрон-вольт (эВ)	1 эВ = 1,602·10^{-19} Дж
		Килоэлектрон-вольт (кэВ)	1 кэВ = 1,602·10^{-16} Дж
		Мегаэлектрон-вольт (МэВ)	1 МэВ = 1,602·10^{-13} Дж
Линейная передача энергии (ЛПЭ)	Джоуль на метр (Дж/м)	Килоэлектрон-вольт на микрометр (кэВ/мкм)	1 кэВ/мкм = = 1,602э10^{-10} Дж/м

времени dt к этому интервалу:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}\left(\dot{K} = \frac{dK}{dt},\ \dot{X} = \frac{dX}{dt},\ \dot{H} = \frac{dH}{dt}\right). \qquad (1.41)$$

Величины $\dot{D}$, $\dot{K}$, $\dot{X}$, $\dot{H}$ могут быть как постоянными, так и изменяться во времени по некоторому закону. Их единицы — частные от деления единиц поглощенной дозы (кермы, экспозиционной дозы, эквивалентной дозы) или их кратных или дольных единиц на соответствующую единицу времени.

В табл. 1.6 приведены соотношения между единицами СИ и внесистемными единицами в области ионизирующих излучений.

Глава 2

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ АКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ С ВЕЩЕСТВОМ

§ 2.1. Сечения взаимодействия ионизирующих излучений с веществом. Закон ослабления узкого пучка

Под взаимодействием излучений с веществом в данной главе понимаются лишь первичные элементарные акты взаимодействия ионизирующих частиц с веществом, которые происходят под действием кулоновских, электромагнитных и ядерных сил. Взаимодействие данного вида излучения (нейтроны, фотоны, электроны и т. д.) классифицируют по типу взаимодействия и по тем микрочастицам вещества, с которыми происходит взаимодействие, т. е. мишеням. Такими мишенями являются электроны, ядра или атомы в целом. В некоторых случаях определенное значение имеет связь электрона в атоме и атома в молекуле или кристалле. В других случаях этой связью можно пренебречь.

В результате взаимодействия заряженных частиц с веществом энергия теряется ими, как правило, небольшими порциями и в основном на ионизацию и возбуждение атомов среды. С увеличением энергии заряженных частиц существенным становится процесс образования тормозного излучения. Нейтроны и фотоны не имеют электрического заряда и поэтому не создают заметных ионизационных эффектов непосредственно. Но в результате упругих и неупругих (ядерных, электромагнитных) взаимодействий с атомами и ядрами среды нейтроны и фотоны образуют свободные заряженные частицы (электроны, ядра отдачи, α-частицы и т. д.). При этом доля передаваемой энергии в результате только одного акта взаимодействия может быть весьма значительной.

В силу статистической природы взаимодействия излучения с веществом для количественного описания этого процесса удобно пользоваться понятиями, имеющими вероятностный характер. Основополагающим при этом является понятие сечения взаимодействия.

Пусть в определенную точку пространства, где каким-либо источником создается поле излучения с плотностью потока частиц φ, помещается Δn_a атомов какого-либо элемента. Предположим, что полное число частиц, испытывающих взаимодействие с этими атомами в единицу времени, равно ν. Тогда *сечением взаимодействия* называется отношение

$$\sigma = \nu/(\varphi \Delta n_a), \qquad (2.1)$$

оно имеет размерность квадрата длины. Единицей измерения сечения взаимодействия в СИ является квадратный метр.

В практике расчетов в настоящее время широкое распространение получила внесистемная единица *барн* (б) (1 б $=10^{-28}$ м^2). Ниже значения микросечений приводятся в барнах, а формулы для них обычно в квадратных метрах.

Для большей наглядности полезно также выразить смысл сечения взаимодействия через понятие вероятности. Поместим на пути мононаправленного пучка ионизирующих частиц с плотностью потока φ образец вещества в виде цилиндра высотой dl и площадью основания S так, чтобы частицы падали нормально к основанию. Если в единице объема данного вещества находится n_a атомов, то, исходя из формулы (2.1), полное число взаимодействий, которое будет иметь место в этом образце объемом dV в единицу времени,

$$dN=\sigma\varphi n_a dV.$$

Тогда вероятность взаимодействия для одной частицы на пути в данном веществе

$$dW=\frac{dN}{\varphi S}=\frac{\sigma\varphi n_a S dl}{\varphi S}=\sigma n_a dl. \qquad (2.2)$$

Теперь, если в формуле (2.2) положить n_a и dl равными единице, то вероятность окажется численно равной сечению. Таким образом, сечение взаимодействия численно равно вероятности взаимодействия ионизирующей частицы на единичном пути в веществе, в единичном объеме которого находится один атом. Наряду с сечением взаимодействия, отнесенным к одному атому, используются сечения, отнесенные к одному электрону ($_{эл}\sigma$).

Полное сечение взаимодействия является суммой парциальных сечений, соответствующих различным процессам (упругое и неупругое рассеяние, деление, ядерные реакции и т. п.). Эти парциальные процессы для неделящихся ядер часто объединяют в две группы: *рассеяние и поглощение*. В соответствии с такой группировкой

$$\sigma=\sigma_s+\sigma_a, \qquad (2.3)$$

где σ_s — сечение рассеяния; σ_a — сечение поглощения.

В свою очередь сечение рассеяния принято разделять на *сечение упругого* σ_{el} *рассеяния*, при котором сохраняется сумма кинетических энергий частиц до взаимодействия и после, и *сечение неупругого рассеяния* σ_{in}, при котором эта сумма не сохраняется, так как часть энергии идет на возбуждение ядер. Таким образом,

$$\sigma_s=\sigma_{el}+\sigma_{in}. \qquad (2.4)$$

Сечения типа (2.1), (2.3) и (2.4) описывают вероятность отдельных процессов взаимодействия, не характеризуя энергетические и угловые распределения частиц после актов взаимодействия. Такая информация описывается *дифференциальным энергетическо-угловым сечением* $\sigma_s(E'\to E, \boldsymbol{\Omega}'\to\boldsymbol{\Omega})$, численно равным вероятности рассеяния для ионизирующей частицы на единице пути в веществе, имеющем один атом в единице объема, при котором энергия частицы изменяется со значения E' на E и направление движения с $\boldsymbol{\Omega}'$ на $\boldsymbol{\Omega}$ в единичных интервалах вокруг E и $\boldsymbol{\Omega}$. Для азимутально-симметричного рассеяния, наблюдаемого в изотропных средах, когда можно пренебречь поляризационными (спиновыми) эффектами,

$$\sigma_s(E'\to E, \boldsymbol{\Omega}'\to\boldsymbol{\Omega})=\sigma_s(E'\to E, (\boldsymbol{\Omega}'\cdot\boldsymbol{\Omega}))=\sigma_s(E'\to E, \theta_s). \qquad (2.5)$$

Интегрируя (2.5) по E или по $\boldsymbol{\Omega}$, получаем *дифференциальное угловое сечение* $\sigma_s(E', \theta_s)$ и *дифференциальное энергетическое сечение* $\sigma_s(E'\to E)$:

$$\sigma_s(E', \theta_s)=\int_0^{E'}\sigma_s(E'\to E, \theta_s)\,dE; \qquad (2.6)$$

$$\sigma_s(E'\to E)=2\pi\int_{-1}^{1}\sigma_s(E'\to E, \theta_s)\,d\mu_s, \qquad (2.7)$$

где $\mu_s=\cos\theta_s$.

Во многих случаях справедливо представление

$$\sigma_s(E'\to E, \theta_s)=\sigma_s(E')\,g(E'\to E)f(E', \mu_s). \qquad (2.8)$$

Здесь функция $g(E'\to E)$ характеризует *энергетическое распределение* частиц после рассеяния; $f(E', \mu_s)$ — *угловое распределение* частиц после рассеяния или *индикатриса рассеяния*.

Из приведенных выше определений следуют нормировочные соотношения

$$\left.\begin{aligned}&2\pi\iint\sigma_s(E'\to E, \theta_s)\,dE d\mu_s=\sigma_s(E');\\&\int g(E'\to E)\,dE=1;\\&2\pi\int f(E', \mu_s)\,d\mu_s=1.\end{aligned}\right\} \qquad (2.9)$$

Существуют также более сложные формы дифференциальных сечений процессов взаимодействий, когда наряду с изменением состояния налетающей частицы происходит образование вторичной частицы другого вида. Например неупругое рассеяние нейтронов сопровождается вылетом фотонов. Дифференциальные сечения такого типа обозначаются далее в виде $\sigma_s(E'\to E, \mu_s; E_\gamma)$, где E_γ — энергия фотона.

Все введенные выше сечения нормировались на взаимодействии с микроскопическим объектом (атомом, электроном или

ядром), поэтому их часто называют микроскопическими сечениями. При рассмотрении прохождения излучения через конкретное вещество вероятность взаимодействия для ионизирующей частицы на единице пути в данном веществе в силу аддитивности вероятностей взаимодействия на отдельных атомах будет равна

$$W = n_a \sigma. \tag{2.10}$$

Эту величину называют *макроскопическим сечением* взаимодействия и обозначают через Σ. В случае фотонов ее более предпочтительно называть *линейным коэффициентом ослабления* и обозначать через μ. Единицей Σ и μ в СИ является метр в минус первой степени.

Наряду с линейным коэффициентом ослабления μ на практике нередко применяется *массовый коэффициент ослабления* $\mu_m = \mu/\rho$, где ρ — плотность вещества.

Макроскопические сечения взаимодействия, так же как и микроскопические, подразделяют на интегральные и дифференциальные. Смысл и обозначения макроскопических дифференциальных сечений и микроскопических дифференциальных сечений (2.5)—(2.10) аналогичны.

Рассмотрим ослабление в веществе нерассеянного излучения. Пусть на плоский слой вещества параллельно оси x падает пучок мононаправленных моноэнергетических частиц с плотностью потока падающих частиц при $x=0$ (начало слоя), равном φ_0. Выделим на глубине x в веществе участок dx. Изменение плотности потока нерассеянных (не вступавших во взаимодействие) частиц за счет взаимодействия с веществом на этом участке

$$d\varphi = -\varphi(x)\Sigma dx. \tag{2.11}$$

Интегрируя (2.11), получаем

$$\varphi(x) = \varphi_0 e^{-\Sigma x}. \tag{2.12}$$

Формула (2.12) представляет собой *закон ослабления нерассеянного излучения*. Этот закон называют законом ослабления излучения в геометрии узкого пучка или в «хорошей» геометрии.

При решении некоторых задач удобно вместо Σ или μ использовать значения *слоев ослабления* $\Delta_{1/l}$, ослабляющих излучение в l раз. Из соотношения (2.12) можно получить

$$l = \varphi_0/\varphi(\Delta_{1/l}) = e^{\Sigma\Delta_{1/l}}, \tag{2.13}$$

откуда $\Sigma = \mu = \ln l/\Delta_{1/l}$.

Например, при $l=2$ связь между Σ или μ и *слоем половинного ослабления* $\Delta_{1/2}$

$$\mu = \ln 2/\Delta_{1/2} = 0{,}693/\Delta_{1/2}. \tag{2.14}$$

§ 2.2. Взаимодействие фотонов с веществом

Различают первичные и вторичные процессы взаимодействия фотонов с веществом. Вторичные процессы являются следствиями первичных и приводят к дополнительному фотонному излучению. Первичные процессы приводят к поглощению или рассеянию фотонов, вторичные рассматриваются ниже как дополнительный источник фотонов.

Фотоны взаимодействуют с электронами атома, ядром, электромагнитным полем заряженных частиц (ядер и электронов) и мезонным полем ядер.

В области энергии фотонов E' от 20 кэВ до 10 МэВ, к которой относятся фотоны большинства источников, рассмотренных в книге (реакторных, изотопных и т. д.), основными первичными процессами взаимодействия с веществом являются фотоэлектрический эффект, комптоновское рассеяние и образование электронно-позитронных пар. Значительно меньшую роль играет когерентное* (или томсон-релеевское) рассеяние на связанных электронах. Из вторичных процессов необходимо отметить аннигиляционное, тормозное и флуоресцентное излучение. Практически пренебрежимую роль в задачах защиты от излучений играют когерентное рассеяние на молекулах, потенциальное (дельбрюковское) рассеяние, фотораспад ядер (или ядерный фотоэффект).

Фотоэлектрический эффект. При атомном фотоэффекте налетающий фотон поглощается, передает свою энергию одному из атомных электронов и выбивает его из атома. При этом кинетическая энергия фотоэлектрона равна энергии поглощенного фотона за вычетом энергии связи электрона на данной оболочке (энергии ионизации этой оболочки). Энергия связи K-электронов E_K для разных элементов равна от 10 до 140 кэВ, а энергия ионизации L-оболочки E_L не превышает 30 кэВ. После выбивания связанного электрона появившийся свободный уровень заполняется электроном, и акт фотопоглощения завершается испусканием вторичного низкоэнергетического характеристического γ-излучения — флуоресцентного или испусканием электронов Оже**.

При $E' > E_K$ основную роль в фотоэффекте играют электроны K-оболочки, поскольку они обладают наибольшей энергией связи, и сечение фотоэффекта на K-оболочке составляет 80% полного сечения фотоэффекта σ_ϕ. Однако при $E' < E_K$ из атома могут быть выбиты только электроны с L- и более высоких

---

* При этом процессе, являющемся по существу упругим рассеянием, фотоны, рассеянные на разных электронах, находятся в определенных фазах относительно друг друга и могут интерферировать.

** С энергией, близкой к потенциалу ионизации I (см. § 2.4.).

оболочек. Поэтому $\sigma_ф$ испытывает скачки при E', равной энергии связи электронов в атоме, находящихся на L-, M- и т. д. оболочках.

Существует много формул, выражающих зависимость $\sigma_ф$ от Z и E'. Некоторые из них получены теоретически (решение релятивистского волнового уравнения Дирака для связанного электрона), большинство же — эмпирически. Выведенные теоретически на основе квантовой электродинамики формулы для общего случая любых Z и E' носят приближенный характер и имеют сложный вид, и расчеты по ним могут быть доведены до численного результата лишь в частных случаях. Поэтому на практике лучше всего пользоваться справочными данными.

Качественная зависимость функции $\sigma_{ф,K}(E', Z)$ для фотонов больших энергий ($E' \gg m_e c^2$) дается приближенной формулой Заутера

$$\sigma_{ф,K} \approx 4\pi r_e^2 Z^5 m_e c^2/(137E'), \qquad (2.15)$$

где $m_e c^2 = 0{,}511$ МэВ — энергия, соответствующая массе покоя электрона m_e; $r_e = e^2/(m_e c^2) = 2{,}82 \cdot 10^{-15}$ м — классический радиус электрона; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света; E' — энергия фотона, МэВ. Для нерелятивистской области ($E_K < E' \ll m_e c^2$) справедлива приближенная формула Гайтлера

$$\sigma_{ф,K} \approx 32\sqrt{2}\pi r_e^2 (m_e c^2)^{7/2} Z^5/(3 \cdot 137^4 E'^{7/2}). \qquad (2.16)$$

Таким образом, $\sigma_{ф,K}$ убывает в релятивистской области с возрастанием энергии E' медленнее (как E'^{-1}), чем в нерелятивистской (как $E'^{-7/2}$).

Полное сечение фотоэффекта $\sigma_ф$ при $E > E_K$ связано с $\sigma_{ф,K}$ выражением (погрешность 2—3%)

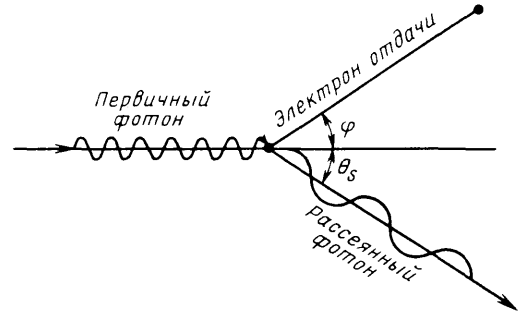
$$\sigma_ф/\sigma_{ф,K} \approx 1 + 0{,}01481 \ln^2 Z - 0{,}000788 \ln^3 Z. \qquad (2.17)$$

Как видно из приведенных формул, $\sigma_ф(Z) \sim Z^5$ и сечение фотоэффекта быстро убывает с ростом энергии фотона. Поэтому фотоэффект играет особо существенную роль лишь для небольших энергий фотонов и для тяжелых веществ (с большими Z). Сечение фотоэффекта при $E' = 0{,}5$ МэВ для различных материалов составляет от 10^{-3} до 50 б.

Комптоновское рассеяние. В отличие от фотоэффекта комптоновское рассеяние не приводит к поглощению фотона. В этом процессе фотон с первоначальной энергией E' в результате упругого * взаимодействия с электроном передает ему часть

* В общем процессе взаимодействия с атомами при переносе фотонов в среде комптоновское рассеяние является неупругим, так как сопровождается переходом энергии фотона в энергию движения отдельных электронов относительно окружающей среды. Кроме того, фотоны, рассеянные на различных («свободных») электронах, не обладают постоянной разностью фаз (в волновом представлении) относительно друг друга и не могут интерферировать. Поэтому комптоновское рассеяние некогерентно.

Рис. 2.1. Схема элементарного акта комптоновского рассеяния



энергии и изменяет направление своего движения. Поскольку скорость атомных электронов мала по сравнению со скоростью света, при $E' \geqslant E_K$ электрон до взаимодействия с фотоном можно с хорошей точностью считать свободным и покоящимся. Потерю энергии фотона $E' - E$ и угол рассеяния θ_s можно связать с помощью уравнений, описывающих законы сохранения энергии и импульса, свойственные упругому рассеянию (рис. 2.1):

$$E' = E + m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right); \quad \mathbf{P}' = \mathbf{P} + \frac{m_e \mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2.18)$$

Здесь E', $\mathbf{P}'$ и E, $\mathbf{P}$ — энергия и импульс фотона до рассеяния и после соответственно $[|\mathbf{P}| = E/c]$; $\mathbf{v}$ — скорость электрона, $\beta = v/c$. В результате преобразований можно получить связь между θ_s, E и E':

$$E/E' = \left[1 + (E'/(m_e c^2))(1 - \cos\theta_s)\right]^{-1}. \qquad (2.19)$$

Введя понятие безразмерной энергии фотона $\alpha = E/(m_e c^2)$, получим

$$\alpha/\alpha' = \left[1 + \alpha'(1 - \cos\theta_s)\right]^{-1}. \qquad (2.20)$$

Максимальная потеря энергии происходит при рассеянии назад ($\theta_s = \pi$). При этом энергия фотона после рассеяния

$$E = E'/(1 + 3{,}914E').$$

Таким образом, энергия рассеянного назад фотона не может превышать 0,255 МэВ независимо от его начальной энергии. Из формулы (2.19) видно, что энергия фотонов, рассеянных под прямым углом ($\theta_s = \pi/2$), всегда меньше 0,511 МэВ и не превышает это значение даже при большой начальной энергии фотонов. При рассеянии фотона прямо вперед ($\theta_s = 0$) энергия его не изменяется, т. е. $E' = E$.

Согласно теории Клейна — Нишины — Тамма, разработанной в квантовой электродинамике для описания взаимодействия фотонов со свободными электронами, сечение комптоновского взаимодействия

$$\sigma_K(\alpha') = 2\pi Z r_e^2 \left\{ \frac{1+\alpha'}{\alpha'^2} \left[\frac{2(1+\alpha')}{1+2\alpha'} - \frac{\ln(1+2\alpha')}{\alpha'} \right] + \right.$$

$$+\frac{\ln(1+2\alpha')}{2\alpha'}-\frac{1+3\alpha'}{(1+2\alpha')^2}\Bigg\}. \qquad (2.21)$$

Используя томсоновскую единицу сечения $\sigma_0=8\pi r_e^2/3=0{,}665$ б, формулу (2.21) при $\alpha'>10$, т. е. при $E'>5$ МэВ, можно упростить:

$$\sigma_K(\alpha')\approx(3\sigma_0 Z/(8\alpha'))(\ln 2\alpha'+1/2), \qquad (2.22)$$

т. е. сечение комптоновского взаимодействия с возрастанием E' убывает примерно по закону $1/E'$. Очень приближенно в области $0{,}1<\alpha'<10$, т. е. при $0{,}05$ МэВ $<E'<5$ МэВ, $\sigma_K\sim(E')^{-1/2}$.

Для небольших энергий $\alpha'\ll 1$ $(0{,}06<E'<0{,}15$ МэВ)

$$\sigma_K(\alpha')\simeq\sigma_0 Z/(1+2\alpha'). \qquad (2.23)$$

С увеличением энергии от 0,01 до 100 МэВ полное сечение комптоновского взаимодействия в расчете на один электрон, т. е. σ_K/Z, монотонно падает от 0,6 до 0,01 б.

Теория Клейна — Нишины — Тамма справедлива лишь для описания взаимодействия фотонов со свободными электронами. При малых энергиях фотонов (менее сотни килоэлектрон-вольт) для учета влияния энергии связи электронов в атоме сечение (2.21) следует умножить на так называемую функцию некогерентного рассеяния $S(|\mathbf{P}_e|, Z)$, описывающую вероятность возбуждения или ионизации атома при передаче импульса $|\mathbf{P}_e|=2(E'/c)\sin(\theta_s/2)$ любому из атомных электронов. Эта функция табулирована в ряде работ, и ее значения составляют при $E'=0{,}06$ МэВ от 0,995 для водорода до 0,735 для плутония.

В процессе комптоновского взаимодействия фотоны рассеиваются под всевозможными углами $(0\leqslant\theta_s\leqslant\pi)$. Дифференциальное угловое сечение комптоновского взаимодействия с веществом $\sigma_K(E', \theta_s)$ согласно теории Клейна — Нишины — Тамма равно

$$\sigma_K(\alpha', \theta_s)=\frac{Zr_e^2}{2}[1+\alpha'(1-\mu_s)]^{-2}\left[1+\mu_s^2+\frac{(\alpha')^2(1-\mu_s)^2}{1+\alpha'(1-\mu_s)}\right]. \qquad (2.24)$$

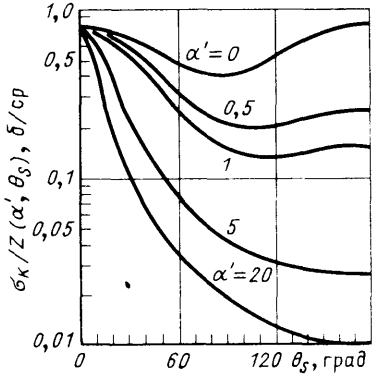


Рис. 2.2. Дифференциальное угловое сечение комптоновского рассеяния фотонов

Для фотонов высокой энергии наблюдается рассеяние преимущественно в направлении вперед (рис. 2.2). Например, при $E'=10$ МэВ сечение составляет половину $\sigma_K(\theta_s=0^\circ)$ уже для угла рассеяния $\theta_s=12^\circ$, а для рассеяния назад оно равно примерно 1% $\sigma_K(\theta_s=0^\circ)$. С уменьшением энергии дифференциальное сечение зависит от угла рассеяния все более слабо.

Важной характеристикой комптоновского взаимодействия (необходимой при расчете радиационного энерговыделения в среде) является средняя относительная потеря фотоном энергии в этом процессе

$$\frac{\overline{E'-E}}{E'}=\frac{\overline{\alpha'-\alpha}}{\alpha'}=2\pi\int\frac{\alpha'-\alpha(\theta_s)}{\alpha'}\frac{\sigma_K(\alpha', \theta_s)}{\sigma_K(\alpha')}d\mu_s. \qquad (2.25)$$

Эта величина пропорциональна энергии, передаваемой комптоновским электронам отдачи. Используя формулу (2.24), при интегрировании (2.25) получаем выражение (при $t=1+2\alpha'$)

$$_a\sigma_K(\alpha')=\frac{\overline{\alpha'-\alpha}}{\alpha'}\sigma_K(\alpha')=$$

$$=2\pi Zr_e^2\left\{\frac{2(1+\alpha')^2}{(\alpha')^2 t}-\frac{1+3\alpha'}{t^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{(1+\alpha')[1+2\alpha'-2(\alpha')^2]}{(\alpha')^2 t^2}-\frac{4(\alpha')^2}{3t^3}-\left[\frac{\alpha'+3/2}{(\alpha')^3}-\frac{1}{2\alpha'}\right]\ln t\right\}, \qquad (2.26)$$

которое называют сечением* комптоновского поглощения энергии. При $\alpha'>10$

$$_a\sigma_K(\alpha')\approx(3\sigma_0 Z/(8\alpha'))(\ln 2\alpha'-5/6); \qquad (2.27)$$

при $\alpha'\ll 1$

$$_a\sigma_K(\alpha')\approx\sigma_0 Z\alpha'/(1+2\alpha')^2. \qquad (2.28)$$

Сечение комптоновского поглощения энергии в расчете на один электрон $_a\sigma_K/Z$ с увеличением энергии от 0,01 до 0,5 МэВ возрастает примерно от 0,01 до 0,1 б, а при дальнейшем возрастании энергии начинает падать. В области энергий около 1,5 МэВ сечение $_a\sigma_K$ составляет примерно $0{,}5\,\sigma_K$.

Из формулы (2.25) следует, что отношение средней энергии рассеянных фотонов к их начальной энергии (рис. 2.3) равно $\bar{E}/E'=1-(_a\sigma_K/\sigma_K)$. Таким образом, при $E'=1{,}5$ МэВ $\bar{E}\approx E'/2$. С дальнейшим увеличением энергии первичных фотонов доля энергии, уносимой рассеянными фотонами, монотонно уменьшается и все бóльшая часть энергии передается электронам отдачи. Дифференциальное угловое энергетическое сечение комптоновского рассеяния можно получить, используя выражение (2.24) и учитывая формулу (2.20), описывающую однозначную взаимосвязь потери энергии фотона с углом его рассеяния, представлением этой связи в виде δ-функции:

* Соответственно разность $\sigma_K - {}_a\sigma_K$ называют сечением истинного комптоновского рассеяния и обозначают $_s\sigma_K$.

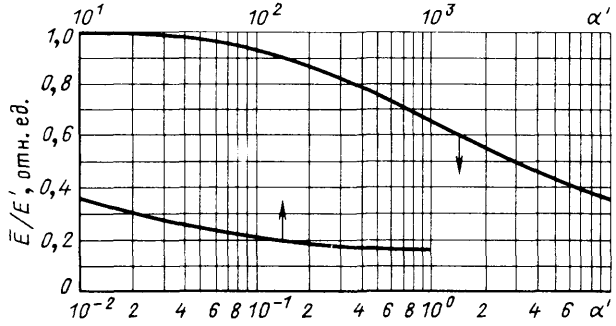


Рис. 2.3. Отношение средней энергии рассеянных при комптоновском взаимодействии фотонов к их начальной энергии

$$\sigma_K(\alpha' \to \alpha,\ \theta_s) = \frac{r_e^2 Z}{2}\left(\frac{\alpha}{\alpha'}\right)^2\left(\frac{\alpha}{\alpha'} + \frac{\alpha'}{\alpha} - \sin^2\theta_s\right)\delta\left[\alpha - \frac{\alpha'}{1+\alpha'(1-\cos\theta_s)}\right]. \quad (2.29)$$

При расчетах переноса фотонов в среде часто удобно использовать вместо энергетической переменной E длину волны фотона λ. Тогда *

$$\lambda = 1/\alpha = m_e c^2/E, \quad (2.30)$$

или $\lambda = 0{,}511/E$, если E выражается в мегаэлектрон-вольтах. Увеличение длины волны, связанное с комптоновским рассеянием, соответственно формуле (2.20) равно

$$\lambda - \lambda' = 1 - \mu_s, \quad (2.31)$$

где λ' и λ — длина волны фотона до рассеяния и после. Отсюда видно, что максимальный прирост длины волны (при отклонении на угол $\theta_s = \pi$) равен двум, т. е. $\lambda_{\text{макс}} = \lambda' + 2$.

Используя в качестве переменной длину волны (2.30) и учитывая выражение (2.31), формулу (2.29) можно записать в виде

$$\sigma_K(\lambda' \to \lambda,\ \mu_s) = \sigma_K(\lambda' \to \lambda)\,\delta(1 + \lambda' - \lambda - \mu_s)/4\pi, \quad (2.32)$$

где функция $\sigma_K(\lambda' \to \lambda) = \pi r_e^2 Z(\lambda'/\lambda)^2\left[\lambda'/\lambda + \lambda/\lambda' + 2(\lambda' - \lambda) + (\lambda' - \lambda)^2\right]$ при $\lambda' \leqslant \lambda \leqslant \lambda' + 2$ и равна нулю вне этой области.

В некоторых случаях необходимо знать энергию электронов отдачи E_e и сечение их образования. Из соотношений (2.18) можно получить, что

* Фактически в качестве единицы длины волны $\lambda = hc$ используется комптоновская длина волны $\lambda_0 = h/(mc) = 2{,}43 \cdot 10^{-10}$ м.

$$E_e = E'\alpha'(1-\mu_s)/[\alpha'(1-\mu_s)+1] = 2E'\alpha'[1 + 2\alpha' + (1+\alpha')^2 \operatorname{tg}^2\varphi], \quad (2.33)$$

причем угол φ между направлением электрона отдачи и направлением движения первичного фотона не может превышать $\pi/2$. Энергия электрона максимальна при $\theta_s = \pi$ (или $\varphi = 0$). При малых θ_s электроны получают незначительную долю энергии и вылетают в направлении, близком к $\varphi = \pi/2$.

Выражение для дифференциального сечения образования электронов отдачи с энергией $\alpha_e = E_e/(m_e c^2)$ получают из формулы (2.24) соответствующей заменой переменных:

$$\sigma_K(\alpha';\ \alpha_e) = \pi r_e^2 Z\left\{\left[\frac{\alpha_e}{\alpha'^2}\right]^2 + 2\left(\frac{\alpha' - \alpha_e}{\alpha'}\right)^2 + \frac{(\alpha' - \alpha_e)\,\alpha_e(\alpha_e - 2)}{\alpha'^3}\right\}(\alpha' - \alpha_e)\,m_e c^2. \quad (2.34)$$

Когерентное рассеяние. Если формально в формуле (2.24) устремить значение энергии фотона к нулю ($\alpha' \to 0$), то при $Z = 1$ получим классическую формулу Томсона

$$\sigma_0(\theta_s) = (r_e^2/2)(1 + \mu_s^2). \quad (2.35)$$

Эта формула описывает упругое (когерентное) рассеяние фотонов на одиночном электроне. Она учитывает колебания свободного электрона под действием осциллирующих сил первичной фотонной волны, а также энергию, которую осциллирующий электрон «излучает» согласно классическим законам электродинамики. Однако эта энергия пренебрежимо мала, и потери энергии фотона практически не происходит. С учетом когерентности фотонной волны, рассеянной на различных электронах атома (и приводящей к явлению интерференции), дифференциальное сечение упругого рассеяния фотонов равно

$$\sigma_{el}(\theta_s) = (r_e^2/2)(1 + \mu_s^2)\,[F(|\mathbf{P}_e|,\ Z)]^2. \quad (2.36)$$

Здесь $F(|\mathbf{P}_e|,\ Z)$ называется формфактором и представляет вероятность передачи импульса $|\mathbf{P}_e|$ совокупности Z электронов атома. В соответствии с формулой (2.7) сечение σ_{el} есть интеграл по углу от выражения (2.36). В первом приближении $F \sim Z^2$, и это обстоятельство позволяет понять существенное возрастание роли когерентного рассеяния при переходе от легких элементов к тяжелым. Так, например, для $E = 1$ МэВ отношение сечений когерентного и комптоновского возрастает от 10^{-3} для легких элементов до 0,05 для тяжелых. Однако сравнение дифференциальных сечений рассеяния на малые углы показывает возрастание указанных значений отношения примерно в 100 раз. Это указывает на доминирующую роль когерентного рассеяния на малые углы для тяжелых элементов. Роль

процесса когерентного рассеяния уменьшается с ростом энергии фотонов выше 1 МэВ.

Образование электронно-позитронных пар. В поле ядра или атомного электрона фотон может превратиться в электронно-позитронную пару, которой передается вся энергия первичного фотона (доля энергии, передаваемой ядру отдачи, очень мала — обычно менее 5 кэВ). Кинетическая энергия пары в поле ядра равна энергии фотона минус энергия, соответствующая массе покоя образованной пары $(2m_ec^2)$. Следовательно, процесс образования пар имеет энергетический порог, равный $2m_ec^2 = 1{,}022$ МэВ.

При образовании пары в поле электрона энергия отдачи этого электрона весьма велика, и пороговая энергия для этого процесса практически удваивается. Количественно сечение образования пар в поле атомного электрона пропорционально Z, а сечение образования пар $\sigma_п$ в поле ядра для области энергий фотонов, имеющих значение для изотопных и реакторных источников, пропорционально Z^2. Это сечение монотонно возрастает от нуля при пороговой энергии, изменяется приблизительно линейно с E' до примерно постоянного значения в области энергий, близких к 50 МэВ, в материалах с высоким Z и при еще больших энергиях — в материалах с низким Z. Максимальное сечение составляет примерно 100 б.

Поскольку $\sigma_п$ в поле электрона примерно в Z раз меньше $\sigma_п$ в поле ядра и при $E' < 10$ МэВ составляет менее 2% полного сечения σ, то роль этого процесса в переносе фотонов малосущественна.

Электрон и позитрон испускаются преимущественно в том же направлении, в каком двигался падающий фотон, особенно когда энергия фотона E' и, значит, его импульс велики. Основная часть электронов и позитронов движется в пределах угла 0,511 МэВ/E' радиан относительно направления движения фотона. Энергия фотона распределяется между электроном и позитроном.

Как и при фотоэффекте, процесс образования пар сопровождается относительно низкоэнергетическим γ-излучением, имеющим, однако, другое происхождение. Свободный позитрон нестабилен в присутствии электронов среды и быстро рекомбинирует с одним из них. Исчезновение позитрона в этом процессе аннигиляции сопровождается излучением эквивалентного количества энергии в виде γ-излучения.

Аннигиляционное излучение имеет наибольшее значение для источников γ-излучения высокой энергии ($E' > 6$ МэВ) и для сред из тяжелых элементов ($Z > 25$). В худшем случае (кроме альбедных задач, см. гл. 13) это излучение составляет до 7% полной дозы излучения, что несущественно для большинства задач. Однако это излучение заметно в спектре рассеянного

излучения в области малых энергий (ниже 0,5 МэВ) и, следовательно, должно учитываться при рассмотрении низкоэнергетического излучения и особенно интенсивности отраженного излучения.

Выражение для $\sigma_п$ как функции E' и Z имеет в общем случае сложный вид. При $2m_ec^2 \leqslant E' \leqslant 137m_ec^2Z^{-1/3}$ довольно точные результаты дает теория Бете — Гайтлера:

$$\sigma_п(E') = r_e^2 \frac{Z^2}{137}\left(\frac{28}{9}\ln\frac{2E'}{m_ec^2} - \frac{218}{27}\right). \qquad (2.37)$$

Дифференциальное сечение образования аннигиляционных фотонов можно записать в следующем виде:

$$\sigma_п(E' \to E, \theta_s) = 2\sigma_п(E')\,\delta(E - 0{,}511) f_{ан}(\theta_s), \qquad (2.38)$$

где $f_{ан}(\theta_s)$ — угловое распределение аннигиляционных фотонов. Поскольку аннигиляция имеет наибольшую вероятность при малых энергиях позитронов, угол между направлениями распространения каждой пары аннигиляционных фотонов равен примерно π, а в целом $f_{ан}(\theta_s) \approx 1/(4\pi)$.

Образование фотонейтронов. Из указанных в начале раздела процессов взаимодействия фотонов с веществом специфична одна из разновидностей фотоядерной реакции — образование фотонейтронов (γ, n), т. е. выбивание нейтронов из ядра под действием фотонов высокой энергии. Эта реакция имеет пороговый характер и происходит при превышении энергии фотона над энергией связи нейтрона в ядре $E_{св}$, которая для большинства ядер равна 6 — 8 МэВ. Исключение составляют дейтерий и бериллий, пороговая энергия для которых в реакции (γ, n) довольно мала (2,23 и 1,665 МэВ для дейтерия и бериллия соответственно).

Сечение этой реакции слишком мало, чтобы указанный процесс мог заметно повлиять на ослабление фотонов в среде, и даже для тяжелых ядер примерно при 20 МэВ оно составляет только 1 б. Однако в ряде случаев при достаточно большой толщине радиационной защиты реакция (γ, n) может играть определенную роль.

Общая характеристика взаимодействия фотонов с веществом. Полное сечение взаимодействия фотонов есть сумма сечений всех упомянутых выше сечений парциальных процессов:

$$\sigma = \sigma_ф + \sigma_K + \sigma_{el} + \sigma_п + \sigma_{\gamma,n} + \ldots \qquad (2.39)$$

Однако в практике расчетов прохождения фотонов в среде чаще используется другая, упрощенная трактовка этого сечения, связанная с неучетом процессов, слабо влияющих на перенос фотонов, — когерентного рассеяния, (γ, n)-реакции и др. [При этом, естественно, такие процессы не должны учитываться и в суммарном дифференциальном сечении рассеяния, см. ниже — в

формуле (2.41).] Таким образом, учитываются лишь основные процессы

$$\sigma = \sigma_{\phi} + \sigma_K + \sigma_{\text{п}}. \qquad (2.40)$$

Рассмотрим зависимость σ от энергии фотонов. Характерная особенность $\sigma(E')$ — наличие минимума. Он объясняется убыванием сечений комптоновского рассеяния σ_K и фотоэффекта σ_{ϕ} с ростом энергии фотонов и возрастанием при этом $\sigma_{\text{п}}$. При некотором значении E' рост $\sigma_{\text{п}}$ начинает превосходить уменьшение σ_K и σ_{ϕ}, поэтому при больших энергиях σ растет с увеличением E'. Энергия $E_{\text{мин}}$, при которой σ достигает минимума, различна для разных элементов. Так как σ_K пропорционально Z, а $\sigma_{\text{п}}$ пропорционально Z^2, то $E_{\text{мин}}$ уменьшается с возрастанием Z. Для легких элементов $E_{\text{мин}} \gg 10$ МэВ.

Так, для азота $E_{\text{мин}} = 45$ МэВ, а для алюминия 21 МэВ. Для элементов, расположенных в периодической системе элементов по соседству с железом, $E_{\text{мин}}$ составляет примерно 8 МэВ. Характерно, что для элементов легкой и средней массы минимум сечения очень широкий, и существует довольно большой интервал энергий, где σ слабо изменяется с энергией. Для тяжелых элементов положение минимума мало изменяется с ростом Z (3,5 МэВ для вольфрама и 3,4 МэВ для свинца), а сам он становится все более отчетливым и явно выраженным.

Для каждого элемента всю область изменения энергии можно разбить на три части, в каждой из которых наиболее вероятен один из рассмотренных трех основных процессов. В случаях малых энергий фотоны в основном поглощаются при фотоэлектрическом взаимодействии, для средних энергий преобладает комптоновское взаимодействие, для высоких энергий — процесс образования пар. Например, для железа фотоэффект доминирует при $E_{\gamma} < 120$ кэВ, образование пар — при $E_{\gamma} > 9{,}5$ МэВ, комптоновское взаимодействие — между этими границами.

Диапазон энергий, где преобладает комптоновское взаимодействие, для других элементов несколько отличается: от 0,5 до 5 МэВ для свинца, от 0,05 до 15 МэВ для алюминия и от 0,02 до 23 МэВ для воздуха.

Доминирующая роль разных процессов в различных областях энергии приводит соответственно к разной зависимости σ от Z в этих областях. Поэтому для малых энергий фотонов ($E' \lesssim 300$ кэВ) весьма приближенно $\sigma \sim Z^5$, при 0,3 МэВ $< E <$ 7 МэВ $\sigma \sim Z$, при $E \gtrsim 7$ МэВ $\sigma \sim Z^2$.

Полное сечение характеризует суммарную вероятность взаимодействия с веществом, приводящего как к поглощению; так и к рассеянию фотонов. Основной вклад в дифференциальное сечение рассеяния вносят процессы комптоновского и когерентного рассеяния. Кроме того, следует принимать во внимание

такой вторичный процесс, как образование аннигиляционных фотонов при образовании пар. (При этом для простоты можно пренебречь малым пробегом позитрона в среде по сравнению с пробегом фотона.) Что касается других вторичных процессов — флуоресцентного и тормозного излучения при фотоэффекте, тормозного излучения при образовании пар, то, поскольку эти излучения достаточно низкой энергии (кроме случаев защиты электронных ускорителей, см. гл. 22), они обычно поглощаются на небольших расстояниях от места их образования. Поэтому их для простоты при рассмотрении уравнения переноса фотонов в среде (см. гл. 5) не отличают от процессов поглощения. Таким образом, для фотонов *

$$\sigma_s(E' \to E, \theta_s) = \sigma_K(E' \to E, \theta_s) + \sigma_{el}(E', \theta_s)\,\delta(E' - E) + \\ + \sigma_{\text{п}}(E')\,\delta(E - 0{,}511)/(2\pi). \qquad (2.41)$$

Рассеяние фотонов, так же как их поглощение, как указывалось выше, сопровождается передачей энергии веществу. При расчете кермы (см. гл. 1) используется сечение передачи фотонами энергии электронам вещества $\sigma_{\text{пер}}$. Соответствующее макроскопическое сечение часто называют линейным коэффициентом передачи энергии $\mu_{\text{пер}}$. Численно $\sigma_{\text{пер}}$ равно полному сечению за вычетом сечения истинного комптоновского рассеяния:

$$\sigma_{\text{пер}} = \sigma - {}_s\sigma_K = \sigma_{\phi} + {}_a\sigma_K + \sigma_{\text{п}}. \qquad (2.42)$$

При расчете поглощенной дозы излучения D (см. § 1.4) используют сечение поглощения энергии фотонов $\sigma_{\text{пог}}$, которое меньше $\sigma_{\text{пер}}$ на сечение выхода тормозного излучения (см. § 2.4), образующегося при замедлении вторичных заряженных частиц (фотоэлектронов и электронов Оже, электронов и позитронов пар, комптоновских электронов); $\sigma_{\text{пог}} = \sigma_{\text{пер}}(1 - g)$, где g — доля энергии *1 вторичных частиц, переходящей в тормозное излучение.

Вместо линейных коэффициента ослабления μ и коэффициента передачи энергии $\mu_{\text{пер}}$ в справочниках часто приводят соответствующие массовые *2 коэффициенты μ_m и $\mu_{tr,m}$, см^2/г: $\mu_m = \mu/\rho$; $\mu_{tr,m} = \mu_{\text{пер}}/\rho$. Понятно, что зависимость массового коэффициента ослабления μ_m от E (рис. 2.4) подобна зависимости $\mu(E)$, закономерности которой описаны выше.

---

* В случае использования для σ формулы (2.40) в соотношении (2.41) также соответственно не учитывается когерентное рассеяние.

*1 Если подходить строго, в общем случае в соответствии с § 1.4 в g еще нужно учесть долю энергии, уносимой из элемента объема аннигиляционными фотонами. Этот унос можно учесть и по-другому, а именно умножив $\sigma_{\text{п}}$ в формуле (2.42) на коэффициент $(E' - 1{,}022)/E'$.

*2 Аналогично: $\mu_{en,m} = \sigma_{\text{пэг}} n_a/\rho$; $\mu_{en} = \sigma_{\text{пог}} n_a$.

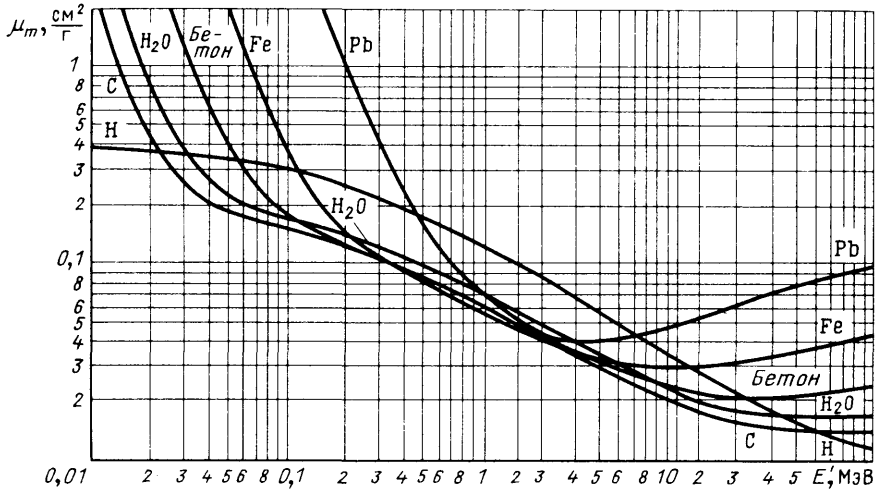


Рис. 2.4. Зависимость массового коэффициента ослабления для некоторых веществ от энергии фотонов

Если вещество является химическим соединением различных атомов или их смесью, то его массовый коэффициент μ_m, см^2/г, определяется суммированием массовых коэффициентов $\mu_{m,i}$ отдельных составляющих с учетом их массового содержания ω_i:

$$\mu_m = \sum_i \omega_i \mu_{m,i}. \qquad (2.43)$$

§ 2.3. Взаимодействие нейтронов с веществом

В отличие от фотонов для нейтронов существенны лишь процессы их взаимодействия с ядрами атомов.

При этих взаимодействиях нейтроны в зависимости от энергии могут вступать в различные процессы: упругое и неупругое рассеяние, захват нейтрона с последующим излучением фотонов (радиационный захват), захват с испусканием заряженных частиц и деление ядер. Сечения указанных процессов являются сложными функциями энергии нейтронов E и значительно различаются для разных элементов и даже изотопов одного элемента.

Хотя строго общепризнанной классификации нейтронов по их энергии не существует, довольно условно нейтроны разделяют по следующим энергетическим интервалам:

1) медленные, $E < 1$ кэВ;
2) нейтроны промежуточных энергий, 1 кэВ $< E <$ 0,2 МэВ;
3) быстрые, 0,2 МэВ $< E <$ 20 МэВ;
4) сверхбыстрые, $E >$ 20 МэВ.

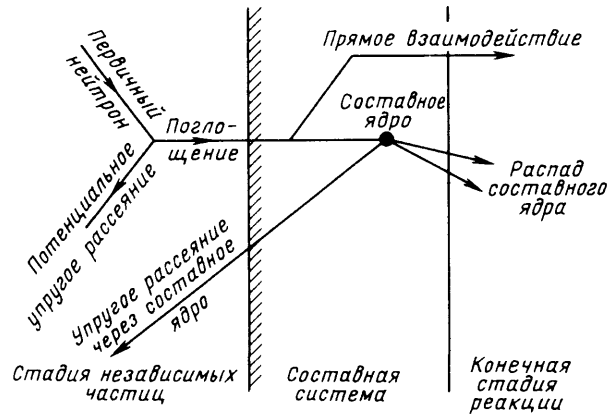


Рис. 2.5. Схема процессов взаимодействия нейтронов с ядрами

Среди медленных нейтронов выделяют группу «холодных» нейтронов ($E < 0{,}005$ эВ), группу тепловых нейтронов (0,005 эВ $< E <$ 0,5 эВ), находящихся в термодинамическом равновесии с атомами материала, в котором они распространяются, и группу надтепловых нейтронов (0,5 эВ $< E <$ 1 кэВ).

Согласно современным представлениям теории ядра процессы взаимодействия нейтронов с ядрами протекают в три стадии: 1) движение независимых частиц; 2) составная система; 3) окончание процесса (рис. 2.5).

На первой стадии первичный нейтрон взаимодействует с ядром-мишенью, которое действует на него как потенциальная яма (с комплексным потенциалом). При этом первичная нейтронная волна частично рассеивается и рассеянный таким образом нейтрон не участвует в последующей стадии. Рассеяние, происходящее на этой стадии, называют упругим потенциальным рассеянием (соответствующее сечение σ_{el}^{p}).

При переходе ко второй стадии происходит поглощение нейтрона (здесь под поглощением понимается любой процесс, при котором нейтрон выбывает из первоначального состояния). Взаимодействие нейтрона с ядром на этой стадии не может быть описано только потенциалом. Состояние ядро — нейтрон представляет собой составную систему. Поглощение (в упомянутом выше смысле) нейтронов может происходить различными путями: 1) первичный нейтрон испытывает столкновения с отдельными нуклонами в ядре (прямые взаимодействия: объемные и поверхностные) — соответствующее сечение σ_d; 2) первичный нейтрон вызывает те или иные типы коллективного движения нуклонов в ядре, например вращение ядра или поверхностные колебания (в первом приближении этими процессами можно пренебречь); 3) образуется составное ядро — соот-

ветствующее сечение σ_c. Понятие составного ядра значительно уже понятия составной системы и характеризуется тем, что первичная частица полностью сливается с нуклонами ядра и становится неотличимой от остальных частиц. Время жизни составного ядра около 10^{-17} с, а его энергия возбуждения равна сумме кинетической энергии первичного нейтрона и энергии связи, вносимой нейтроном при его поглощении (7 — 10 МэВ для средних и 6 — 7 МэВ для тяжелых ядер).

На третьей стадии продукты взаимодействия отделяют друг от друга. Она сходна с первой стадией в том смысле, что испущенные частицы можно рассматривать как волны, расходящиеся из потенциальной ямы — конечного ядра. Результатом третьей стадии может быть упругое и неупругое рассеяние нейтронов, радиационный захват (n, γ) и другие ядерные реакции $[(n, p), (n, \alpha), (n, 2n)$ и др.]. Первый из этих процессов называют упругим рассеянием через составное ядро $(\sigma_{c,el})$ в отличие от упругого потенциального рассеяния. Распад составного ядра происходит в соответствии со статистическими ядерными законами.

Вследствие квантового характера возбуждения составное ядро может находиться только в определенных дискретных энергетических состояниях. Поэтому сечение образования составного ядра велико, когда энергия первичного нейтрона соответствует образованию составного ядра в одном из этих состояний. Отсюда вытекает резонансный характер энергетической зависимости нейтронных сечений процессов, связанных с образованием составного ядра, а следовательно, и полного сечения взаимодействия нейтронов. Из-за размытости энергетических уровней пики сечений также имеют конечную ширину.

Сильная резонансная структура сечений особенно отчетливо проявляется у легких и средних ядер. При этом для легких ядер, таких, как кислород и углерод, при низкой энергии нейтронов и для магических ядер характерны широкие промежутки между резонансами. С увеличением энергии нейтрона до нескольких мегаэлектрон-вольт увеличивается энергия возбуждения составного ядра, и в возбужденном ядре возникают более благоприятные условия для создания целого набора перераспределений энергии с концентрацией ее на различных частицах. Поэтому с ростом энергии увеличиваются плотность уровней возбуждения составного ядра и их ширина, отдельные уровни начинают приближаться друг к другу и перекрываются (рис. 2.6). С дальнейшим увеличением энергии распределение уровней возбуждения составного ядра становится квазидискретным или непрерывным. Характерно также, что амплитуда резонансов (высота пиков сечений) уменьшается с ростом энергии нейтронов. Все это приводит к существенному сглаживанию энергетической зависимости сечений.

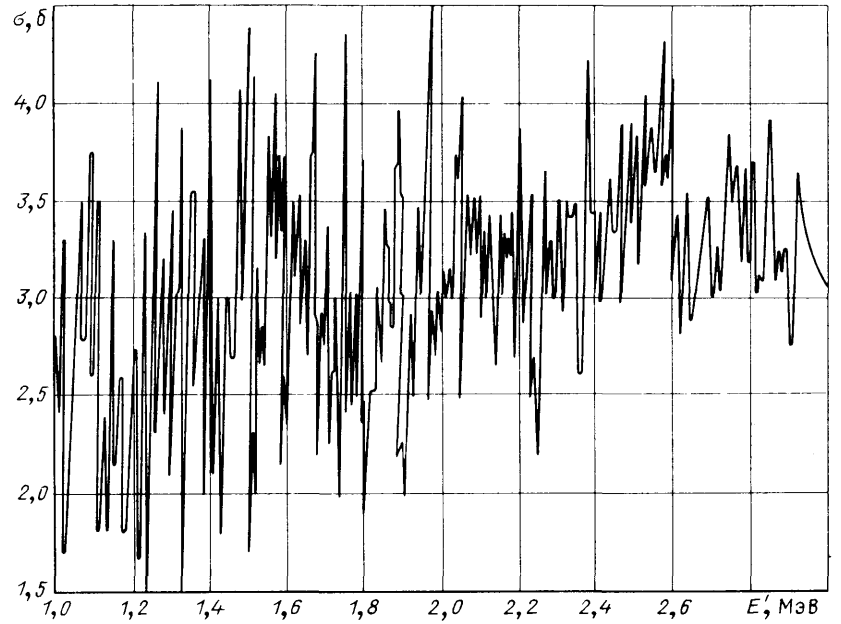


Рис. 2.6. Энергетическая зависимость полного сечения взаимодействия нейтронов с ядрами ^{56}Fe при $E = 1 \div 3$ МэВ

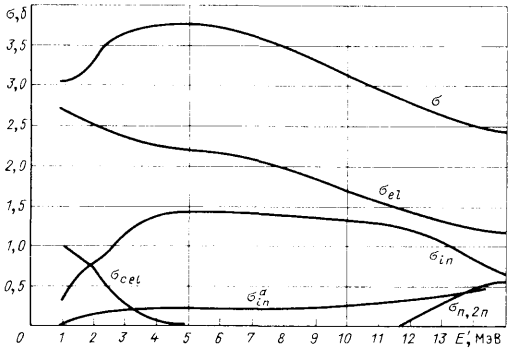


Рис. 2.7. Энергетическая зависимость усредненных по резонансам сечений взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами ^{56}Fe

В этой области энергий $\sigma_{c,el}$ становится пренебрежимо малым и распад составного ядра происходит в основном по каналу неупругого рассеяния. Вместе с тем увеличивается роль процессов прямого взаимодействия с нуклонами ядра, т. е. процессов, не проходящих через стадию образования составного ядра.

Для представления характера соотношения сечений различных процессов взаимодействия нейтронов на рис. 2.7 приведены сглаженные по энергии (усредненные) сечения этих процессов для ядер ^{56}Fe в интервале энергий 1 — 15 МэВ. Видно, что доля сечения неупругого рассеяния заметно увеличивается с ростом энергии нейтронов. Видно также, что доля прямого взаимо-

действия в неупругом рассеянии при $E' \approx 10$ МэВ составляет примерно 20% и далее с ростом энергии монотонно увеличивается.

В отличие от фотонов энергетическую зависимость нейтронных сечений из-за их сложного характера не удается аппроксимировать какими-либо простыми формулами. Единственным исключением является водород, сечение которого в области быстрых нейтронов ($E' > 0{,}5$ МэВ) с погрешностью до нескольких процентов выражается следующим образом (в барнах):

$$\sigma^{\mathrm{H}}(E') = \pi \{3[k + (0{,}089k - 1{,}85)^2]^{-1} + [k + (0{,}0135k + 0{,}422)^2]^{-1}\}, \quad (2.44)$$

где $k = 1{,}21E'$; E' — энергия, МэВ. Довольно хорошим приближением к этой формуле является выражение $\sigma^{\mathrm{H}}(E) = 5{,}13E^{-0{,}725}$.

Многочисленные данные по сечениям взаимодействия нейтронов с различными ядрами в форме таблиц и графиков приводятся в ряде справочников, например в многотомном атласе BNL-325, периодически переиздаваемом по мере появления новых экспериментальных данных. Из-за обилия таких данных, получаемых различными авторами, и зачастую из-за их несогласованности и противоречивости получили распространение библиотеки так называемых оцененных, рекомендованных для пользователя данных. Для удобства использования и обработки эти библиотеки приходится хранить в памяти ЭВМ. Известны такие библиотеки в разных странах: БРОНД в СССР, UKNDL в Великобритании, ENDF/B в США, KEDAK в ФРГ и т. д.

В области тепловых и медленных нейтронов, как правило, σ имеет постоянное значение (рис. 2.8) для элементов, слабо поглощающих нейтроны (O, C, Si и т. п.), или монотонно возрастает по мере уменьшения энергии для элементов, заметно поглощающих нейтроны (Li, B и т. п.). Надтепловые и промежуточные нейтроны способны вызвать возбуждение лишь достаточно редко расположенных нижних уровней составного ядра. Сечение образования составного ядра в окрестности такого уровня может быть определено по формуле Брейта — Вигнера, иллюстрирующей резонансный характер изменения сечения:

$$\sigma_{\mathrm{c}}(E') \approx \sigma_0 (\Gamma^2/4)/[(E' - E_{\mathrm{рез}})^2 + \Gamma^2/4]. \quad (2.45)$$

Здесь $E_{\mathrm{рез}}$ — энергия резонанса, ближайшего к энергии E', в котором сечение равно σ_0 (пик сечения); $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$ — полная ширина уровня, характеризующая время жизни составного ядра при возбуждении этого уровня и равная сумме парциальных ширин Γ_i, соответствующих вероятности отдельных процессов

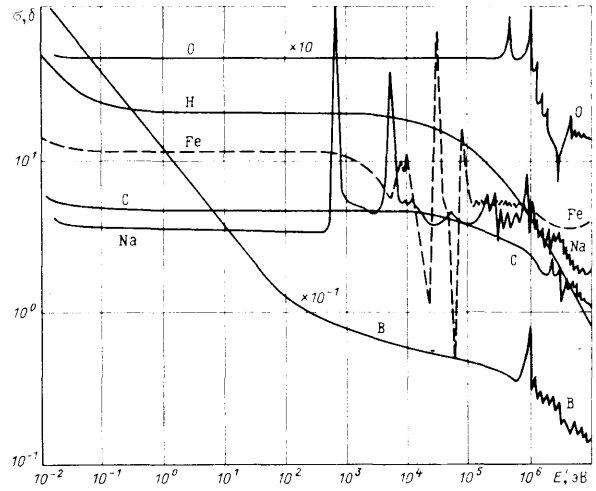


Рис. 2.8. Энергетическая зависимость полных сечений ядер некоторых элементов

[Γ_n — нейтронная ширина, характеризующая резонансное упругое рассеяние; Γ_γ — радиационная ширина, соответствующая радиационному захвату нейтронов, т. е. (n, γ)-реакции]. Сечения радиационного захвата $\sigma_{n,\gamma}$ и резонансного упругого рассеяния $\sigma_{\mathrm{c},el}$ связаны с σ_{c} следующим образом:

$$\sigma_{n,\gamma} = \sigma_{\mathrm{c}}\Gamma_\gamma/\Gamma; \ \sigma_{\mathrm{c},el} = \sigma_{\mathrm{c}}\Gamma_n/\Gamma. \quad (2.46)$$

Сечение в пике резонанса для средних и тяжелых ядер обратно пропорционально скорости нейтронов, т. е. $\sigma_0(E_{\mathrm{рез}}) = CE_{\mathrm{рез}}^{-1/2}$, где C — некоторая константа. Отсюда следует, что при переходе от резонанса к резонансу при возрастании энергии нейтрона высота резонансных пиков в ходе сечений постепенно уменьшается. Для тяжелых и средних ядер при энергиях ниже резонансных вероятность захвата нейтронов существенно больше вероятности его резонансного рассеяния. Соответственно этому $\Gamma_n \ll \Gamma$ и $\Gamma \approx \Gamma_\gamma$. В результате оказывается, что при достаточно малой энергии нейтронов $(E' \to 0)$ сечение $\sigma_{n,\gamma}(E') \sim 1/\sqrt{E'}$. Упругое потенциальное рассеяние, доминирующее в этой области, от энергии зависит довольно слабо.

По мере сближения уровней составного ядра при возрастании энергии нейтронов резонансы сечений начинают перекрываться и энергетическая зависимость сечений сглаживается, сохраняя достаточно монотонную тенденцию к убыванию их абсолютного значения.

Необходимо отметить некоторые отличия соотношения интенсивности различных нейтронных процессов для легких и тяжелых ядер. Для легких и средних ядер при любых энергиях

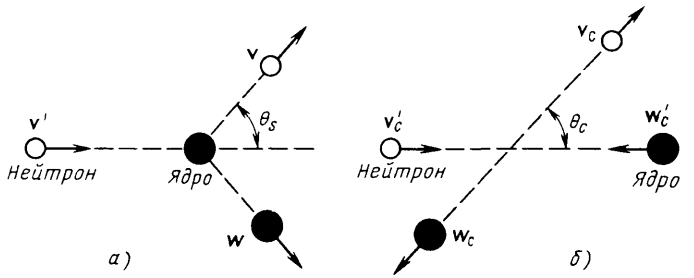
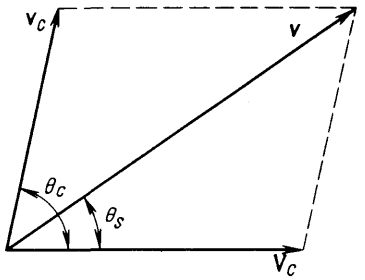


Рис. 2.9. Схема перемещения ядра и нейтрона при рассеянии в лабораторной системе координат (*а*) и в системе центра инерции (*б*)



←
Рис. 2.10. Сложение векторов скоростей при рассеянии

нейтронов преобладает потенциальное рассеяние. Резонансное рассеяние для легких ядер существенно при больших энергиях ($E > 100$ кэВ), а для средних — при 1 кэВ $\lesssim E \lesssim$ 100 кэВ.

Для тяжелых ядер у тепловых и промежуточных нейтронов доминирует радиационный захват, затем с ростом энергии нейтронов — поочередно потенциальное, резонансное и неупругое рассеяние.

Кинематика рассеяния нейтронов. При анализе кинематики рассеяния нейтронов используют классические законы сохранения импульса (количества движения) и энергии. Рассеяние нейтронов можно описать в лабораторной системе координат или в системе центра инерции (рис. 2.9). Перенос излучений в среде, в том числе нейтронов (см. гл. 5), рассматривают в лабораторной системе координат, и сечения в уравнении переноса также записаны в этой системе координат. В то же время вычисление сечений с помощью различных ядерных моделей удобнее в системе центра инерции *. В лабораторной системе нейтрон (примем его массу за единицу), движущийся со скоростью $\mathbf{v}'$, сталкивается с неподвижным ядром массой A (тепловым движением ядер пренебрегаем, т. е. принимаем $\mathbf{w}' = 0$). Из закона сохранения импульса при рассеянии следует

$$\mathbf{v}' = A\mathbf{w} + \mathbf{v}; \qquad (2.47)$$

* В частности, в этой системе степень анизотропии рассеяния существенно меньше, чем в лабораторной системе.

из закона сохранения энергии

$$\mathbf{v}'^2/2 = A\mathbf{w}^2/2 + \mathbf{v}^2/2 + E^*. \qquad (2.48)$$

Здесь $\mathbf{v}$ — скорость нейтрона; $\mathbf{w}$ — скорость ядра отдачи после рассеяния; E^* — энергия возбуждения ядра в результате взаимодействия.

Из аналогичного рассмотрения взаимодействия нейтрона с ядром в системе центра инерции, в которой центр масс системы ядро — нейтрон покоится, а угол рассеяния нейтрона равен $\arccos \mu_c$, получают скорость нейтрона v_c в этой системе после рассеяния

$$v_c^2 = v'^2 A^2/(A+1)^2 - E^* 2A/(A+1). \qquad (2.49)$$

В лабораторной системе скорость нейтрона после столкновения (рис. 2.10)

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_c + \mathbf{V}_c, \qquad (2.50)$$

т. е.

$$v^2 = v_c^2 + V_c^2 + 2v_c V_c \mu_c. \qquad (2.51)$$

Здесь $\mathbf{V}_c = \mathbf{v}'/(A+1)$ — скорость движения центра масс. Подставив в (2.51) известные значения v_c и V_c и перейдя к энергетической переменной $E' = v'^2/2$, $E = v^2/2$, получим связь энергии нейтрона до рассеяния E' и после рассеяния E:

$$E = E'\left[1 - \frac{2A}{(A+1)^2}\left(1 + \frac{A+1}{2}\frac{E^*}{E'} - \mu_c\sqrt{1 - \frac{A+1}{A}\frac{E^*}{E'}}\right)\right]. \qquad (2.52)$$

Отсюда следует, что неупругое рассеяние нейтрона, сопровождающееся возбуждением ядра с энергией возбуждения E^*, возможно лишь при $E' > E^*(A+1)/A$. При упругом рассеянии ($E^* = 0$) формула (2.52) упрощается:

$$E/E' = (A^2 + 2A\mu_c + 1)/(A+1)^2. \qquad (2.53)$$

Как видно, потеря энергии нейтроном зависит от угла его рассеяния и при «касательном» упругом рассеянии без изменения направления движения ($\mu_c = 1$) энергия нейтрона не изменяется. При рассеянии назад ($\mu_c = -1$) потеря энергии максимальна, и при этом

$$E/E' = [(A-1)/(A+1)]^2 = \alpha. \qquad (2.54)$$

Отсюда минимальная энергия после рассеяния $E_{\text{мин}} = \alpha E'$, а максимальная потеря энергии

$$\Delta E_{\text{зам}} = E' - E_{\text{мин}} = 4AE'/(A+1)^2, \qquad (2.55)$$

т. е. чем больше масса ядра, тем меньше потеря энергии нейтроном.

При использовании выражения (2.54) для α формула (2.53) принимает вид

$$E=(E'/2)[(1+\alpha)-(1-\alpha)\mu_c]. \qquad (2.56)$$

При $A=1$, т. е. при $\alpha=0$, потеря энергии при $\mu_c=-1$ является полной, т. е. $E_{мин}=0$.

Из формулы (2.53) можно получить

$$\mu_c(E',\ E)=1-[(A+1)^2/2A](1-E/E'). \qquad (2.57)$$

Косинус угла рассеяния в лабораторной системе координат $\mu_s=\cos\theta_s$ при упругом рассеянии

$$\mu_s=(1+A\mu_c)/(1+2A\mu_c+A^2)^{1/2},$$

а при выражении через E' и E

$$\mu_s(E',\ E)=\frac{A+1}{2}\left(\frac{E}{E'}\right)^{1/2}-\frac{A-1}{2}\left(\frac{E'}{E}\right)^{1/2}. \qquad (2.58)$$

В частности, для водорода $\mu_s=\sqrt{E/E'}$, и так как $E\geqslant 0$, то $\mu_s\geqslant 0$.

Упругое рассеяние нейтронов. При энергии нейтронов $E<1$ МэВ дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов почти на всех ядрах мало зависит от угла рассеяния, если не считать одиночного дифракционного максимума в направлении вперед, обусловленного дифракцией нейтронной волны на границе ядра. По мере возрастания энергии нейтронов этот максимум в направлении вперед становится все более ярко выраженным. Кроме того, появляются вторичные максимумы при больших углах, которые с возрастанием энергии смещаются в сторону малых углов (рис. 2.11).

Учитывая однозначную связь угла рассеяния нейтрона с потерей его энергии, запишем выражение дифференциального углового энергетического сечения упругого рассеяния. В системе центра инерции

$$\Sigma_{el}(E'\to E,\ \mu_c)=\Sigma_{el}(E')f_c^{el}(E',\ \mu_c)\delta[E-\eta(E',\ \mu_c)]. \qquad (2.59)$$

Здесь δ-функция выражает указанную связь, а функцией $\eta(E',\ \mu_c)$ обозначена правая часть формулы (2.56). Функция $f_c^{el}(E',\ \mu_c)$ — индикатриса рассеяния нейтронов энергии E' в системе центра инерции. Для изотропного рассеяния $f_c^{el}=1/(4\pi)$, что характеризует равновероятное рассеяние нейтрона в любой единичный элемент телесного угла.

Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов в лабораторной системе имеет вид

$$\Sigma_{el}(E'\to E,\ \mu_s)=\Sigma_{el}(E')f(E',\ \mu_s)\delta[E'-Eg(\mu_s)], \qquad (2.60)$$

где $g(\mu_s)=[(A^2-1+\mu_s^2)^{1/2}+\mu_s]^2/(A+1)^2$. В частности, для водорода $g(\mu_s)=\mu_s^2$; $f(E',\ \mu_s)=(\mu_s+|\mu_s|)/(2\pi)$, т. е. рассеяние происходит лишь в переднее полупространство ($\mu_s\geqslant 0$).

Другая форма записи этого сечения характеризует зависимость угла рассеяния нейтрона от его энергии до рассеяния и после:

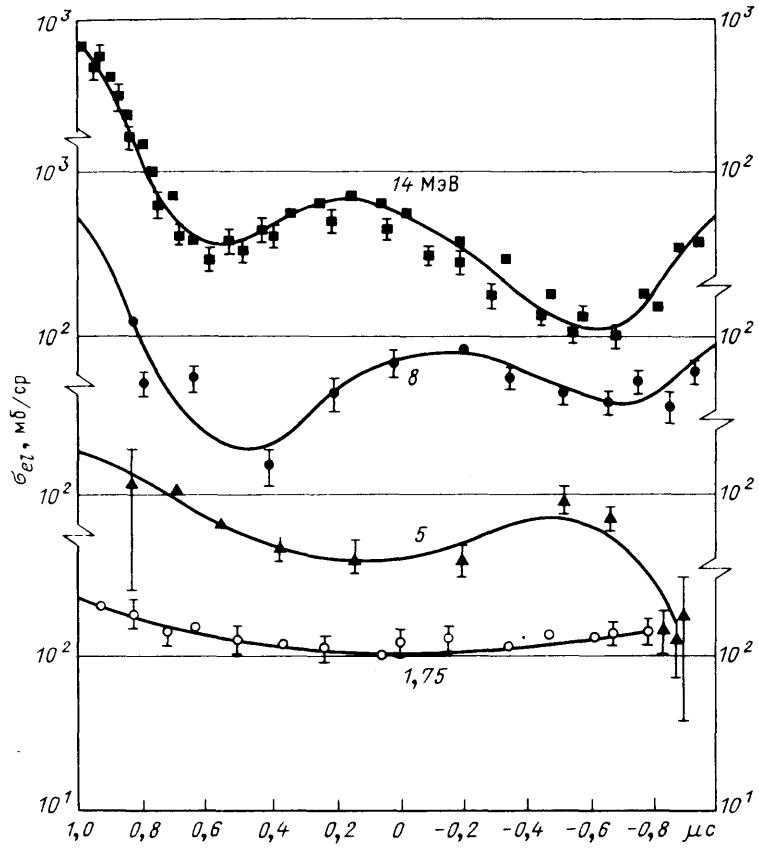


Рис. 2.11. Дифференциальное угловое сечение упругого рассеяния нейтронов различных энергий на ядрах кислорода:
○, ■, ▲, ● — экспериментальные данные; ——— — результаты аппроксимации этих данных рядом (6.38) из полиномов Лежандра

$$\Sigma_{el}(E'\to E,\ \mu_s)=\Sigma_{el}(E'\to E)\delta[\mu_s-\\-\mu_s(E',\ E)]f_c^{el}[E',\ \mu_c(E',\ E)], \qquad (2.61)$$

где

$$\Sigma_{el}(E'\to E)=\Sigma_{el}(E')(A+1)^2/(4AE'). \qquad (2.62)$$

В частности, для водорода

$$\Sigma_s(E'\to E,\ \mu_s)=\Sigma_s(E')\delta(\mu_s-\sqrt{E/E'})/(4\pi E'). \qquad (2.63)$$

При изотропности рассеяния ядрами с массой A в системе центра инерции вероятность значения энергии E в результате рассеяния

$$g(E'\to E)=\Sigma_{el}(E'\to E)/\Sigma_{el}(E')=$$

$$=(A+1)^2/(4AE')=1/[(1-\alpha)E'] \qquad (2.64)$$

при $\alpha E'=[(A-1)^2/(A+1)^2]E'\leqslant E\leqslant E'$. Таким образом, в этом случае нейтроны рассеиваются равномерно в энергетический интервал $[\alpha E';\ E']$.

Представляет интерес средняя логарифмическая потеря энергии в одном акте упругого рассеяния, определяемая выражением

$$\xi=\overline{\ln(E'/E)}=\int_{\alpha E'}^{E'}\ln(E'/E)\,g(E'\to E)\,dE. \qquad (2.65)$$

При подстановке в это соотношение формулы (2.64) для случая изотропного рассеяния в системе центра инерции получаем

$$\xi=1+\alpha\ln\alpha/(1-\alpha). \qquad (2.66)$$

При $A>10$ с погрешностью до 1%

$$\xi=2/(A+2/3). \qquad (2.67)$$

В случае анизотропного рассеяния в расчетах часто используется среднее значение косинуса угла рассеяния нейтрона в лабораторной системе (усреднение проводится по всем возможным направлениям):

$$\bar{\mu}_s=2\pi\int\mu_s f(E',\ \mu_s)\,d\mu_s=\int\mu_s f_c^{el}(\mu_c)\,d\mu_c=$$

$$=\int\frac{1+A\mu_c}{(1+2A\mu_c+A^2)^{1/2}}f_c^{el}(\mu_c)\,d\mu_c. \qquad (2.68)$$

Аналогично

$$\bar{\mu}_c=2\pi\int\mu_c f_c^{el}(\mu_c)\,d\mu_c. \qquad (2.69)$$

В практике расчетов защиты (см. гл. 6) часто используют разложение индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра:

$$f(E',\ \mu_s)=\frac{1}{4\pi}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)f_l(E')P_l(\mu_s), \qquad (2.70)$$

где гармоники индикатрисы

$$f_l(E')=2\pi\int f(E',\ \mu_s)P_l(\mu_s)\,d\mu_s;\quad f_0=1;\quad f_1=\bar{\mu}_s. \qquad (2.71)$$

Большинство приведенных формул относится к случаю упругого рассеяния нейтронов. Формулы дифференциального сечения, неупругого рассеяния нейтронов в общем случае также

описывают взаимосвязь угла рассеяния нейтрона, энергии возбуждения ядра и потери энергии нейтрона. Они подобны аналогичным выражениям для упругого рассеяния, однако существенно сложнее.

В теории замедления нейтронов (гл. 5) и в расчетах энерговыделения (гл. 16) используют понятие средней потери энергии при упругом рассеянии нейтрона. Учитывая формулу (2.53), можно записать

$$\overline{\Delta E_{зам}}=\overline{E'-E}=2AE'(1-\bar{\mu}_c)/(A+1)^2. \qquad (2.72)$$

Величина $\bar{\mu}_c$ связана с гармониками f_l следующим соотношением:

$$\bar{\mu}_c=\bar{\mu}_s-2(1-f_2)/(3A)-(1-f_3)/(5A^2). \qquad (2.73)$$

В случае анизотропии рассеяния выражение средней логарифмической потери энергии усложняется по сравнению с формулой (2.66). При $A>20$ при пренебрежении корреляцией угла рассеяния и потерей энергии

$$\xi\approx 2(1-\bar{\mu}_s)/A. \qquad (2.74)$$

При этом приближенно

$$\bar{\mu}_s\approx 2/(3A)+[1-(3/5)A^2]\bar{\mu}_c, \qquad (2.75)$$

т. е. при изотропности рассеяния в системе центра инерции $\bar{\mu}_s=(2/3)A$. Видно, что $\bar{\mu}_c\leqslant\bar{\mu}_s$.

Неупругое рассеяние нейтронов. В соответствии с формулой (2.52), если энергия нейтрона больше энергии возбужденного состояния ядра-мишени E^* (больше, чем на энергию отдачи ядра), ядро остается в этом возбужденном состоянии, а энергия нейтрона после рассеяния составляет примерно $E'-E^*$. С увеличением энергии нейтрона сечение неупругого рассеяния σ_{in} возрастает до определенного предела, а затем остается почти постоянным или уменьшается. При этом становится возможным возбуждение последующих энергетических уровней ядра-мишени. Таким образом, неупругое рассеяние нейтронов является пороговым процессом.

Неупругое рассеяние с возбуждением первых низколежащих энергетических уровней ядра-мишени происходит в основном через образование составного ядра. В соответствии с законами статистической теории ядра индикатриса рассеяния близка к симметричной относительно угла 90° в системе центра инерции (а при $A\gg 1$ — и в лабораторной системе координат).

С увеличением энергии первичных нейтронов становится возможным возбуждение все большего числа энергетических уровней ядра-мишени. В этой области дискретных уровней неупругого рассеяния для тяжелых ядер ($A>20$) приближенно

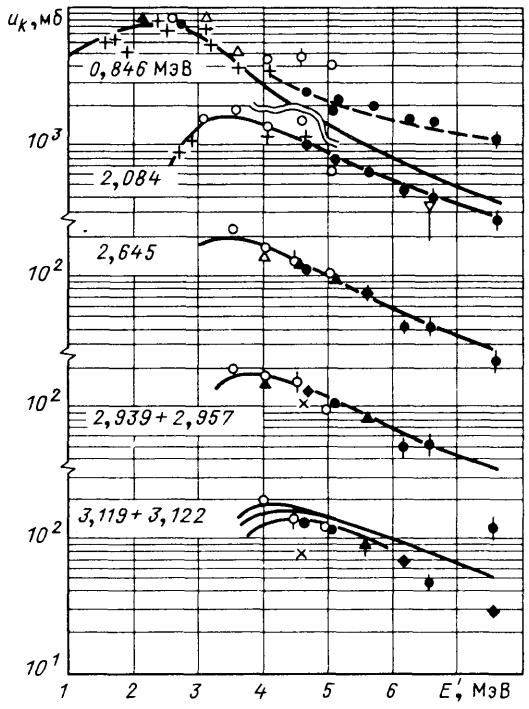


Рис. 2.12. Функции возбуждения первых уровней при неупругом рассеянии нейтронов на ядрах железа:
△, +, ○, ●, × — экспериментальные данные; ——— — расчет по оптической модели ядра; числа у кривых — энергия уровней, МэВ

$$\sigma_{in}(E'\to E)\approx\sum_k u_k(E')\,\delta\left[E'-E\left(A+1\right)^2/A^2-E^k_{\text{ур}}(A+1)/A\right]. \quad (2.76)$$

Здесь u_k — функция возбуждения k-го уровня с энергией $E^k_{\text{ур}}$ (рис. 2.12). Для всех ядер, кроме самых легких, при энергии возбуждения в несколько мегаэлектрон-вольт и выше плотность уровней становится настолько высока, что отдельные уровни перекрывают друг друга, а спектр рассеянных нейтронов описывается непрерывной функцией.

При пренебрежении эффектом интерференции между различными механизмами взаимодействия дифференциальное сечение неупругого рассеяния нейтронов для достаточно тяжелых ядер согласно статистической теории ядерных реакций для ядерной модели ферми-газа можно записать в виде суммы двух составляющих — равновесного процесса, идущего через составное ядро, и прямого процесса:

$$\sigma_{in}(E'\to E,\ \mu_s)=\omega(E^*)\,E\sigma_c(E')f^c_{in}(E,\ \mu_s)+ \\ +\sigma_d(E',\ E)f^d_{in}(E'-E,\ \mu_s). \quad (2.77)$$

Здесь $\omega(E^*)=(E^*)^{-5/4}\exp\left[2(\alpha E^*)^{1/2}\right]$; $E^*=E'-E-\delta$; $\delta=\delta_n+\delta_p$; δ_n — энергия спаривания нейтронов в ядре (равна нулю при нечетном количестве нейтронов в ядре); δ_p — энергия спаривания протонов в ядре (равна нулю при нечетном количестве протонов в ядре); α — параметр плотности уровней составного ядра, не зависящий от энергии возбуждения ядра-мишени; он примерно пропорционален $A^{2/3}$ и достигает 20—30 МэВ$^{-1}$ для тяжелых ядер; $\sigma_c(E')$ — сечение образования составного ядра. Функция $f^c_{in}(E,\ \mu_s)$ описывает угловое распределение нейтронов, неупруго рассеянных с образованием составного ядра. Согласно теории ядерных реакций эта функция симметрична относительно угла 90°. При этом интерференция между уровнями (составного ядра) противоположной четности усредняется и угловое распределение часто становится даже изотропным. Функция $f^d_{in}(E'-E,\ \mu_s)$ описывает угловое распределение нейтронов, рассеянных в результате прямого взаимодействия $\sigma_d(E',\ E)$. Эту функцию достаточно точно удается описать только с помощью довольно сложной обобщенной оптической модели ядра с несферическим потенциалом (метод связанных каналов).

При более строгом рассмотрении в формулу (2.77) необходимо добавить составляющую, характеризующую испускание возбужденным ядром частиц в процессе достижения равновесия (предравновесная эмиссия).

Роль различных процессов в изменении энергии нейтронов при взаимодействии с ядром иллюстрируется рис. 2.13. Видно, что при достаточно большой начальной энергии нейтрона высокоэнергетическая часть спектра рассеянных нейтронов формируется практически лишь при прямом взаимодействии нейтронов с нуклонами ядра, а низкоэнергетическая — в результате процесса, идущего через составное ядро. Таким образом, при прямом взаимодействии нейтроны теряют сравнительно небольшую часть своей энергии и, как показывают эксперименты и расчеты, угловое распределение таких нейтронов довольно анизотропно (степень этой анизотропии лишь немного уступает степени анизотропии при упругом рассеянии нейтронов). Этот факт оказывает существенное влияние на процесс переноса быстрых нейтронов в протяженных защитах.

В практике расчетов часто используют более простую, чем (2.77), эмпирическую формулу дифференциального сечения неупругого рассеяния нейтронов; первое слагаемое формулы (2.77) в ней представлено в виде максвелловского распределения и выделены главные особенности второго слагаемого:

$$\sigma_{in}(E'\to E,\ \mu_s)\approx\sigma_c(E')\frac{E\exp(-E/T)}{4\pi T^2}+ \\ +\sigma_d(E')f^d_{in}(E'-E,\ \mu_s)\sqrt{E/E'}(E'-E). \quad (2.78)$$

В ядерной модели ферми-газа

$$T(\bar{E}^*)=\left[\sqrt{\alpha/E^*}-5/(4\bar{E^*})\right]^{-1}. \quad (2.79)$$

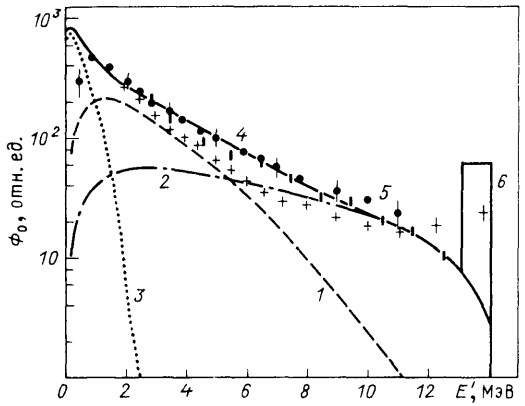


Рис. 2.13. Спектр нейтронов $\Phi_0(E)$, рассеянных на ядрах железа при $E'=14$ МэВ:
1 — неупругое рассеяние через составное ядро; *2* — прямое неупругое рассеяние; *3* — реакция $(n, 2n)$; *4* — суммарный расчетный спектр; *5* — экспериментальные данные; *6* — пик упругого рассеяния

Здесь $T(\overline{E^*})$ — ядерная температура (температура возбужденного ядра), зависящая от средней энергии возбуждения ядра $\overline{E^*}$ после рассеяния ($\overline{E^*}\approx E'-2T-\delta$).

Возбужденное при неупругом рассеянии нейтрона ядро-мишень может переходить в основное состояние с испусканием одного или более фотонов. Спектр выходящих фотонов определяется структурой энергетических уровней возбужденного ядра. Когда уровни расположены широко, как, например, у легких и магических ядер, высота первого уровня велика, и в результате неупругого рассеяния нейтрона из ядра испускается небольшое число фотонов большой энергии. По мере уплотнения энергетических уровней (более тяжелые ядра или более высокие уровни возбуждения) число фотонов, испускаемых при снятии возбуждения, увеличивается, а спектр фотонов приближается к непрерывному.

Другие процессы взаимодействия нейтронов с веществом. Большую роль в распространении излучений в защите играет радиационный захват нейтрона (n, γ). Эта ядерная реакция приводит к испусканию одного или нескольких фотонов. Наиболее важен в расчетах ее учет для тепловых и медленных нейтронов. Сечение этой реакции является одним из слагаемых сечения поглощения нейтронов $\Sigma_a(E')$:

$$\Sigma_a(E')=\Sigma_{n,\gamma}(E')+\Sigma_{n,p}(E')+\Sigma_{n,\alpha}(E')+\ldots \qquad (2.80)$$

При проектировании защиты необходимо учитывать реакции, приводящие к образованию долгоживущих радиоактивных ядер с относительно большим периодом полураспада (более нескольких часов). Сечения соответствующих реакций называются *сечениями активации* ($\sigma_{акт}$). Важной реакцией является, например, реакция $^{59}Co(n, \gamma)\,^{60}Co$ с $\sigma_{акт}=37{,}5$ б, $T_{1/2}=5{,}26$ года, сопровождающаяся выходом фотонов с энергией E_γ, равной 1,33 и 1,17 МэВ. Представляют практический интерес также нейтронные реакции с испусканием заряженных частиц. Большинство таких реакций эндотермичны, т. е. они возможны лишь, когда энергия нейтрона превышает значения порога $Q_0(1+1/A)$, где Q_0 — энергия реакции. Пример — реакция $^{58}Ni(n, p)\,^{58}Co$ с эффективным порогом $E_{пор}=4{,}3$ МэВ, $T_{1/2}=71{,}3$ сут и усредненным по спектру деления сечением $\sigma_{акт}=113$ мб, приводящая к выходу фотонов с энергией от 0,5 до 1,7 МэВ.

Процесс деления ядер нейтронами при расчете защиты от излучений играет в основном роль источника излучений (см. § 7.6), за исключением некоторых редких случаев (например, применения в качестве защиты обедненного урана), когда этим источником можно пренебречь.

Характеризуя процессы взаимодействия нейтронов с материалами защиты в целом, следует обратить внимание на то, что при замедлении нейтронного потока в защите неупругое рассеяние нейтронов существенно лишь для тяжелых ядер. При энергиях ниже порога неупругого рассеяния нейтрон вследствие очень слабого замедления проходит в тяжелых материалах большое расстояние. Чтобы замедлить нейтроны таких энергий в защите, необходимо присутствие легких ядер, эффективно ослабляющих нейтронный поток в процессе упругого рассеяния. Наиболее эффективно процесс замедления нейтронов проходит в результате упругого рассеяния на ядрах водорода. Процесс замедления нейтрона в веществе продолжается до тех пор, пока энергия нейтрона не уменьшится до тепловой, и он поглощается средой.

§ 2.4. Взаимодействие заряженных частиц с веществом*

Основная особенность быстрых заряженных частиц при прохождении через вещество заключается в их способности при неупругих взаимодействиях терять энергию на ионизацию и возбуждение атомов среды. Для легких частиц (электронов, позитронов) существенным видом энергетических потерь при достаточно высоких энергиях и в тяжелых средах является процесс тормозного излучения, обратно пропорциональная зависимость интенсивности которого от массы частицы приводит к незначительным потерям энергии на излучение для тяжелых частиц (протонов, мезонов, α-частиц, тяжелых ядер). Энергию, теряемую на ионизацию и возбуждение, можно считать локально поглощенной вблизи трека частицы в отличие от радиационных потерь энергии, обусловленных генерацией проникающего фотонного излучения.

Вследствие упругого рассеяния на ядрах заряженные частицы испытывают большое число отклонений, в основном на малые углы, в результате чего их траектории становятся отличными от

* Параграф написан В. В. Смирновым.

прямолинейных. Этот эффект наиболее существен для легких частиц; для быстрых тяжелых частиц на любых глубинах, вплоть до их полной остановки, угол отклонения незначителен.

Закономерности прохождения заряженных частиц в различных средах обусловлены многократными процессами упругих и неупругих взаимодействий, определяющих их глубину проникновения в защиту и формирование источников вторичного фотонного излучения. В этом параграфе рассматривается в основном взаимодействие с веществом легких заряженных частиц; для тяжелых частиц аналогичные вопросы подробнее рассмотрены в томе 2.

Ионизационные потери энергии. Потери энергии заряженных частиц на ионизацию и возбуждение атомов вещества в целом принято называть ионизационными. Неупругие взаимодействия изменяют энергию атома, который может перейти из нормального в возбужденное состояние дискретного или непрерывного спектра. В последнем случае происходит ионизация атома. Определение сечений ионизации атомов заряженными частицами связано с проведением сложных квантовомеханических расчетов. Для быстрых электронов с энергией E' дифференциальное сечение ионизации атома водорода (простейший случай), определяющее передачу энергии в единичном интервале энергий около I_0+T вторичному связанному электрону, имеет следующий вид:

$$\sigma_{in,1}(E'\to E'-T)=\frac{2\pi e^4}{m_e v^2 I_0^2}\frac{|X_{1T}|^2}{a_0^2}\left[\ln\frac{2m_e v^2}{I_0(1-\beta^2)}-\beta^2+a_T\right], \quad (2.81)$$

где I_0 — ионизационный потенциал атома водорода в основном состоянии; $|X_{1T}|^2$ — квадрат матричного элемента для перехода из основного состояния в состояние с энергией T; a_0 — радиус первой боровской орбиты; β — отношение скорости электрона v к скорости света; m_e — масса электрона; a_T — корректирующая поправка. Для данного случая на рис. 2.14 представлена зависимость проинтегрированного по всем передачам энергии T сечения ионизации водорода от энергии первичного электрона.

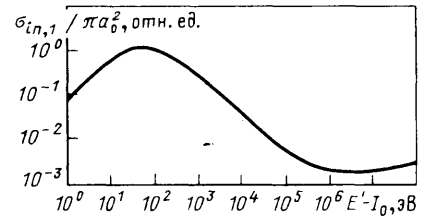
Сечение возбуждения водорода при переходе атомного электрона из основного в n-е состояние определяется соотношением

$$\sigma_{in,2}^{(1\to n)}=\frac{2\pi e^4}{m_e v^2 I_0^2}\frac{|X_{1\to n}|^2}{a_0^2}\left[\ln\frac{2a_n m_e v^2}{I_0(1-\beta^2)}-\beta^2\right] \quad (2.82)$$

с соответствующим матричным элементом перехода $|X_{1\to n}|$; a_n — постоянная, зависящая от n.

Если энергия быстрых электронов значительно больше энергии связи атомных электронов, то их взаимодействие можно рассматривать как рассеяние на несвязанных электронах.

Рис. 2.14. Зависимость сечения ионизации водорода от энергии электронов:
$I_0=13{,}605$ эВ — потенциал ионизации атома водорода; $a_0^2=8{,}797\cdot10^{-17}$ см^2



Сечение этого процесса, определяющее передачу энергии T свободному электрону, было получено Мёллером:

$$\sigma_{in,3}(E'\to E'-T)=\frac{2\pi e^4}{m_e v^2}\left[\frac{1}{T^2}+\frac{1}{T(E'-T)}\frac{m_e c^2(2E+m_e c^2)}{(E'+m_e c^2)^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(E'+m_e c^2)^2}\right], \quad (2.83)$$

где E' и v — энергия и скорость налетающего электрона. Сечение учитывает релятивистские, спиновые и обменные эффекты ввиду тождественности первичного и атомного электронов. В результате взаимодействия электрон с большей энергией условно считается первичным, а другой — вторичным; максимальная передаваемая энергия $T\leqslant E'/2$.

На основании сечений (2.81) — (2.83) можно рассчитать суммарные энергетические потери на ионизацию и возбуждение. Если разделить передачи энергии на две части, для одной из которых $T<I_0$ (т. е. вторичные электроны с энергией T не могут производить дальнейшую ионизацию), то для водорода наблюдается примерное равенство между потерями энергии на ионизацию и потерями на возбуждение.

Линейные ионизационные потери энергии $-\frac{dE}{dx}(E')$ определяют величину потерь на единице длины трека частицы с энергией E'. Часто используются также величины массовых ионизационных потерь энергии $-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E')$ (ρ — плотность среды):

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E')=NZ\int_T T\sum_i \sigma_{in,i}(E'\to E'-T)\,dT, \quad (2.84)$$

где Z — атомный номер среды; N — число атомов на единицу массы; $\sigma_{in,i}(E'\to E'-T)$ — дифференциальное сечение определенного вида неупругих столкновений с передачей энергии T, отнесенное к одному электрону атома.

По значению переданной энергии T принято рассматривать столкновения с большими ($T > T^*$) и малыми ($T < T^*$) передачами энергии:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E') = \left[-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E',\ T<T^*)\right] + \left[-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}(E',\ T>T^*)\right]. \quad (2.85)$$

Величина T^*, определяющая границу в потерях, выбирается из двух условий: 1) T^* должна быть больше энергии связи атомных электронов; 2) параметр соударений, связанный с передачей энергии T^*, должен быть больше размеров атома. В рамках первого борновского приближения Бете было получено соотношение для расчета ионизационных потерь энергии с малыми передачами $T < T^*$ быстрых электронов, мезонов, протонов, α-частиц, тяжелых ионов:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E') = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 NZ \times \left[\ln\frac{2m_e c^2 \beta^2 T^*}{(1-\beta^2)I^2} - \beta^2\right], \quad (2.86)$$

где r_e — классический радиус электрона; Z и A — атомный номер и атомная масса вещества; z — заряд движущейся частицы.

Основным параметром в соотношении (2.86) является средний ионизационный потенциал I, зависящий от вида и свойств среды. Величину I получают расчетным путем при описании структуры атомов на основе концепции плотности распределения сил осцилляторов (для газов) или диэлектрических свойств (для конденсированных сред). Экспериментально средний ионизационный потенциал получают из данных по прохождению тяжелых заряженных частиц (α-частиц и протонов) через тонкие слои веществ. На рис. 2.15 приведены обобщенные экспериментальные данные зависимости величины I/Z от атомного номера среды Z. Для сложных веществ в соответствии с правилом аддитивности средняя величина I рассчитывается по соотношению

$$\overline{\ln I} = \left[\sum_i n_i \left(\frac{Z_i}{A_i}\right) \ln I_i\right] \Big/ \left(\frac{\overline{Z}}{A}\right); \quad \left(\frac{\overline{Z}}{A}\right) = \sum_i n_i \left(\frac{Z_i}{A_i}\right); \quad (2.87)$$

Z_i, A_i, I_i — атомный номер, атомная масса и средний ионизационный потенциал соответственно для каждого компонента сложного вещества; n_i — массовая доля i-го компонента.

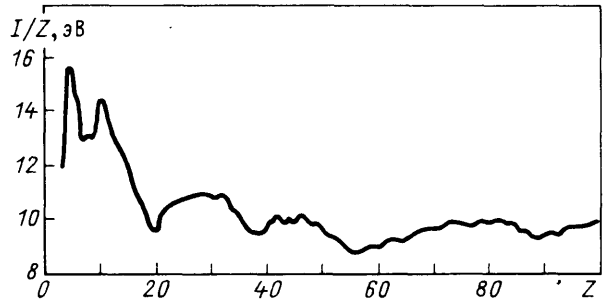


Рис. 2.15. Обобщенные экспериментальные данные зависимости I/Z от Z

С учетом больших передач энергии для тяжелых частиц ионизационные потери энергии описываются соотношением

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E') = \frac{4\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 NZ \times \left[\ln\frac{2m_e c^2 \beta^2}{(1-\beta^2)I} - \beta^2\right]. \quad (2.88)$$

Точность (2.88) повышается, если учитываются следующие поправки: 1) оболочечная поправка, существенная в случаях, когда скорость частицы недостаточно велика по сравнению со скоростью атомных электронов; 2) поправка, компенсирующая условие первого борновского приближения; 3) поправка на эффект плотности.

Последняя поправка учитывает эффект поляризации атомов среды при прохождении через нее заряженных частиц. В результате поляризации ослабляется действие электромагнитного поля движущейся частицы на атомы среды, что приводит к уменьшению ионизационных потерь энергии. Эффект особенно значителен для плотных сред, ввиду чего связанную с ним поправку называют поправкой на эффект плотности.

Для легких заряженных частиц (электронов и позитронов) средние ионизационные потери описываются следующим соотношением:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{ион}}}(E') = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} NZ\left[\ln\left(\frac{E'}{I}\right)^2 + \ln\left(1+\frac{E'}{2m_e c^2}\right) + F^{\pm}(E') - \delta\right]. \quad (2.89)$$

Поправка на эффект плотности δ уменьшает ионизационные потери в диапазоне энергий электронов 1—100 МэВ: для H_2O

на 1—21% и для Au на 2—19%. Функция $F^{\pm}(E')$, отражающая большие передачи энергии, для электронов имеет вид

$$F^{-}(E')=(1-\beta^2)\left[1+\frac{E'^2}{8m_e^2c^4}-\left(\frac{2E'}{m_ec^2}+1\right)\ln 2\right].$$

Для положительно заряженных частиц — позитронов из-за отсутствия тождественности взаимодействующих частиц эта функция имеет следующий вид:

$$F^{+}(E')=2\ln 2-\frac{\beta^2}{12}\left[23+\frac{14m_ec^2}{E'+m_ec^2}+\frac{10m_e^2c^4}{(E'+m_ec^2)^2}+\frac{4m_e^3c^6}{(E'+m_ec^2)^3}\right].$$

Различие в ионизационных потерях энергии электронов и позитронов, характеризуемое отношением $\frac{dE^{+}}{dx}\Big/\frac{dE^{-}}{dx}$, изменяется от 1,1 для C и 1,2 для Pb при $E'=0{,}01$ МэВ до 0,97 при $E'=100$ МэВ для обоих веществ.

На рис. 2.16 показаны зависимости ионизационных потерь от энергии электронов для H_2O и Au.

Радиационные потери энергии. Радиационные потери энергии заряженных частиц при прохождении через вещество обусловлены излучением тормозных фотонов. Частицы, отклоняясь в электрическом поле ядра, испытывают ускорение и излучают. В кулоновском поле радиационные потери энергии обратно пропорциональны квадрату массы частицы, так что данный вид потерь наиболее существен для легких частиц — электронов и позитронов.

Потери энергии быстрого электрона на единице длины трека при учете излучения в поле ядра и атомных электронов определяются следующим соотношением:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{рад}}}(E')=N\alpha r_e^2 Z(Z+\eta)(E'+m_ec^2)\Phi_{\text{рад}}(E'), \qquad (2.90)$$

где $\alpha=1/137{,}036$ — постоянная тонкой структуры. Параметр η учитывает вклад в потери энергии за счет излучения в поле атомных электронов; $\eta=1{,}1$ при энергиях первичных электронов $E'>50$ МэВ, $\eta=0{,}4$ при $E'=1$ МэВ и снижается до нуля при $E'=1$ кэВ.

Функция $\Phi_{\text{рад}}(E')$ называется радиационным сечением и рассчитывается интегрированием следующего соотношения:

$$\Phi_{\text{рад}}(E')=\int_0^{E'}E_\gamma\,\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma)\,dE_\gamma, \qquad (2.91)$$

где $\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma)$ — дифференциальное относительно энергии фотона E_γ сечение тормозного излучения.

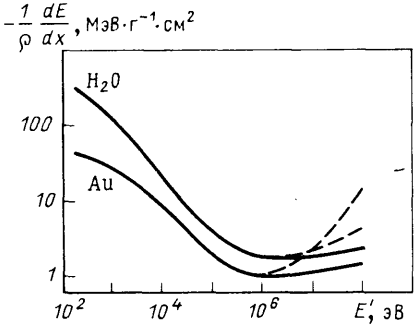


Рис. 2.16. Средние ионизационные потери энергии электронов в H_2O и Au (———); — — — — полные средние потери энергии (с учетом вклада радиационных потерь)

Квантовомеханические методы расчета сечений тормозного излучения требуют использования точных волновых функций, которые описывают электрон в экранированном кулоновском поле. Эта сложная задача решается с использованием различных приближений. Для релятивистского случая сечения получены в основном в первом борновском приближении и на основании волновых функций Зоммерфельда — Мауе. Наиболее точные расчеты сечений тормозного излучения реализуются численными методами. В частности, в диапазоне энергий электронов 1 кэВ — 2 МэВ значения сечений получены при решении уравнения Дирака методом парциальных волн для электронных переходов в самосогласованном экранированном кулоновском поле атомных ядер.

Существует классификация сечений тормозного излучения, устанавливающая их применимость для различных энергий электронов E', атомных номеров Z и энергий излученных фотонов E_γ. От этих величин зависит учет степени экранирования ядра атомными электронами, характеризуемый параметром экранирования γ:

$$\gamma=100E_\gamma m_ec^2/[(E'+m_ec^2)(E+m_ec^2)Z^{1/3}], \qquad (2.92)$$

где $E=E'-E_\gamma$. Условие $\gamma<2$ соответствует случаю неполного экранирования, $\gamma\gg 1$ — полному экранированию и при $2<\gamma<15$ имеет место промежуточная степень экранирования. В качестве примера ниже приведено дифференциальное сечение тормозного излучения, полученное в борновском приближении для случая промежуточного экранирования:

$$\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma)=\frac{4Z^2r_e^2}{137}\frac{1}{E_\gamma}\left\{\left[1+\left(\frac{E}{E'}\right)^2-\frac{2}{3}\frac{E}{E'}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\ln\frac{2(E'+m_ec^2)(E+m_ec^2)}{E_\gamma m_ec^2}-\frac{1}{2}-c(\gamma)\right]\right\}. \qquad (2.93)$$

Тормозные фотоны имеют непрерывное энергетическое распределение в диапазоне энергий $E_\gamma=0$ и $E_\gamma=E'$; в граничных точках значения сечений рассчитываются специальными методами. В основном форма спектра определяется зависимостью вида

$\sim 1/E_\gamma$. Функция $c(\gamma)$, учитывающая экранирование, плавно изменяется в интервале значений 0,15—0,21. Поправка на экранирование существенна для быстрых электронов ($E'>5$ МэВ) и для частиц с небольшой энергией ($E'<10$ кэВ). Эффект экранирования наиболее заметен в низкоэнергетической части спектра тормозного излучения: $E_\gamma<0{,}1\,E'$.

Определение параметров тормозных фотонов осуществляется на основании двойного дифференциального сечения этого процесса $\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma,\ \theta_\gamma)$, где θ_γ — угол вылета фотона относительно направления движения электрона. В задачах расчета защиты от заряженных частиц с учетом генерации тормозного излучения это сечение с достаточной точностью представляется в виде произведения двух функций:

$$\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma,\ \theta_\gamma)=\sigma_{\text{торм}}(E'\to E'-E_\gamma)f(E',\ \theta_\gamma), \quad (2.94)$$

т. е. энергетическое распределение тормозного излучения, предполагается независимым от угла эмиссии фотона.

Угловое распределение тормозного излучения, выходящего из облучаемой электронным пучком мишени, определяется следующими физическими процессами: 1) угловым распределением излученных фотонов при однократном взаимодействии первичного электрона с атомом; 2) многократным рассеянием электронов в мишени; 3) рассеянием и поглощением в мишени тормозных фотонов. В зависимости от толщины мишени и энергии электронов относительная роль этих процессов различна. Для очень тонких мишеней существен первый фактор; с ростом толщины заметное влияние начинает оказывать многократное рассеяние электронов. Если потерей энергии пуска электронов в мишени можно пренебречь, то угловое распределение тормозного излучения (в единичном телесном угле) описывается различными модификациями выражения

$$\psi(E',\ \theta_\gamma)=\frac{2(E'+m_ec^2)^2}{1{,}34+17t}\exp\left\{-\frac{(E'+m_ec^2)^2\theta_\gamma^2}{1{,}34+17t}\right\}, \quad (2.95)$$

где t — толщина мишени в единицах радиационной длины. Радиационная длина X_0 определяет расстояние, на котором энергия электрона уменьшается за счет излучения в e раз, т. е. зависимость энергии излучающего электрона от пройденного пути x описывается функцией вида $E(x)=E'(0)\exp(-x/X_0)$. В табл. 2.1 приведены значения радиационных длин для ряда сред (радиационная длина не зависит от энергии электронов), там же приведены значения так называемых критических энергий электронов, при которых радиационные потери энергии равны ионизационным.

Таблица 2.1. **Радиационные длины и критические энергии электронов для различных сред**

Z	2	6	13	29	47	74	92
$E_{\text{кр}}$, МэВ	273,5	95,4	51,1	24,5	16,2	10,7	9,0
X_0, г·см$^{-2}$	94,4	43,3	24,5	13,0	9,1	6,9	6,1

Критическая энергия является критерием относительного вклада потерь того или иного вида при расчетах переноса электронов через вещество. Зависимость суммарных энергетических потерь (ионизационных и радиационных) от энергии электронов представлена на рис. 2.16 для тяжелой и легкой среды.

В средах сложного состава радиационные потери энергии рассчитывают по следующему соотношению:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{рад}}}(E')=\sum_i n_i\left[-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx_{\text{рад}}}(E')\right]_i, \quad (2.96)$$

где n_i — массовая доля i-го компонента сложного вещества.

Дополнительными источниками фотонного излучения при торможении электронов и позитронов в веществе являются флуоресцентное ($E_\gamma<100$ кэВ) и аннигиляционное излучения. В результате ионизации атомов электронами образующаяся на некоторой электронной оболочке вакансия заполняется электронами вышележащих оболочек с испусканием фотона, энергия которого равна разности энергий связи соответствующих оболочек (возможен также безрадиационный переход с испусканием оже-электронов). При переносе позитронов через среду имеет место их двухфотонная аннигиляция «в покое» ($E_\gamma=0{,}511$ МэВ) и, кроме того, аннигиляция «на лету» с испусканием двух фотонов в противоположных направлениях относительно направления движения позитрона. Фотон, излученный вперед, приобретает почти всю энергию позитрона, а другой имеет энергию порядка m_ec^2. Вероятность аннигиляции «на лету» мала, и в большинстве случаев позитрон сначала теряет свою энергию и затем аннигилирует «в покое». При поглощении пучка быстрых позитронов около 10% частиц аннигилирует «на лету», а остальные доходят до конца пробега.

Упругое рассеяние. Если масса налетающей на атом заряженной частицы мала по сравнению с массой ядра, что позволяет пренебречь передачами энергии атомам отдачи; дифференциальное сечение упругого рассеяния описывается формулой Резерфорда

$$\sigma_{el}(E',\theta_s)=\frac{z^2Z^2r_e^2}{4E'^2}\frac{1}{(1-\cos\theta_s)^2}, \quad (2.97)$$

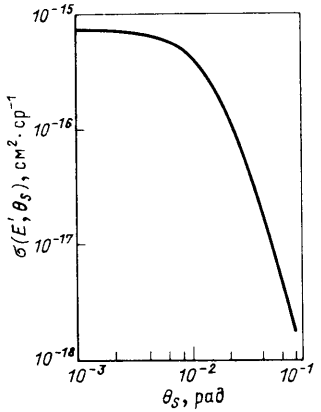


Рис. 2.17. Угловая зависимость сечения упругого рассеяния электронов с энергией 100 кэВ на атоме азота

определяющей плотность вероятности частице с энергией E' отклониться в единичный телесный угол около θ_s (Z — заряд ядра; z — заряд частицы). Из (2.97) следует, что угловое распределение рассеянных на атоме частиц отличается резкой анизотропией, т. е. преобладает вероятность рассеяния на малые углы относительно направления движения частиц до рассеяния.

В диапазоне очень малых углов ($\theta_s \to 0$) соотношение (2.97) неприменимо, так как в этом случае необходимо учитывать влияние экранирования поля ядра атомными электронами. Экранирующий эффект можно учесть введением параметра экранирования η в знаменатель (2.97):

$$\sigma_{el}(E', \theta_s) = \frac{z^2 Z(Z+1) r_e^2}{4E'^2} \frac{1}{(1-\cos\theta_s + 2\eta)^2}, \qquad (2.98)$$

где множитель Z заменен на $Z(Z+1)$ для учета рассеяния на атомных электронах. Величина η определяет сечение в области малых углов рассеяния. Наиболее часто используется поправка на экранирование Мольера, полученная в рамках модели атома Томаса — Ферми:

$$\eta = \frac{1}{4}\chi_a^2; \quad \chi_a^2 = aZ^{2/3}\left[1{,}13 + 3{,}76\left(\frac{Z}{137\beta}\right)^2\right]\frac{1-\beta^2}{\beta^2}.$$

Постоянная $a = 6{,}8 \cdot 10^{-5}$ для электронов и $a = 6{,}8 \cdot 10^{-5}(m_e/M_p)$ для протонов (m_e и M_p — соответственно масса электрона и протона).

Мотт решил задачу упругого рассеяния частиц в кулоновском поле с учетом релятивистских эффектов. Результаты этих расчетов используются в виде поправок $R_M(E', \theta_s)$ к резерфордовскому сечению рассеяния:

$$\sigma_{el}^M(E', \theta_s) = \sigma_{el}(E', \theta_s) R_M(E', \theta_s).$$

На рис. 2.17 показана зависимость сечения рассеяния от угла для азота и энергии электронов 100 кэВ.

Полное сечение упругого рассеяния, полученное интегрированием дифференциального сечения по углу, имеет вид

$$\sigma_{el}(E') = \frac{z^2 Z(Z+1) r_e^2}{4E'^2}\left[\frac{\pi}{\eta(1+\eta)}\right]. \qquad (2.99)$$

Эта величина определяет число упругих столкновений при прохождении частиц через вещество. Например, для электронов при снижении их энергии от 0,5 до 0,25 МэВ в алюминиевом поглотителе число упругих столкновений составляет около $3 \cdot 10^4$.

Глава 3

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ И ЗАЩИТ

§ 3.1. Классификация источников излучения

Объект, содержащий радиоактивный материал, или техническое устройство, испускающее или способное в определенных условиях испускать ионизирующее излучение, называется *источником ионизирующего излучения*.

Современные ядерно-технические установки обычно представляют собой сложные источники излучений. Например, источниками излучений действующего ядерного реактора кроме активной зоны являются система охлаждения, конструкционные материалы, оборудование и т. п. Поле излучения таких реальных сложных источников обычно представляется как суперпозиция полей излучения отдельных более элементарных источников.

Любой источник излучения характеризуется: 1) *видом излучения*; 2) *геометрией источника* (формой и размерами); 3) *мощностью и ее распределением для протяженных источников; 4) энергетическим спектром*; 5) *временным распределением излучения*; 6) *угловым распределением излучения*. Для источников смешанного излучения должны быть указаны также характеристики сопутствующего излучения.

Наиболее подробные характеристики излучения стационарного по времени точечного (линейного, поверхностного или объемного) источника описываются функцией $q(\mathbf{r}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)$, которая представляет собой отношение числа частиц с энергией от E_0 до $E_0 + dE_0$, испущенных за время dt в направлении $\mathbf{\Omega}_0$ в пределах элементарного телесного угла $d\Omega_0$ из точки пространства $\mathbf{r}_0$ (с элементарной длины dl, поверхности dS или объема dV источника, расположенного в этой точке), к интервалу времени dt, энергетическому интервалу dE_0, элементарному телесному углу $d\Omega_0$ (для протяженных источников также к его элементарной длине dl, поверхности dS или объему dV соответственно).

Функция $q(\mathbf{r}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)$ считается заданной по всему пространству, занятому источником излучения.

Основное внимание в учебнике уделено наиболее часто встречающимся на практике источникам фотонного излучения, нейтронов, α-, β^-- и β^+-частиц.

Геометрически источники могут быть точечными и протяженными. Протяженные источники могут быть линейными, поверхностными или объемными с ограниченными, полубесконечными или бесконечными размерами.

Формы источников обычно следующие: линейные, круговые, поверхностные бесконечные плоские, дисковые, прямоугольные, сферические, полусферические, цилиндрические, объемные бесконечные, полубесконечные, пластины конечных размеров, шаровые и полушаровые, цилиндрические и источники в виде усеченного конуса.

Физически точечным можно считать такой источник, максимальные размеры которого много меньше расстояния до точки детектирования и длины свободного пробега в материале источника (ослаблением излучения в источнике можно пренебречь).

Поперечные размеры линейных источников должны быть намного меньше расстояния до детектора и длины свободного пробега частиц в материале источника.

Поверхностные источники имеют толщину много меньшую, чем расстояние до точки детектирования и длина свободного пробега в материале источника.

В объемном источнике излучатели распределены в трехмерной области пространства.

Мощность источника излучения наиболее часто распределяется по протяженному излучателю равномерно, экспоненциально, линейно или по косинусоидальному закону.

Энергетический спектр ионизирующего излучения источников может быть моноэнергетическим (состоящим из фотонов одинаковой энергии или частиц одного вида с одинаковой кинетической энергией) или немоноэнергетическим (состоящим из фотонов различной энергии или частиц одного вида с разной кинетической энергией). Немоноэнергетическое ионизирующее излучение может иметь дискретный или непрерывный энергетический спектр.

Моноэнергетическим является γ-излучение ряда нуклидов, излучающих фотоны только одной энергии (например, ^{54}Mn, ^{137}Cs, ^{203}Hg), аннигиляционное излучение, электроны внутренней конверсии для данного ядерного перехода и т. п.

Дискретный спектр имеют α-частицы и фотоны большей части нуклидов, излучающих α-частицы и фотоны разных энергий.

Непрерывный энергетический спектр характерен, например, для β-излучения нуклидов, тормозного излучения, нейтронов деления, нейтронов, получаемых по реакции (α, n), мгновенного γ-излучения деления.

В практических задачах наличие большого числа нуклидов, каждый из которых имеет дискретный спектр γ-излучения, приводит к тому, что реальный энергетический спектр становится практически непрерывным. Это относится, например, к γ-излучению смеси продуктов деления тяжелых ядер нейтронами.

По временно́му распределению можно выделить импульсные, стабильные и нестабильные источники ионизирующего излучения. *Импульсный источник* испускает излучение в течение одного или нескольких интервалов времени, каждый из которых меньше времени наблюдения. *Стабильный источник излучения* испускает ионизирующие частицы, число которых, отнесенное к единице времени, сохраняется постоянным в требуемых пределах в течение заданного времени наблюдения. У *нестабильного источника* число испускаемых ионизирующих частиц, отнесенное к единице времени, не остается постоянным в требуемых пределах в течение заданного времени наблюдения.

Для осесимметричных источников, наиболее часто встречающихся на практике, угловое распределение излучения для фиксированного E_0 обычно задается зависимостью от угла θ_0 между направлением движения частиц и осью симметрии в виде

$$q(\theta_0) = q_0 f(\theta_0), \tag{3.1}$$

где $q(\theta_0)$ — число частиц, испускаемых в единицу времени в единичный телесный угол в направлении θ_0 точечным источником или линейным, поверхностным, объемным источником с единицы длины, поверхности, объема соответственно; q_0 — число частиц, испускаемых в единицу времени в полупространство в телесный угол 2π ср в направлении защиты точечным источником или линейным, поверхностным, объемным единичной длины, поверхности, объема соответственно. При записи формулы (3.1) предполагалось для протяженных источников равномерное распределение мощности по источнику.

Среди многообразия угловых распределений излучений источников для решения большинства практических задач достаточно рассматривать следующие:

изотропное

$$f(\theta_0) = 1/(2\pi); \tag{3.2}$$

косинусоидальное, пропорциональное $\cos\theta_0$,

$$f(\theta_0) = \cos\theta_0/\pi; \tag{3.3}$$

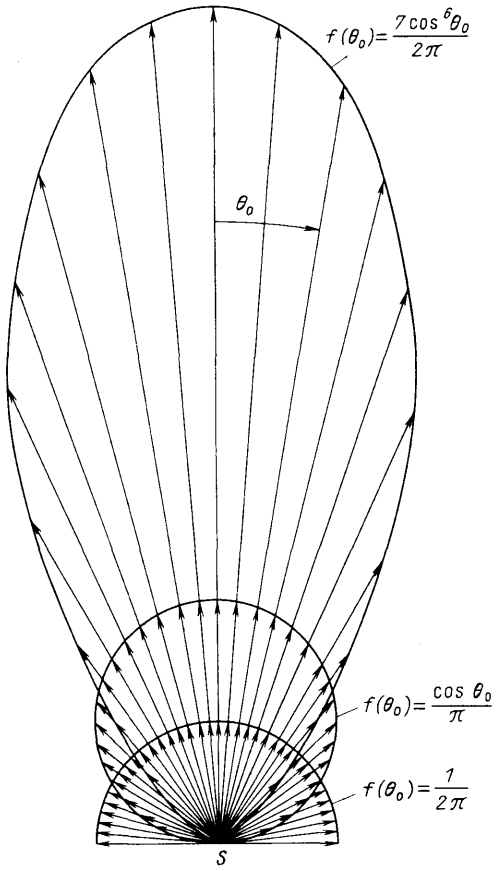


Рис. 3.1. Угловое распределение излучения изотропного и косинусоидальных источников

косинусоидальное, пропорциональное $\cos^n\theta_0$,

$$f(\theta_0)=(n+1)\cos^n\theta_0/(2\pi); \quad (3.4)$$

мононаправленное

$$f(\theta_0)=\delta(\cos\theta_0-1), \quad (3.5)$$

где δ — дельта-функция.

Иногда встречаются угловые распределения, которые можно записать в виде комбинаций изотропных и косинусоидальных угловых распределений излучения:

$$f(\theta_0)=\frac{1}{2\pi}(B+2C\cos\theta_0), \quad (3.6)$$

где $B+C=1$.

Функция $f(\theta_0)$ в распределениях (3.2)—(3.6) нормирована так, что в единицу времени в полупространство в телесный угол 2π ср в направлении защиты точечным источником или линейным, поверхностным, объемным с единицы длины, поверхности, объема соответственно испускается одна частица. Таким образом,

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} f(\theta_0)\sin\theta_0 d\theta_0 d\psi_0=1. \quad (3.7)$$

На рис. 3.1 в виде примера показано угловое распределение излучения изотропного и косинусоидальных источников.

Если функцию $f(\theta_0)$ нормировать так, чтобы излучение испускалось в телесный угол 4π ср, то значения $f(\theta_0)$ будут в 2 раза меньше, чем приведенные в формулах (3.2)—(3.4)—(3.6).

Распределение вида (3.4) — наиболее общее. При $n=0$ оно переходит в распределение (3.2), при $n=1$ — в формулу (3.3), при $n\to\infty$ — в распределение (3.5).

В заключение приведем выражения для описания наиболее часто встречающихся точечных и плоских источников.

Излучение точечного моноэнергетического источника единичной мощности с энергией частиц E_0, помещенного в точке $\mathbf{r}_0$, описывается выражением

$$q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=f(\mathbf{\Omega})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(E-E_0), \quad (3.8)$$

где $f(\mathbf{\Omega})$ определяет угловое распределение излучения источника.

Точечный мононаправленный источник обычно называют *тонким лучом*.

Поле точечного изотропного источника в вакууме изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от источника до детектора.

Излучение плоского моноэнергетического источника с энергией частиц E_0, плоскость которого перпендикулярна некоторому единичному вектору $\mathbf{k}$ и проходит через точку $\mathbf{r}_0$, а излучатели распределены равномерно по всей поверхности источника с угловым распределением излучения, задаваемым функцией $f(\mathbf{\Omega})$, описывается выражением

$$q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=f(\mathbf{\Omega})\delta(\mathbf{rk}-\mathbf{r}_0\mathbf{k})\delta(E-E_0)^*. \quad (3.9)$$

Излучение плоских источников нормировано на одну частицу, испускаемую в единицу времени с единичной поверхности источника в телесный угол 2π ср в направлении защиты.

Косинусоидальный плоский источник формируется на границе полубесконечного объемного гомогенного равномерного изотропного источника с самопоглощением (без рассеяния излучения). Рассеянное излучение на границе такого источника формирует угловое распределение, подчиняющееся закону $\cos^n\theta_0$, где $n>1$.

Мононаправленные плоские источники часто реализуются удалением точечных изотропных источников на достаточно большое расстояние от облучаемого объекта.

Протяженные объемные источники обычно имеют изотропное угловое распределение излучения каждого элемента объема.

Таким образом, для правильного задания источника необходимо указывать все его характеристики. Например, некоторый линейный источник может быть задан так: линейный длины l, м, равномерный изотропный стабильный моноэнергетический источник фотонного излучения с энергией фотонов E_0, МэВ, линейной мощностью q_{0_L} частиц/(см·с).

Наиболее проникающими и часто используемыми видами излучений являются фотонное и нейтронное.

Источниками фотонов могут быть радионуклиды, γ-излучение мгновенного деления ядерного топлива, γ-излучение продуктов деления, захватное γ-излучение, образованное в

* Выражение $\mathbf{kr}=\mathbf{kr}_0$ описывает плоскость, перпендикулярную вектору $\mathbf{k}$ и проходящую через точку $\mathbf{r}_0$.

реакции (n, γ), γ-излучение, возникающее при неупругом рассеянии быстрых нейтронов, γ-излучение активации, аннигиляционное, тормозное, характеристическое и рентгеновское излучения. Наиболее часто используемыми среди них являются фотоны радионуклидов. Некоторые указанные выше источники представляют собой смесь радионуклидов. Характеристики многих источников рассмотрены в соответствующих главах учебника. Отмеченное обусловливает выбор в данной главе для рассмотрения радионуклидных источников как фотонных излучателей и основных источников нейтронов.

§ 3.2. Радионуклиды как γ-излучатели

Пусть имеется точечный изотропный радионуклид активностью $\mathscr{A}$, в котором происходит a распадов в 1 с, а энергетический спектр γ-излучения источника, который задается обычно схемой распада (рис. 1.1 *а*), содержит m групп фотонов; для i-й группы ($i=1, 2, ..., m$) энергия фотонов равна E_{0i}, МэВ, с фотонным выходом (число фотонов с энергией E_{0i} на один распад ядра) $n_{\gamma i}$, фотон/расп.

Рассчитаем для этого источника характеристики поля излучения в воздухе в точке детектирования на расстоянии r, м, от источника.

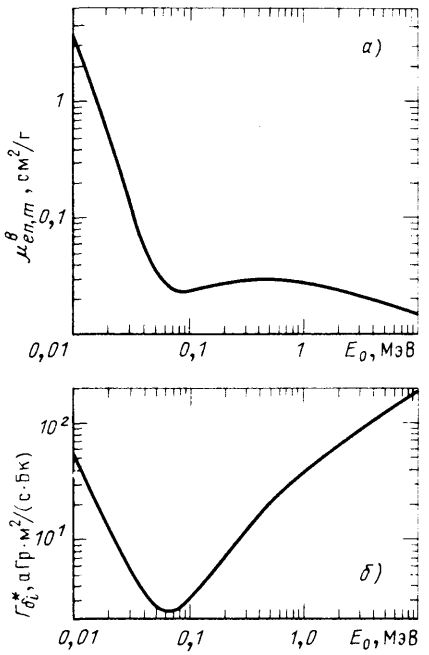


Рис. 3.2. Зависимость от энергии фотонов E_0 массового коэффициента поглощения энергии в воздухе (*а*) и нормализованной дифференциальной керма-постоянной $\Gamma^*_{\delta i}$ (*б*)

Воздух выбран в качестве стандартной среды, так как эксперименты обычно проводятся в естественных условиях воздушной среды и именно по ионизационному эффекту в воздухе часто сравнивают фотонное излучение различных источников.

Плотность воздуха ($\rho=0{,}001293$ г/см^3) меньше плотности твердых тел в 1000—10 000 раз, а средняя длина свободного пробега фотонов в воздухе l велика, например для источника фотонов с энергией $E_0=1$ МэВ $l=122$ м. Поэтому для точечного изотропного источника в воздухе определяющую роль играет геометрическое ослабление излучения. Оценки показывают, что за счет поглощения и рассеяния в воздухе доза, например, для точечного изотропного источника с энергией $E_0=1$ МэВ на расстоянии 3 м от него уменьшается всего лишь на 0,2%. Поэтому в приводимых в этом параграфе формулах мы пренебрегаем поглощением и рассеянием фотонного излучения в окружающей воздушной среде, что эквивалентно рассмотрению задачи в вакууме.

Плотность потока энергии фотонов I, МэВ/(см$^2\cdot$с), в точке детектирования

$$I(r)=\frac{a}{4\pi r^2\cdot 10^4}\sum_{i=1}^{m}(E_{0i}n_{\gamma i}). \qquad (3.10)$$

Запишем теперь для этой задачи формулы расчета дозиметрических величин $\dot{G}$: мощности поглощенной дозы в воздухе $\dot{D}$, мощности кермы в воздухе $\dot{K}$, мощности экспозиционной дозы $\dot{X}$, мощности эквивалентной дозы $\dot{H}$ *[1].

Для величин, выраженных в единицах СИ *[2],

$$\dot{G}^{СИ}=\frac{\mathscr{A}\sum_{i=1}^{m}[E_{0i}n_{\gamma i}\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})]\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}}{4\pi r^2 w}, \qquad (3.11)$$

где $\mathscr{A}$ — активность источника, Бк; $\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})$ — массовый коэффициент поглощения энергии фотонов ($j=en$) в воздухе ($l=$в) (рис. 3.2, *а*) при определении $\dot{D}$, $\dot{X}$ или в биологической ткани стандартного состава ($l=$тк) при определении $\dot{H}$ или массовый коэффициент передачи энергии фотонов ($j=tr$) в воздухе ($l=$в) при определении $\dot{K}$; w — энергетический эквивалент дозиметрической величины; единицы величины $\dot{G}^{СИ}$, $\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})$ и w для расчета различных дозиметрических величин приведены в табл. 3.1, единицы остальных величин оговорены выше.

Если использовать внесистемные единицы, то

$$\dot{G}^{внс}=\frac{\mathscr{A}_0 3{,}7\cdot 10^7\sum_{i=1}^{m}[E_{0i}n_{\gamma i}\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})]\cdot 1{,}602\cdot 10^{-6}}{4\pi r^2\cdot 10^4 w} \qquad (3.12)$$

где $\mathscr{A}_0$ — активность источника, мКи; единицы величин $\dot{G}^{внс}$, $\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})$ и w для расчета различных дозиметрических величин приведены в табл. 3.1.

Обратим внимание, что в этой главе активность в беккерелях обозначена через $\mathscr{A}$, а в милликюри — через $\mathscr{A}_0$.

*[1] В формулы (3.11) и (3.12) для $\dot{H}$ должен быть введен в числителе коэффициент качества k, равный для фотонного излучения 1Зв/Гр.

*[2] В формуле (3.11) использована также внесистемная десятичная кратная единица энергии — мегаэлектрон-вольт (см. § 1.2).

Таблица 3.1. **Единицы величин $\mu^{l}_{j,m}$, w и $\dot{G}$ в формулах (3.11)—(3.12)**

Дозиметрическая величина	Система единиц	$\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})$	w	$\dot{G}$
$\dot{D}$	СИ	$\mu^{в}_{en,m}(E_{0i})$, м²/кг для воздуха	1 Дж/(кг·Гр)	Гр/с
	Внесистемная	$\mu^{в}_{en,m}(E_{0i})$, см²/г для воздуха	100 эрг/(г·рад)	рад/с
$\dot{K}$	СИ	$\mu^{в}_{tr,m}(E_{0i})$, м²/кг для воздуха	1 Дж/(кг·Гр)	Гр/с
	Внесистемная	$\mu^{в}_{tr,m}(E_{0i})$, см²/г для воздуха	100 эрг/(г·рад)	рад/с
$\dot{X}$	СИ	$\mu^{в}_{en,m}(E_{0i})$, м²/кг для воздуха	33,85 Дж/Кл	А/кг
	Внесистемная	$\mu^{в}_{en,m}(E_{0i})$, см²/г для воздуха	87,3 эрг (г·Р)	Р/с
$\dot{H}$	СИ	$\mu^{тк}_{en,m}(E_{0i})$, м²/кг для ткани	1 Дж/(кг·Гр)	Зв/с
	Внесистемная	$\mu^{тк}_{en,m}(E_{0i})$, см²/г для ткани	100 эрг/(г·рад)	бэр/с

Напомним, что в формулах (3.11) и (3.12): $3{,}7\cdot10^{7}$ — число распадов за 1 с, соответствующее активности 1 мКи; $1{,}602\cdot10^{-13}$ — коэффициент перевода 1 МэВ в джоули; $1{,}602\cdot10^{-6}$ — коэффициент перевода 1 МэВ в эрги.

Поглощенная доза обычно рассматривается в условиях равновесия заряженных частиц, для которых эта величина определяется однозначно. Именно предполагая выполнение этих условий, записаны формулы (3.11) и (3.12) для $\dot{D}$.

Если учесть, что в формулах (3.10)—(3.12) $\sum_{i=1}^{m}(E_{0i}n_{\gamma i})$ характеризует выделяемую при одном распаде энергию фотонов, а $\sum_{i=1}^{m}[E_{0i}n_{\gamma i}\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})]/(4\pi r^{2})$ — энергию фотонного излучения, преобразованную в энергию вторичных заряженных частиц с учетом их энергии, переходящей в тормозное излучение, для $\mu_{tr,m}$ или без ее учета для $\mu_{en,m}$ в единице массы воздуха или ткани на расстоянии r от источника при одном акте распада, то запись формул (3.10)—(3.12) станет физически очевидной.

Поглощенная доза D, керма K, экспозиционная доза X или эквивалентная доза H рассчитываются интегрированием по времени облучения $\dot{D}$, $\dot{K}$, $\dot{X}$ или $\dot{H}$.

Например, эквивалентная доза за время облучения t_0

$$H(r)=\int_0^{t_0}\dot{H}_0(r)\exp(-\lambda t)\,dt=[\dot{H}_0(r)/\lambda][1-\exp(-\lambda t_0)]. \quad (3.13)$$

Если $T_{1/2}\gg t_0$, то, разлагая $\exp(-\lambda t_0)$ в формуле (3.13) в ряд, получаем

$$H(r)=\dot{H}_0(r)\,t_0, \quad (3.14)$$

где $\dot{H}_0$ — мощность эквивалентной дозы при $t=0$; λ — постоянная распада радионуклида; $T_{1/2}$ — период полураспада радионуклида.

Подставляя в формулу (3.11) или (3.12) значения коэффициентов $\mu^{l}_{j,m}(E_{0i})$ и w для $\dot{D}$ в воздухе и $\dot{H}$, нетрудно показать, что для моноэнергетического излучения

$$\dot{H}=k\,\frac{\mu^{тк}_{en,m}}{\mu^{в}_{en,m}}\dot{D}. \quad (3.15)$$

Расчет отношения $\mu^{тк}_{en,m}$ для биологической ткани (воды) к $\mu^{в}_{en,m}$ для воздуха показывает, что в диапазоне энергий 0,04—15 МэВ это отношение с небольшой погрешностью постоянно и равно $1{,}09\pm0{,}03$. Следовательно, можно записать, что мощности эквивалентной дозы $\dot{H}$ и поглощенной дозы в воздухе $\dot{D}$ связаны соотношением

$$\dot{H}=k\,1{,}09\,\dot{D}. \quad (3.16)$$

Если учесть, что $\mu_{en,m}=\mu_{tr,m}(1-g)$ (g — доля энергии вторичных заряженных частиц, переходящей в тормозное излучение), то, воспользовавшись формулой (3.11) или (3.12) для $\dot{D}$ и $\dot{K}$, нетрудно показать, что в условиях равновесия заряженных частиц

$$\dot{D}=\dot{K}\,(1-g). \quad (3.17)$$

Для радионуклидных источников ($E_0\lesssim3$ МэВ) в воздухе $g\lesssim0{,}01$ (рис. 1.8). Поэтому формула (3.17) с хорошей точностью переходит в соотношение

$$\dot{D}\simeq\dot{K}. \quad (3.18)$$

В последней формуле знак «$\simeq$» означает, что равенство справедливо, если $g=0$.

Пользуясь формулой (3.18), можно продолжить (3.16)

$$\dot{H}=k\,1{,}09\,\dot{D}\simeq k\,1{,}09\,\dot{K}. \quad (3.19)$$

Следовательно, значения мощности воздушной* кермы и

* Слово «воздушной» указывает вещество, для которого определялась керма.

мощности поглощенной дозы в воздухе в условиях равновесия заряженных частиц для γ-излучения радионуклидных источников совпадают с погрешностью до величины g.

§ 3.3. Керма-постоянная и гамма-постоянная радионуклидного источника

Керма-постоянная и гамма-постоянная являются характеристиками фотонного излучения точечных изотропных радионуклидных источников.

Постоянная мощности воздушной кермы радионуклида (керма-постоянная радионуклида) Γ_δ характеризует мощность воздушной кермы γ-излучения точечного изотропного радионуклидного источника, определенную для некоторых стандартных условий: активности источника $\mathscr{A}=1$ Бк и расстояния от источника до точки детектирования $r=1$ м.

Различают *полную и дифференциальную керма-постоянную.*

Керма-постоянную, рассчитанную для i-й моноэнергетической линии спектра γ-излучения радионуклида, называют дифференциальной и обозначают $\Gamma_{\delta i}$. Полная керма-постоянная (или просто керма-постоянная) равна сумме всех дифференциальных.

Керма-постоянной радионуклида называется отношение мощности воздушной кермы $\dot{K}$, создаваемой фотонами с энергией больше заданного порогового значения δ от точечного изотропно излучающего источника данного радионуклида, находящегося в вакууме, на расстоянии r от источника, умноженной на квадрат этого расстояния, к активности $\mathscr{A}$ источника

$$\Gamma_\delta = \dot{K} r^2 / \mathscr{A}. \qquad (3.20)$$

Единица керма-постоянной — грей-метр в квадрате в секунду-беккерель [Гр · м^2 / (с · Бк)]. Рекомендуемая предпочтительная единица аГр · м^2/(с · Бк).

Значение керма-постоянной численно равно воздушной керме, создаваемой фотонами точечного изотропного радионуклидного источника при одном акте распада на расстоянии $r=1$ м от источника в вакууме.

В основу керма-постоянной положено определение ее по мощности воздушной кермы. Удобство использования кермы при решении практических задач обусловлено тем, что единица СИ кермы имеет простое целочисленное соотношение с внесистемной единицей (1 рад $=10^{-2}$ Гр), керма применима для определения полей как фотонов, так и нейтронов в любом диапазоне доз и энергий излучения, не вводит неоднозначных параметров в расчеты.

В расчетах рекомендуется принимать $\delta=30$ кэВ, так как фотоны с меньшими энергиями обычно не имеют практического значения вследствие сильного самопоглощения, поглощения в материале фильтров, в воздухе и т. д.

Расчет керма-постоянной Γ_δ, аГр · м^2/(с · Бк), для радионуклида, излучающего фотоны m различных энергетических групп с энергией i-й группы E_{0i}, МэВ, фотонным выходом $n_{\gamma i}$ и массовым коэффициентом передачи энергии в воздухе $\mu^{в}_{tr.m}(E_{0i})$, м^2/кг, следует выполнять по формуле (3.20), подставляя в нее значение $\dot{K}$ из формулы (3.11):

$$\Gamma_\delta = \frac{\mathscr{A}\sum_{i=1}^{m}\left[E_{0i} n_{\gamma i}\mu^{в}_{tr.m}(E_{0i})\right]\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13} r^2\cdot 10^{18}}{4\pi r^2 w\mathscr{A}} =$$

$$= 12\,750\sum_{i=1}^{m}\left[E_{0i} n_{\gamma i}\mu^{в}_{tr.m}(E_{0i})\right] = \sum_{i=1}^{m}\Gamma^{*}_{\delta i} n_i = \sum_{i=1}^{m}\Gamma_{\delta i}, \qquad (3.21)$$

где 10^{18} — коэффициент пересчета 1 Гр в аттогреи; $\Gamma^{*}_{\delta i}$ — нормализованная дифференциальная керма-постоянная (рассчитана для выхода одного фотона на один распад, т. е. для $n_{\gamma i}=1$) (рис. 3.2, *б*); $w=1$ Дж/(кг · Гр).

Повторив рассуждения, приведшие нас к формуле (3.18), можно прийти к выводу, что с погрешностью примерно до 1% ($g \lesssim 0{,}01$), меньшей погрешности определения коэффициентов взаимодействия фотонов с веществом (±2%), в условиях равновесия заряженных частиц можно считать керма-постоянную равной подобной величине, рассчитанной по мощности поглощенной дозы в воздухе.

Ранее, до перехода на единицы СИ, вместо керма-постоянной широко использовалась постоянная мощности экспозиционной дозы радионуклида Γ (гамма-постоянная радионуклида).

Отказ от гамма-постоянной, определенной по мощности экспозиционной дозы, обусловлен обоснованным в § 1.5 изъятием из употребления в переходный период на единицы СИ экспозиционной дозы и производных от нее величин.

Гамма-постоянная характеризовала мощность экспозиционной дозы γ-излучения точечного изотропного радионуклидного источника, определенную для следующих стандартных условий: активности источника $\mathscr{A}_0=1$ мКи и расстояния от источника до детектора $r=1$ см.

Подобно керма-постоянной различают *полную* Γ и *дифференциальную* Γ_i *гамма-постоянную.*

Гамма-постоянной радионуклида называется отношение мощности экспозиционной дозы $\dot{X}$, создаваемой фотонами с энергией больше заданного порогового значения δ от точечного изотропно излучающего источника данного радионуклида, находящегося в вакууме, на расстоянии r от источника, умноженной на квадрат этого расстояния, к активности $\mathscr{A}_0$ источника:

$$\Gamma = \dot{X} r^2 / \mathscr{A}_0. \qquad (3.22)$$

Единица гамма-постоянной — рентген-сантиметр в квадрате в час-милликюри [Р · см^2/(ч · мКи)].

Расчет гамма-постоянной можно выполнить по формуле (3.22), подставив в нее значение $\dot{X}$ из формулы (3.12):

$$\Gamma = \frac{\mathscr{A}_0 \cdot 3{,}7 \cdot 10^7 \sum_{i=1}^{m} \left[E_{0i} n_{\gamma i} \mu^{в}_{en,m}(E_{0i})\right] \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-6} \cdot 3600 r^2}{4\pi r^2 \cdot 87{,}3 \mathscr{A}_0} =$$

$$= 194{,}5 \sum_{i=1}^{m} \left[E_{0i} n_{\gamma i} \mu^{в}_{en,m}(E_{0i})\right] = \sum_{i=1}^{m} \Gamma_i^* n_{\gamma i} = \sum_{i=1}^{m} \Gamma_i, \qquad (3.23)$$

где Γ_i^* — нормализованная дифференциальная гамма-постоянная, остальные обозначения — как в формуле (3.12). Заметим, что числитель формулы (3.12) здесь домножен на 3600 — число секунд в часе, чтобы получить единицу гамма-постоянной $Р \cdot см^2/(ч \cdot мКи)$.

Нетрудно показать, что керма-постоянная Γ_δ, $аГр \cdot м^2/(с \cdot Бк)$, больше гамма-постоянной Г, $Р \cdot см^2/(ч \cdot мКи)$, рассчитанной во внесистемных единицах по мощности экспозиционной дозы, в 6,55 раза, если принять $g = 0$, что справедливо для большинства рассматриваемых практических задач.

Значения керма-постоянных и гамма-постоянных для широко используемых радионуклидов приведены в табл. 3.2. Погрешность приводимых величин заключена в диапазоне от 3 до 11%.

Исходным для расчета этих характеристик является энергетический спектр γ-излучения нуклида*, приводимый обычно в виде схем распада (рис. 1.1, *а*).

Ниже рассмотрены особенности расчета керма-постоянных, которые полностью применимы и для гамма-постоянных.

В керма-постоянной кроме ядерного γ-излучения учитывается γ-излучение, возникающее при аннигиляции позитрона с электроном. Если испускается один позитрон на один распад ядра, то за счет аннигиляционного γ-излучения (как правило, два фотона с энергией 0,511 МэВ каждый) керма-постоянная увеличивается примерно на 40 $аГр \cdot м^2/(с \cdot Бк)$.

При расчете керма-постоянной предполагается, что все позитроны нуклида полностью аннигилированы в самом источнике. Это условие выполняется, когда происходит практически полное самопоглощение β^+-излучения в источнике или когда источник окружен фильтром толщиной не меньше максимального пробега наиболее высокоэнергетических β^+-частиц в материале фильтра.

Точность рассчитанной керма-постоянной в основном определяется достоверностью и полнотой наших знаний о схемах распада. При этом возможны различные случаи. Наиболее точно эти характеристики определяются по известным абсолютным фотонным выходам $n_{\gamma i}$ для каждой энергии E_{0i}.

При расчетах керма-постоянной следует учитывать конверсию γ-переходов. В ряде случаев некоторые γ-переходы бывают практически полностью конвергированы и выход фотонов для них исчезающе мал. Количественно эффект характеризуется приводимыми в справочной литературе коэффициентами внутренней конверсии, зависящими от энергии γ-излучения, атомного номера нуклида и мультипольности γ-переходов.

Число переходов на один распад ядра $l_{\gamma i}$ связано с квантовым выходом $n_{\gamma i}$ соотношением

$$n_{\gamma i} = l_{\gamma i} / (1 + \alpha), \qquad (3.24)$$

где α — полный коэффициент внутренней конверсии (КВК) данного γ-перехода, представляющий собой сумму КВК на *K*-, *L*-, *M*- и последующих оболочках: $\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \ldots$

Если известны КВК для *K*-оболочки α_K и ε — отношение КВК на *K*-оболочке к сумме КВК на всех последующих оболочках, то

* Когда из текста ясно, что речь идет о радионуклиде, для краткости можно использовать термин «нуклид».

Таблица 3.2. **Значения керма-постоянных и гамма-постоянных широко используемых радионуклидов, $\delta = 30$ кэВ (для радионуклидов с учетом γ-излучения для дочерних продуктов значения даются для равновесного состояния)**

Радионуклид	$T_{1/2}$	Γ_δ, $\frac{аГр \cdot м^2}{с \cdot Бк}$	Г, $\frac{Р \cdot см^2}{ч \cdot мКи}$
$^{22}_{11}Na$	2,603 года	77,3	11,8
$^{24}_{11}Na$	15,029 ч	118	18,1
$^{54}_{25}Mn$	312,16 сут	30,2	4,61
$^{59}_{26}Fe$	44,52 сут	40,5	6,18
$^{60}_{27}Co$	5,273 года	83,8	12,8
$^{65}_{30}Zn$	243,9 сут	20,0	3,06
$^{74}_{33}As$	17,77 сут	28,5	4,35
$^{85}_{36}Kr$	10,73 года	0,0845	0,0129
$^{95}_{40}Zr + ^{95m}_{41}Nb$	64,02 сут	27,0	4,12
$^{95}_{41}Nb$	35,01 сут	28,0	4,27
$^{110m}_{47}Ag + ^{110}_{47}Ag$	249,9 сут	101,0	15,4
$^{131}_{53}I$	8,054 сут	14,1	2,16
$^{134}_{55}Cs$	2,062 года	57,1	8,72
$^{137}_{55}Cs + ^{137m}_{56}Ba$	30,18 года	21,2	3,24
$^{170}_{69}Tm$	128,6 сут	0,174	0,0266
$^{192}_{77}Ir$	74,08 сут	30,1	4,60
$^{198}_{79}Au$	2,695 сут	15,1	2,30
$^{203}_{80}Hg$	46,73 сут	8,45	1,29
$^{226}_{88}Ra$*1	1600 лет	59,1	9,03
$^{226}_{88}Ra$*2	1600 лет	55,0	8,4

*1 $^{226}_{88}Ra$ в равновесии с основными дочерними продуктами распада до RaD без фильтра.

*2 $^{226}_{88}Ra$ в равновесии с основными дочерними продуктами распада до RaD после начального платинового фильтра толщиной 0,5 мм.

$$n_{\gamma i} = l_{\gamma i} / \{1 + [\alpha_K (\varepsilon + 1)/\varepsilon]\}. \quad (3.25)$$

В последних справочниках учтено в керма-постоянной *KX*-излучение, которое возникает при распаде ядер путем *K*-захвата (захват *K*-электронов) и при конверсии γ-переходов на *K*-оболочке.

При расчете керма-постоянной обычно не учитывается вклад в мощность кермы от тормозного излучения, возникающего при торможении позитронов и электронов в источнике или окружающем его фильтре. Для большинства нуклидов вклад тормозного излучения в полную характеристику поля излучения мал. Однако некоторые нуклиды, например ^{86}Rb, ^{140}Ba, ^{140}La, ^{156}Eu, ^{170}Tm, ^{192}Ir, ^{198}Au, дают заметное тормозное излучение, которое можно оценить по рекомендациям § 12.2 (см. формулы (12.13)—(12.15)).

Приведенные замечания особенно полезны при интерпретации результатов расчетов и сравнении расчетов, проведенных с использованием керма-постоянной, с экспериментальными данными.

Керма-постоянная широко используется для расчетов полей излучения. Рассчитаем мощность воздушной кермы $\dot{K}$, аГр/с, от точечного изотропного радионуклидного источника активностью $\mathcal{A}$, Бк, с полной керма-постоянной Γ_δ, аГр·м^2/(с·Бк), на расстоянии r, м, от источника.

Эта задача легко решается нахождением $\dot{K}$ из формулы (3.20)

$$\dot{K} = \mathcal{A}\Gamma_\delta / r^2. \quad (3.26)$$

Для расчета мощности поглощенной дозы в воздухе или мощности эквивалентной дозы можно воспользоваться соотношениями (3.18) и (3.19).

При работе с радионуклидами широко используются *отсекающие и выравнивающие фильтры*. Фильтрами служат также стенки ампул и емкостей для препаратов. Поэтому часто необходимо знать характеристики γ-излучения радионуклида, прошедшего через тот или иной фильтр.

Практически для таких задач удобно оценивать γ-излучение нуклидов по значению керма-постоянной после начального фильтра, которую можно рассчитать по формуле

$$\Gamma_\delta(d, Z) = \sum_{i=1}^{m} \Gamma_{\delta i} \exp(-\mu_i d)\, B_K^{\text{т.и}}(E_{0i}, \mu_i d, Z) =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \Gamma_{\delta i} \varkappa_{Ki}, \quad (3.27)$$

где d — толщина фильтра из материалов с атомным номером Z; μ — коэффициент ослабления фотонов в материале фильтра; $B_K^{\text{т.и}}(E_{0i}, \mu_i d, Z)$ — фактор накопления воздушной кермы при барьерной геометрии для фотонов с энергией E_{0i} (см. §·10.3); $\varkappa_{Ki} = \exp(-\mu_i d)\, B_K^{\text{т.и}}$ — величина, обратная кратности ослабления излучения фильтром.

Заранее невозможно рассчитать $\varkappa_{Ki}$ для всех практических

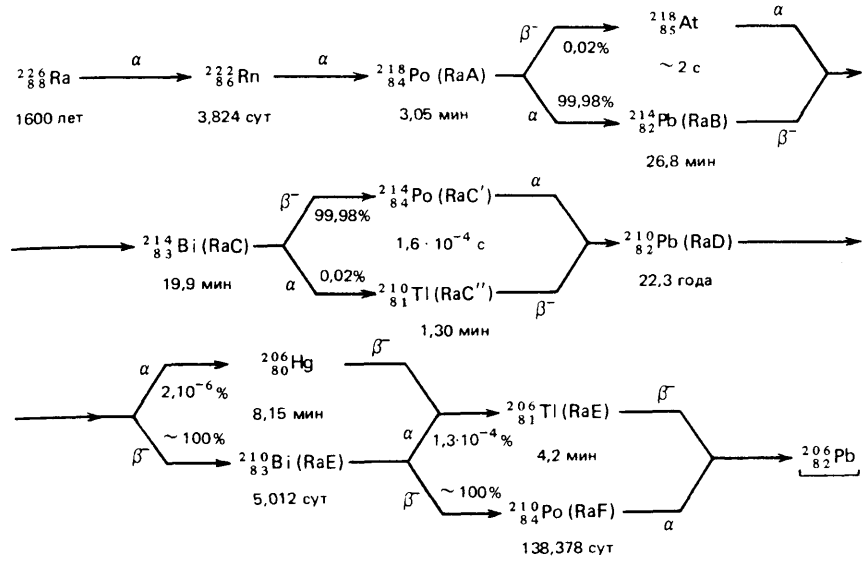


Рис. 3.3. Цепочка радиоактивного распада $^{226}_{88}$Ra

задач. Поэтому в справочной литературе приводятся значения $\varkappa_{Ki}$ для различных материалов, толщины фильтров и энергии γ-излучения.

Распад радионуклида не всегда приводит к образованию стабильного нуклида. Дочерний продукт может быть радиоактивным и в свою очередь превращаться в радиоактивный внучатый нуклид и т. д. Превращение нуклидов в таких случаях принято изображать в виде цепочки радиоактивного распада. Пример такой цепочки для семейства $^{226}_{88}$Ra показан на рис. 3.3.

Для радиоактивных нуклидов, распадающихся в дочерний нестабильный нуклид, в керма-постоянной необходимо учесть γ-излучение всех образующихся дочерних продуктов.

Керма-постоянная, отнесенная к активности 1 Бк материнского нуклида, с учетом γ-излучения всех дочерних продуктов определяется по формуле

$$\Gamma_\delta = \Gamma_{\delta 1} + \sum_{i=2}^{n} \Gamma_{\delta i} \eta_i. \quad (3.28)$$

Здесь нижние индексы i при полных керма-постоянных и коэффициентах η показывают место нуклида в цепочке распада, начиная с материнского нуклида ($i = 1$); n — число радионуклидов в цепочке распада; η_i — коэффициент, характеризующий отношение активности $(i-1)$-го дочернего продукта к активности материнского,

$$\eta_i = N_i\lambda_i/(N_1\lambda_1), \tag{3.29}$$

где λ_1 и λ_i, N_1 и N_i — постоянные радиоактивного распада и числа радиоактивных атомов материнского и $(i-1)$-го дочернего продуктов соответственно.

Керма-постоянная отдельного нуклида не зависит от времени в отличие от керма-постоянной нуклида с учетом γ-излучения его дочерних продуктов. Таким образом, задача сводится к нахождению N_1, N_2, ..., N_i, ..., N_n.

Рассмотрим случай, когда в начальный момент $t=0$ имеется только материнский нуклид с числом радиоактивных атомов $N_{1,0}$, при этом $N_{i,0}=0$ для $i=2, 3, 4, ..., n$. Эта задача соответствует случаю, когда первый дочерний продукт — газообразный нуклид, например первый дочерний продукт ^{226}Ra — газ ^{222}Rn (рис. 3.3). Тогда момент запайки ампулы с материнским нуклидом соответствует $t=0$.

Значения N_i в этой задаче определяются из системы уравнений, характеризующих распад и накопление числа радиоактивных атомов нуклидов семейства:

$$\left.\begin{aligned}
&dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt;\\
&dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&dN_i = \lambda_{i-1} N_{i-1} dt - \lambda_i N_i dt;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&dN_n = \lambda_{n-1} N_{n-1} dt - \lambda_n N_n dt.
\end{aligned}\right\} \tag{3.30}$$

Решение этой системы уравнений дает число радиоактивных атомов отдельных нуклидов:

$$\left.\begin{aligned}
&N_1 = N_{1,0} e^{-\lambda_1 t};\\
&N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) N_{1,0};\\
&N_3 = \lambda_1\lambda_2\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)} + \right.\\
&\left. + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}\right] N_{1,0};\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&N_n = \lambda_1\lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\ldots(\lambda_n-\lambda_1)} + \ldots\right.\\
&\left. \ldots + \frac{e^{-\lambda_n t}}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}\right] N_{1,0}.
\end{aligned}\right\} \tag{3.31}$$

Отсюда легко определить значения η_i:

$$\eta_i = \lambda_2\lambda_3 \ldots \lambda_i\left[\frac{1}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\ldots(\lambda_i-\lambda_1)} + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + \frac{e^{-(\lambda_i-\lambda_1)t}}{(\lambda_1-\lambda_i)(\lambda_2-\lambda_i)\ldots(\lambda_{i-1}-\lambda_i)}\right]. \tag{3.32}$$

Например, для $i=2$

$$\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left[1 - e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}\right]. \tag{3.33}$$

Если в начальный момент радиоактивный препарат кроме материнских атомов $N_{1,0}$ содержит атомы какого-то $(i-1)$-го дочернего вещества, т. е. $N_{i,0}\neq 0$, то число атомов n-го вещества $(n>i)$ определяется как сумма атомов, образовавшихся за счет распада какой-то части $N_{1,0}$ атомов и $N_{i,0}$ атомов, имевшихся в начальный момент.

Тогда

$$N_n = \lambda_1\lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\ldots(\lambda_n-\lambda_1)} + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + \frac{e^{-\lambda_n t}}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}\right] N_{1,0} + \lambda_i\lambda_{i+1} \ldots \lambda_{n-1} \times$$

$$\times\left[\frac{e^{-\lambda_i t}}{(\lambda_{i+1}-\lambda_i)(\lambda_{i+2}-\lambda_i)\ldots(\lambda_n-\lambda_i)} + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + \frac{e^{-\lambda_n t}}{(\lambda_i-\lambda_n)(\lambda_{i+1}-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}\right] N_{i,0}. \tag{3.34}$$

Задача легко может быть распространена на случай, когда в начальный момент имеется любое количество атомов произвольного числа дочерних нуклидов.

В справочной литературе керма-постоянные нуклидов, рассчитанные с учетом γ-излучения дочерних продуктов, приводятся обычно для равновесного состояния, когда в начальный момент имелся только материнский нуклид и $T_{1/2}$ дочерних продуктов намного меньше (по крайней мере в 4—5 раз) $T_{1/2}$ материнского нуклида. Например, для нуклида $^{226}_{88}$Ra, цепочка радиоактивного распада которого приведена на рис. 3.3, равновесное состояние с основными дочерними продуктами распада до RaC, RaC′, RaC″ включительно, как следует из приведенных выше формул, наступает через $t\approx 5T^{Rn}_{1/2}$, где $T^{Rn}_{1/2}$ — период полураспада $^{226}_{86}$Rn, равный 3,824 сут. При $t\gtrsim 5T^{Rn}_{1/2}$ для всех дочерних продуктов до RaC, RaC′, RaC″ включительно $\eta_i=1$ и керма-постоянная, равная в этом случае сумме

керма-постоянных материнского и всех дочерних продуктов, $\Gamma_\delta = 59{,}1$ аГр · м²/(с · Бк). При $t = 0$ керма-постоянная собственно $^{226}_{88}$Ra $\Gamma_\delta = 0{,}06$ аГр · м²/(с · Бк). Керма-постоянная радия в равновесии с основными дочерними продуктами распада после платинового фильтра толщиной 0,5 мм равна 55,0 аГр · м²/(с · Бк).

§ 3.4. Керма-эквивалент радионуклидного источника

Для многих практических задач источники, испускающие γ-излучение, удобно сравнивать по характеристикам поля излучения в воздухе, определяемым в тождественных условиях.

γ-Излучающие источники, создающие при тождественных условиях одинаковую мощность кермы, имеют одинаковый керма-эквивалент. Таким образом, керма-эквивалент является характеристикой радионуклидного препарата.

Керма-эквивалент источника k_e — мощность воздушной кермы $\dot{K}$ фотонного излучения с энергией фотонов больше заданного порогового значения δ точечного изотропно излучающего источника в вакууме на расстоянии r от источника, умноженная на квадрат этого расстояния,

$$k_e = \dot{K} r^2. \qquad (3.35)$$

Единица керма-эквивалента — *грей-метр в квадрате в секунду* (Гр · м²/с). Как и для керма-постоянной, рекомендуется принимать $\delta = 30$ кэВ (см. § 3.3).

Физический смысл керма-эквивалента — мощность воздушной кермы, создаваемая фотонами с энергией больше заданного порогового значения δ на расстоянии $r = 1$ м от данного точечного изотропного радионуклидного источника в вакууме.

Из определения очевидно, что керма-эквивалент k_e, аГр · м²/с, связан с активностью $\mathcal{A}$, Бк, через керма-постоянную Γ_δ, аГр · м²/(с · Бк), соотношением

$$k_e = \mathcal{A}\Gamma_\delta. \qquad (3.36)$$

До последнего времени широко использовалась на практике нестандартная величина — *радиевый гамма-эквивалент*[*1], предназначенный для оценки поля γ-излучения в воздухе по экспозиционной дозе.

В этой величине в качестве стандартного принималось γ-излучение ^{226}Ra в равновесии с основными дочерними продуктами распада[*2] после фильтра из платины толщиной 0,5 мм.

[*1] Радиевый гамма-эквивалент часто называют гамма-эквивалентом.

[*2] С основными дочерними продуктами распада до RaC, RaC′, RaC″ включительно.

Внесистемная единица радиевого гамма-эквивалента — *миллиграмм-эквивалент радия* (мг-экв Ra).

Миллиграмм-эквивалент радия равен радиевому гамма-эквиваленту радиоактивного источника, γ-излучение которого при данной фильтрации и тождественных условиях измерения создает такую же мощность экспозиционной дозы, как и γ-излучение 1 мг государственного эталона Ra в равновесии с основными дочерними продуктами распада при платиновом фильтре толщиной 0,5 мм. Известно, что 1 мг радия соответствует активности примерно $3{,}7 \cdot 10^7$ Бк или 1 мКи (см. § 1.3), а гамма-постоянная Ra в равновесии с основными дочерними продуктами распада после фильтра 0,5 мм Pt равна 8,4 Р · см²/(ч · мКи) (табл. 3.2). Поэтому можно гамма-постоянную для ^{226}Ra в равновесии с основными продуктами распада после фильтра из платины толщиной 0,5 мм записать как $8{,}4 \frac{\text{Р} \cdot \text{см}^2}{\text{ч} \cdot \text{мг-экв Ra}}$. Тогда очевидно, что гамма-эквивалент m любого радиоактивного препарата активностью $\mathcal{A}_0$, мКи, можно определить через гамма-постоянную Г, Р · см²/(ч · мКи), из соотношения

$$m = \mathcal{A}_0 \Gamma / 8{,}4. \qquad (3.37)$$

Для связи керма-эквивалента k_e, нГр · м²/с, с внесистемной величиной гамма-эквивалента m, мг-экв Ra, поделим соответственно левые и правые части соотношений (3.36) и (3.37). Тогда можно записать $k_e/m = (\mathcal{A}\Gamma_\delta \cdot 10^{-9}) : (\mathcal{A}_0\Gamma/8{,}4) = (\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) \times (\Gamma_\delta/\Gamma) \cdot 10^{-9} \cdot 8{,}4 = 3{,}7 \cdot 10^7 \cdot 6{,}55 \cdot 10^{-9} \cdot 8{,}4 = 2{,}04$. При записи последнего отношения учтено, что в формуле (3.36) k_e выражено в аГр · м²/с, $\mathcal{A}/\mathcal{A}_0$ численно равно $3{,}7 \cdot 10^7$, Γ_δ/Γ численно равно 6,55 (см. § 3.3).

Следовательно,

$$k_e = 2{,}04m \text{ (приближенно)}. \qquad (3.38)$$

Заметим, что k_e и m — разные физические величины. Поэтому равенство (3.38) следует понимать условно, как означающее, что k_e соответствует $2{,}04m$.

Керма-эквивалент введен для точечного изотропного источника. Поле объемного изотропного источника рассчитывается как суперпозиция полей точечных изотропных источников с учетом самопоглощения, возможного ослабления излучения в окружающей источник среде и многократного рассеяния по методикам, изложенным ниже.

§ 3.5. Характеристики источников нейтронов

Основными характеристиками нейтронных источников являются: ядерная реакция, приводящая к образованию нейтронов; выход нейтронов; энергетический спектр; угловое распре-

деление нейтронного излучения и интенсивность сопутствующего фотонного излучения.

Радионуклидные источники нейтронов. В этой группе нейтронных источников широко используются нейтроны, получаемые по реакциям (α, n), (γ, n) и спонтанного деления трансурановых элементов (f, sp).

Источники нейтронов по реакции (α, n). С этой реакцией на бериллии при бомбардировке его α-частицами радиоактивных источников ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n$ связано открытие нейтрона. Эти исторически первые источники представляют собой однородную спрессованную смесь α-излучателя, обычно с порошком металлического бериллия или бора в герметической упаковке.

Кроме бериллия и бора иногда применяют легкие элементы фтор или литий. Наибольший выход нейтронов достигается при использовании бериллия. В качестве α-излучателей чаще других источников применяют полоний, радий и плутоний.

Отметим, что источники с использованием в качестве α-излучателя Ra дают нейтроны по реакции (α, n), вызываемой α-частицами как собственно ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$, так и продуктов его распада. При точных измерениях с источниками Ra следует учитывать, что выход нейтронов источника после его изготовления (запайка ампулы) в течение 20—30 сут увеличивается за счет α-частиц накапливающихся основных дочерних продуктов распада. Затем в первые годы после изготовления увеличение выхода нейтронов составляет 0,5% за год, что определяется периодом полураспада RaD, равным 22,3 года.

Размеры (α, n)-источников обычно невелики, и для большинства задач их можно считать точечными.

Для обеспечения более изотропного выхода нейтронов желательно использовать источники, близкие по форме к сферическим.

Основные характеристики наиболее широко используемых (α, n)-источников приведены в табл. 3.3.

Выход нейтронов в значительной степени зависит от качества изготовления источника и в основном от степени однородности смеси материалов мишени и источника α-частиц.

Энергетический спектр нейтронов (α, n)-источников непрерывный (рис. 3.4).

Разброс нейтронов по энергии в источнике определяется рядом причин, основные из которых следующие: динамика столкновения α-частицы с ядром атома мишени такова, что кинетическая энергия, переданная ядру отдачи, может быть различна; энергии взаимодействующих α-частиц различаются также из-за потерь на ионизацию перед столкновением с ядром атома-мишени. Энергетические спектры нейтронов Po—α—Be- и Pu—α—Be-источников практически совпадают (рис. 3.4). Это

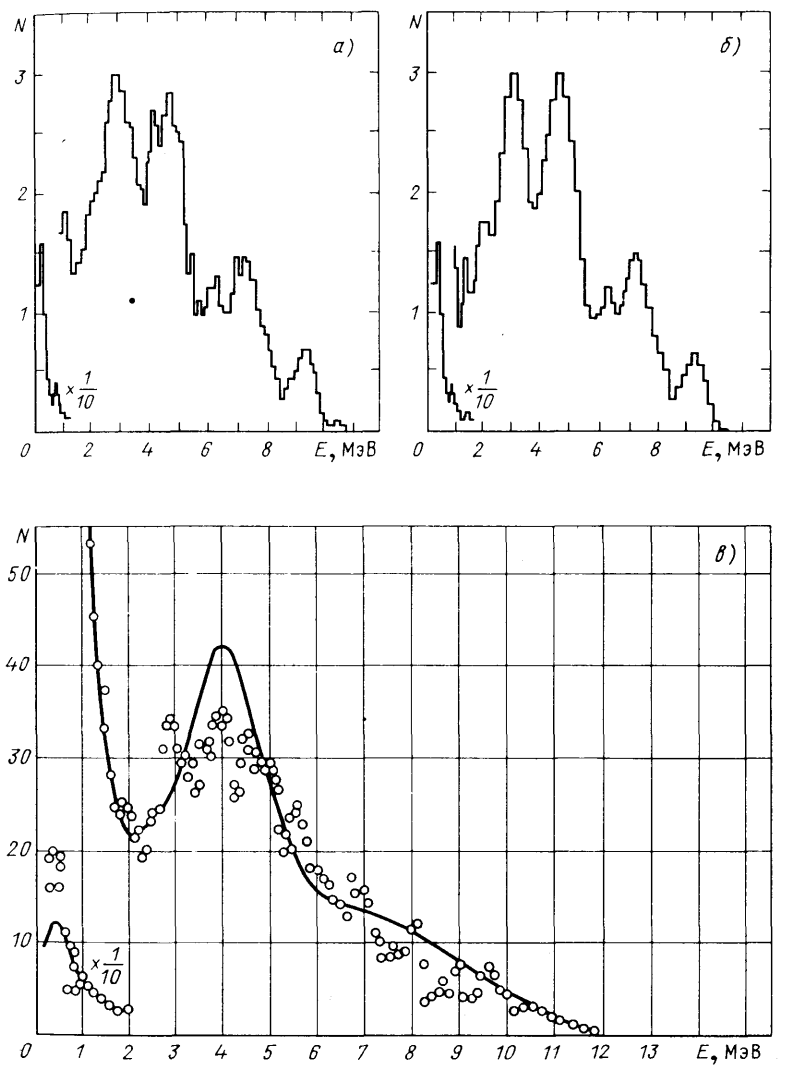


Рис. 3.4. Измеренные энергетические спектры (α, n)-источников:
а — Po—α—Be; *б* — Pu—α—Be; *в* — Ra—α—Be; ——— — расчетный спектр для Ra—α—Be-источника

объясняется тем, что энергии α-частиц полония и плутония совпадают с погрешностью около 0,15 МэВ.

В Po—α—Be-источнике возбужденное ядро ${}^{12}\mathrm{C}$ испускает примерно 1 фотон/нейтр. с энергией 4,44 МэВ, а также фотоны с энергией 2,9 и 7,3 МэВ слабой интенсивности.

Таблица 3.3. **Основные характеристики некоторых (α, n)-источников [Y_0, $Y_0(E_0<2$ МэВ) — полный выход нейтронов и выход нейтронов с энергией меньше 2 МэВ; $\bar{E}$, $E_{макс}$ — средняя и максимальная энергия нейтронов]**

Источник	$T_{1/2}$	Выход нейтронов на 1 г радионуклида, нейтр./с	$\frac{Y_0(E_0<2\text{ МэВ})}{Y_0}\times 100$, %	Энергия нейтронов, МэВ		Число фотонов на 1 нейтрон
				$E_{макс}$	$\bar{E}$	
Ra — α — Be[*1]	1600 лет	$(1{,}2\div 1{,}7)\cdot 10^{7}$[*2]	40	~13,0	3,2	$\sim 10^4$
^{210}Po — α — Be	138,5 сут	10^{10}	20	10,9	4,2	~1
^{239}Pu — α — Be	24 360 лет	$1{,}8\cdot 10^{5}$	15—25	10,7	4,5	~3
^{238}Pu — α — Be	87 лет	$2\cdot 10^{7}$	25	11,1	3,9	Несколько
^{210}Po — α — B	138,5 сут		—	6,0	2,7	

[*1] Радий в равновесии с основными дочерними продуктами распада.
[*2] На 1 г ^{226}Ra.

Сам ^{210}Po испускает фотоны с энергией 0,803 МэВ и выходом $1{,}2\cdot 10^{-5}$ фотон/расп.

В радиевом источнике доза сопутствующего γ-излучения определяется фотонами самого радия в равновесии с основными дочерними продуктами распада.

Фотонейтронные источники. В фотонейтронных источниках используется (γ, n)-реакция, которая может проходить при энергии фотонов, превышающей энергию связи нейтрона в ядре мишени. С этой точки зрения все мишени можно разделить на две группы: 1) бериллиевые и дейтериевые мишени со сравнительно низким порогом реакции: 1,665 и 2,227 МэВ соответственно; 2) мишени из элементов, для которых энергия связи нейтрона в ядре примерно выше 6 МэВ.

Радиоактивные нуклиды, как правило, не испускают фотоны с энергией большей примерно 3 МэВ, поэтому мишени в нуклидных фотонейтронных источниках изготавливают только из бериллия и дейтерия (табл. 3.4). Бериллий обычно применяют в элементарном виде, дейтерий — в виде оксида дейтерия D_2O. Источниками фотонов могут служить радиоактивные нуклиды ^{24}Na, ^{56}Mn, ^{72}Ga, ^{88}Y, ^{116}In, ^{124}Sb, ^{140}La, а также MsTh, ^{226}Ra в равновесии с основными дочерними продуктами распада.

Источники с бериллиевой или дейтериевой мишенью можно приготавливать в виде смеси этих материалов с γ-излучателем или в виде фотонного радионуклидного источника, помещенного внутри контейнера из бериллия или оксида дейтерия.

При облучении оксида дейтерия или бериллия моноэнергетическими фотонами с энергией E_γ энергия нейтронов E_n,

Таблица 3.4. **Характеристика бериллиевых и дейтериевых фотонейтронных источников**

Источник	$T_{1/2}$	$E_{\gamma i}$, МэВ ($n_{\gamma i}$, %)[*1]	E_n, МэВ	Y, 10^4 нейтр./с[*2]
^{24}Na + Be	15,029 ч	3,867 (0,06) 2,754 (99,87)	0,83	13
^{24}Na + D_2O	15,029 ч	3,867 (0,06) 2,754 (99,87)	0,22	27
^{88}Y + Be	107,15 сут	3,219 (0,01) 2,734 (0,43) 1,836 (99,6)	0,16	10
^{88}Y + D_2O	107,15 сут	3,219 (0,01) 2,734 (0,43)	0,31[*3]	0,3
^{124}Sb + Be	60,2 сут	2,091 (5,61) 1,691 (49)	0,024	19
^{140}La + Be	1,67 сут	2,522 (3,44) 2,348 (0,86)	0,62	0,3
^{140}La + D_2O	1,67 сут	2,522 (3,44) 2,348 (0,86)	0,15	0,8
Ra + Be[*4]	1600 лет	2,448 (1,65) 2,204 (5,3) 1,847 (2,2) 1,764 (16,6)	0,6	3,0
Ra + D_2O[*4]	1600 лет	2,448 (1,65)	0,12	0,1

[*1] Энергия $E_{\gamma i}$ и квантовый выход $n_{\gamma i}$ для основных фотонов, на которых идет реакция.
[*2] Выход на 1 г мишени, находящейся на расстоянии 1 см от источника активностью $3{,}7\cdot 10^{10}$ Бк [1 Ки].
[*3] Оценочное значение.
[*4] Ra в равновесии с основными дочерними продуктами распада.

испускаемых под углом θ к направлению движения фотона, может быть вычислена по формуле

$$E_n=\frac{A-1}{A}\left[E_\gamma-Q-\frac{E_\gamma^2}{1862(A-1)}\right]+\delta\cos\theta, \qquad (3.39)$$

где A — атомная масса ядер мишени; E_γ и E_n — энергия фотонов и нейтронов, МэВ; Q — энергия связи нейтронов в ядре, МэВ; $\delta\approx E_\gamma\left[\frac{2(A-1)(E-Q)}{931A^3}\right]^{1/2}$.

С помощью формулы (3.39) легко оценить, что разброс нейтронов источника по энергиям невелик (за исключением очень легких элементов и энергии фотонов, близкой к пороговой). Поэтому для многих практических задач источники нейтронов по реакции (γ, n) могут считаться моноэнергетичес-

кими. Необходимо, однако, иметь в виду, что в действительности в источниках имеет место больший разброс энергии, чем это следует из формулы (3.39). Это обусловлено замедлением нейтронов в бериллии или дейтерии, а также возможной частичной потерей энергии фотонами при комптоновском рассеянии до того, как происходит (γ, n)-реакция.

Выход нейтронов из (γ, n)-источников обычно меньше, чем из (α, n)-источников, что объясняется меньшим сечением (γ, n)-реакции.

Существенный недостаток фотонейтронных нуклидных источников — большой фон фотонного излучения.

Источник нейтронов спонтанного деления. Появление в последнее время в заметных количествах спонтанно делящихся трансурановых элементов Pu, Cm, Cf позволяет изготовлять на их основе источники нейтронов.

Особенно перспективными и удобными являются источники нейтронов на основе изотопа ^{252}Cf с периодом полураспада относительно α-распада 2,64 года и с периодом полураспада относительно спонтанного деления 82 года. Этот источник обладает наибольшим удельным выходом нейтронов (около $2{,}5 \cdot 10^9$ нейтр./с на 1 мг изотопа), что позволяет изготавливать практически невесомые и точечные источники. Среднее число мгновенных нейтронов на деление у этого источника составляет 3,78 с малым выходом сопутствующего излучения (обычно не более трех фотонов на один испущенный нейтрон). Энергетический спектр нейтронов источника ^{252}Cf (рис. 3.5) близок к спектру нейтронов деления и хорошо описывается зависимостью

$$N(E_0) = \text{const} \sqrt{E_0} \exp(-E_0/T),$$

где T — температура спектра, $T = 1{,}40 \pm 0{,}02$ МэВ.

Источник ^{252}Cf удобен для проведения различных методических и калибровочных эталонных исследований. Малые размеры источника практически исключают возмущение исследуемой среды в задачах распространения нейтронов в веществе, а большая его мощность (примерно до 10^{10} нейтр./с) позволяет рассматривать задачи с большой кратностью ослабления.

Выход, энергетическое распределение нейтронов и сопутствующее излучение зависят от чистоты исходного материала, способа приготовления, размеров и материала упаковки источников.

Источники нейтронов на основе ускорителей заряженных частиц. Нейтроны возникают в любых мишенях, которые облучаются тяжелыми заряженными частицами, если только рождение нейтрона не запрещено энергетически.

Для энергий ускоренных частиц, не превышающих 20—30 МэВ, наилучшими по выходу нейтронов являются мишени из легких элементов.

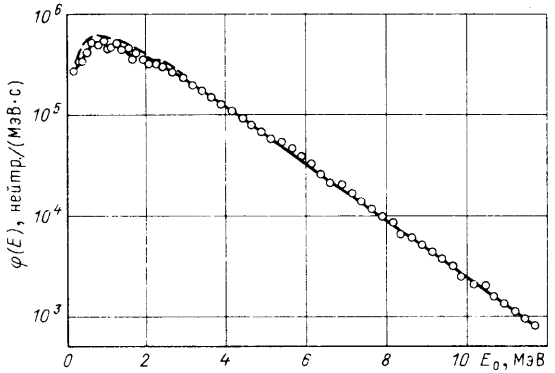


Рис. 3.5. Энергетический спектр нейтронов радионуклидного источника на основе ^{252}Cf:
о — для источника в виде иглы диаметром 1,7 и высотой 36 мм; — — — для того же источника в стальном цилиндре

Важным преимуществом этих источников является возможность получения нейтронов с невысокой энергией. Для этих целей используют (p, n)- и (d, n)-реакции на легких ядрах (рис. 3.6).

Примером использования указанных реакций могут служить широко распространенные реакции ускоренных до 1 МэВ дейтонов с мишенью из тяжелой воды для получения нейтронов с энергией 4 МэВ или ускоренных примерно до 15 кэВ дейтонов с мишенью из трития для получения нейтронов с энергией 14,9 МэВ при $\theta = 0°$.

Выше указывалось, что только на бериллиевой и дейтериевой мишенях по реакции (γ, n) можно получить радионуклидные фотонейтронные источники. Для получения фотонейтронов с использованием других мишеней, где энергии связи нейтрона в ядрах мишени обычно примерно выше 6 МэВ, необходимо более высокоэнергетическое фотонное излучение, которое можно получить на мишени электронных ускорителей соответствующих энергий.

Сечение (γ, n)-реакции, как правило, сначала возрастает с увеличением энергии (исключение составляют легкие элементы) от нуля при пороговой энергии реакции до максимального значения при энергиях фотонов примерно 20 МэВ, а затем снова убывает. На рис. 3.7 приведены выходы нейтронов из мишени различных материалов на электронных ускорителях, рассчитанные в предположении, что электронный и фотонный пучки полностью поглощаются в мишени.

Сечения фотонейтронных процессов на два-три порядка меньше парциальных сечений других процессов взаимодействия фотонного излучения с материалом среды. В результате вклад фотонейтронов в полную характеристику поля излучения

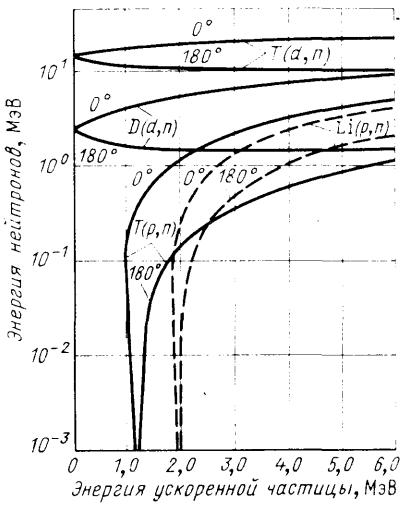


Рис. 3.6. Зависимость энергии нейтронов от энергии ускоренных протонов и дейтонов для углов вылета 0 и 180

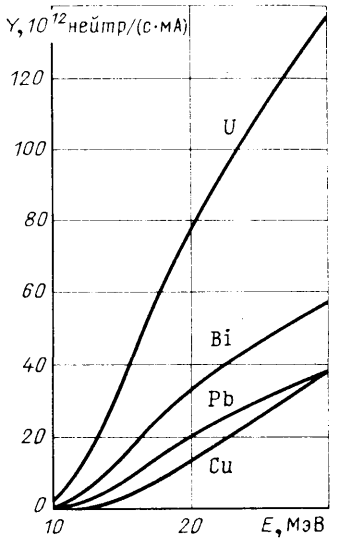


Рис. 3.7. Зависимость выхода нейтронов Y из различных мишеней от энергии ускоренных электронов

существен лишь для защит, мало ослабляющих фотонное излучение по сравнению с нейтронами. Примером такой среды является вода. На больших толщинах воды (1,5—2 м) поток нейтронов может определяться фотонейтронами, обусловленными дейтерием воды.

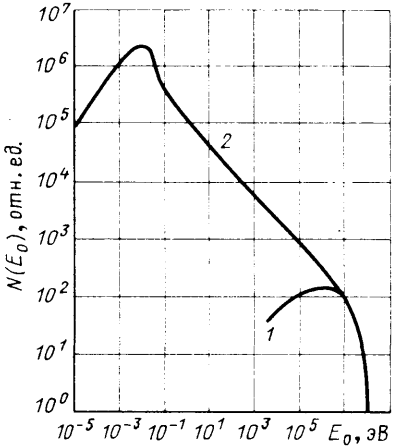
Источники нейтронов деления и синтеза ядер — наиболее мощные нейтронные источники. Например, через поверхность активной зоны мощного ядерного реактора проходит до 10^{17}—10^{18} нейтр./с, что на много порядков больше мощности любого нейтронного источника, за исключением атомной бомбы.

Ядерный реактор как источник нейтронов деления. Нейтроны, сопровождающие процесс деления, подразделяют на мгновенные (более 99%) и запаздывающие нейтроны деления. Мгновенные нейтроны деления распределены по энергиям в широком интервале от нескольких десятков килоэлектрон-вольт примерно до 20 МэВ и образуются практически одновременно с делением ядра (рис. 3.8). Энергетический спектр нейтронов деления ^{235}U на тепловых нейтронах может быть описан плавной функцией

$$N(E_0)=a\,\mathrm{sh}\sqrt{bE_0}\exp(-E_0/c), \qquad (3.40)$$

где a, b, c — константы.

Рис. 3.8. Спектр нейтронов деления (*1*) и в активной зоне ядерного реактора на тепловых нейтронах (*2*)



Наиболее точное выражение получается при использовании констант Крэнберга ($a=0{,}453$; $b=2{,}29$; $c=0{,}965$):

$$N(E_0)=0{,}453\,\mathrm{sh}\sqrt{2{,}29E_0}\times \\ \times\exp(-E_0/0{,}965). \qquad (3.41)$$

Для описания $N(E_0)$ приводятся в литературе также следующие формулы:

формула Уатта — Фэзера

$$N(E_0)=0{,}484\,\mathrm{sh}\sqrt{2E_0}\exp(-E_0); \qquad (3.42)$$

экспоненциальная зависимость для энергий 4 МэВ $\leqslant E_0 \leqslant$ 14 МэВ

$$N(E_0)=1{,}75\exp(-0{,}776E_0); \qquad (3.43)$$

формула Лос-Аламосской лаборатории

$$N(E_0)=0{,}770\sqrt{E_0}\exp(-0{,}776E_0). \qquad (3.44)$$

В формулах (3.40) — (3.44) $N(E_0)$ — доля нейтронов, испущенных на интервал в 1 МэВ на 1 нейтрон, испущенный при делении, нейтр./(МэВ · нейтр. дел.), энергия E_0 выражена в мегаэлектрон-вольтах. Таким образом, энергетические распределения нормированы следующим образом:

$$\int_0^\infty N(E_0)\,dE_0=1. \qquad (3.45)$$

Формула (3.44) в области энергии $E_0>9$ МэВ дает завышенный результат.

Максимум энергетического распределения нейтронов приходится на интервал энергии 0,6—0,8 МэВ. При энергии выше 2—3 МэВ форма спектра близка к экспоненциальной.

Энергетический спектр нейтронов деления зависит от энергии нейтронов, вызывающих деление, и от природы делящегося материала. Однако это различие невелико и для многих задач не имеет практического значения.

Для оценки спектров большинства делящихся материалов спектры нейтронов можно описать распределением

$$N(E_0)=C\sqrt{E_0}\exp(-3E_0/(2\bar{E}_0)), \qquad (3.46)$$

Таблица 3.5. **Значения параметров формулы (3.46) и среднее число нейтронов ν, образующихся в акте деления тепловыми нейтронами**

Делящееся вещество	C	$\bar{E}_0$, МэВ	$\bar{\nu}$
^{233}U	0,755	1,96±0,06	2,50±0,01
^{235}U	0,770	1,94±0,05	2,43±0,02
^{239}Pu	0,733	2,00±0,05	2,89±0,04
^{241}Pu	0,733	2,00±0,05	2,99±0,05

где $\bar{E}_0$ — средняя энергия спектра; C — нормировочный множитель. В табл. 3.5 приведены экспериментальные значения коэффициентов C и $\bar{E}_0$ для деления ^{233}U, ^{235}U, ^{239}Pu и ^{241}Pu тепловыми нейтронами.

Спектр образующихся при делении плутония нейтронов несколько жестче, чем при делении урана, а доля нейтронов с энергией $E_0 > 10$ МэВ при делении ^{241}Pu выше на 30%, чем при делении ^{235}U.

Погрешность расчетов по формуле (3.46) при $E_0 \lesssim 9$ МэВ не превышает 12%, а при увеличении E_0 возрастает и становится довольно значительной; например, при $E_0 = 14$ МэВ она достигает 70%.

Средняя энергия нейтронов деления $\bar{E}_0$ и среднее число нейтронов $\bar{\nu}$, образующихся в акте деления, связаны соотношением

$$\bar{E}_0 \approx 0{,}74 + 0{,}653\,(\bar{\nu}+1)^{1/2}. \qquad (3.47)$$

Величина $\bar{\nu}$ зависит также от энергии нейтронов, вызывающих деление.

Рассмотрим природу образования запаздывающих нейтронов. Известно, что β-переходы β-радиоактивных ядер могут происходить в основные и возбужденные состояния дочерних ядер, причем в последнем случае энергия возбуждения ядра идет на γ-излучение или испускание электронов внутренней конверсии. Однако для сильновозбужденных и перегруженных нейтронами продуктов деления может наблюдаться еще один процесс — испускание нейтрона возбужденным дочерним ядром. Этот процесс происходит, когда энергия возбуждения дочернего ядра больше энергии связи нейтронов в ядре. Так образуются запаздывающие нейтроны.

Кривые распада с испусканием запаздывающих нейтронов хорошо аппроксимируются суммой экспонент; для хорошей аппроксимации требуется шесть групп нейтронов (табл. 3.6).

При расчете защиты ядерного реактора запаздывающими нейтронами можно пренебречь, учитывая их низкий выход (менее 1%) по отношению ко всем нейтронам деления и

Таблица 3.6. **Характеристика запаздывающих нейтронов деления**

Группа нейтронов	$T_{1/2}$ *1	$\bar{E}_n$, кэВ	Доля запаздывающих нейтронов при делении *2					
			^{232}Th	^{233}U	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{240}Pu
1	54,5	250	0,034	0,086	0,038	0,013	0,038	0,025
2	21,8	460	0,150	0,274	0,213	0,137	0,280	0,270
3	6,0	405	0,155	0,228	0,188	0,162	0,216	0,184
4	2,2	450	0,446	0,316	0,407	0,388	0,328	0,359
5	0,5	520	0,172	0,073	0,128	0,225	0,103	0,135
6	0,18	—	0,043	0,023	0,026	0,075	0,035	0,027
Общий выход:								
на одно деление			0,0496	0,0070	0,0165	0,0412	0,0063	0,0080
на нейтрон, испускаемый при делении			—	0,0029	0,0067	—	0,0021	—

*1 Приведенные $T_{1/2}$ характерны для деления ^{235}U. Различие периодов для различных делящихся нуклидов и энергии нейтронов, вызывающих деление, для практических целей несущественно.

*2 Выходы для каждой группы представлены в виде доли запаздывающих нейтронов в данной группе от общего количества запаздывающих нейтронов.

сравнительно небольшую кинетическую энергию. Исключение составляют некоторые особые случаи, например реакторы с циркулирующим топливом, из-за специфики которых запаздывающие нейтроны необходимо учитывать.

Отметим, что энергетическое распределение нейтронов в активной зоне реактора (рис. 3.8) не описывается во всем диапазоне энергий приведенными выше формулами (3.40)—(3.42), так как энергетическое распределение нейтронов в реакторе устанавливается в результате процессов взаимодействия нейтронов с ядрами активной зоны и отражателя. Поэтому спектр нейтронов в реакторе значительно мягче спектра нейтронов деления. Форма спектра определяется конкретной компоновкой активной зоны и отражателя данного реактора.

Однако при $E_0 \gtrsim 3 \div 4$ МэВ практически для всех типов реакторов спектр нейтронов можно аппроксимировать формулами (3.40)—(3.42). Отмеченное справедливо и для энергетических распределений нейтронов, формируемых в экспериментальных каналах и на их выходе.

Термоядерный реактор как источник нейтронов. Основой для изучения возможности создания термоядерного реактора послужил дейтерий-тритиевый топливный цикл

$$D + T \rightarrow {}^4He\,(3{,}5\ \text{МэВ}) + n\,(14{,}1\ \text{МэВ}).$$

Интересным представляется также топливный цикл

$$D+D \begin{cases} \nearrow {}^{3}He\,(0{,}82\ МэВ)+n\,(2{,}45\ МэВ) \\ \searrow T\,(1{,}01\ МэВ)+H\,(3{,}02\ МэВ). \end{cases}$$

Указанные реакции приводят к образованию быстрых нейтронов, для которых проводится расчет защиты. Заметим, что если в активной зоне ядерного реактора деления доля нейтронов с энергией выше 10 МэВ составляет всего лишь 0,1%, то источник нейтронов реактора синтеза по реакции D+T можно считать близким к моноэнергетическому с энергией нейтронов 14,1 МэВ.

Нейтроны при ядерном и термоядерном взрывах. При ядерном взрыве, использующем реакцию деления, образуется $2\cdot10^{23}$ нейтронов на 1 кт тротилового эквивалента. При термоядерном взрыве образуется приблизительно в 10 раз больше нейтронов при одинаковом тротиловом эквиваленте заряда.

Энергетическое распределение нейтронов, покидающих зону взрыва, не совпадает с начальным спектром, характерным для нейтронов, образующихся в результате реакции деления или синтеза. Оно заметно трансформируется при прохождении через конструктивные материалы и оболочку боеприпаса, так что для спектра нейтронов, покидающих зону взрыва, характерно обогащение нейтронами с низкой энергией.

Эти источники являются наиболее мощными источниками нейтронов. Так как при ядерном взрыве процесс выделения энергии и образования нейтронов происходит за время значительно меньше 10^{-6} с, то подземный ядерный взрыв может использоваться как импульсный источник однократного действия для селекции нейтронов по времени пролета.

§ 3.6. Установка для изучения радиационной защиты на реакторах

Для изучения физики защиты реакторов созданы специальные установки — источники нейтронного излучения.

Установки с непосредственным использованием нейтронов активной зоны реактора [например, установка Б-2 реактора БР-10 (рис. 3.9) и реактор РИЗ в нашей стране, башенная установка (рис. 3.10) в США]. В области энергий $E_0 \lesssim 3 \div 4$ МэВ

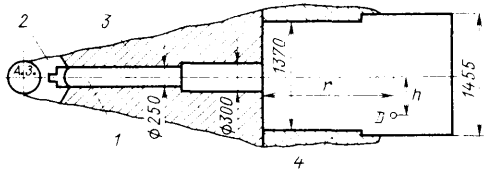


Рис. 3.9. Схема установки Б-2 реактора БР-10:
1 — экспериментальный канал; *2* — никель; *3* — защита реактора; *4* — бетонная защитная ниша

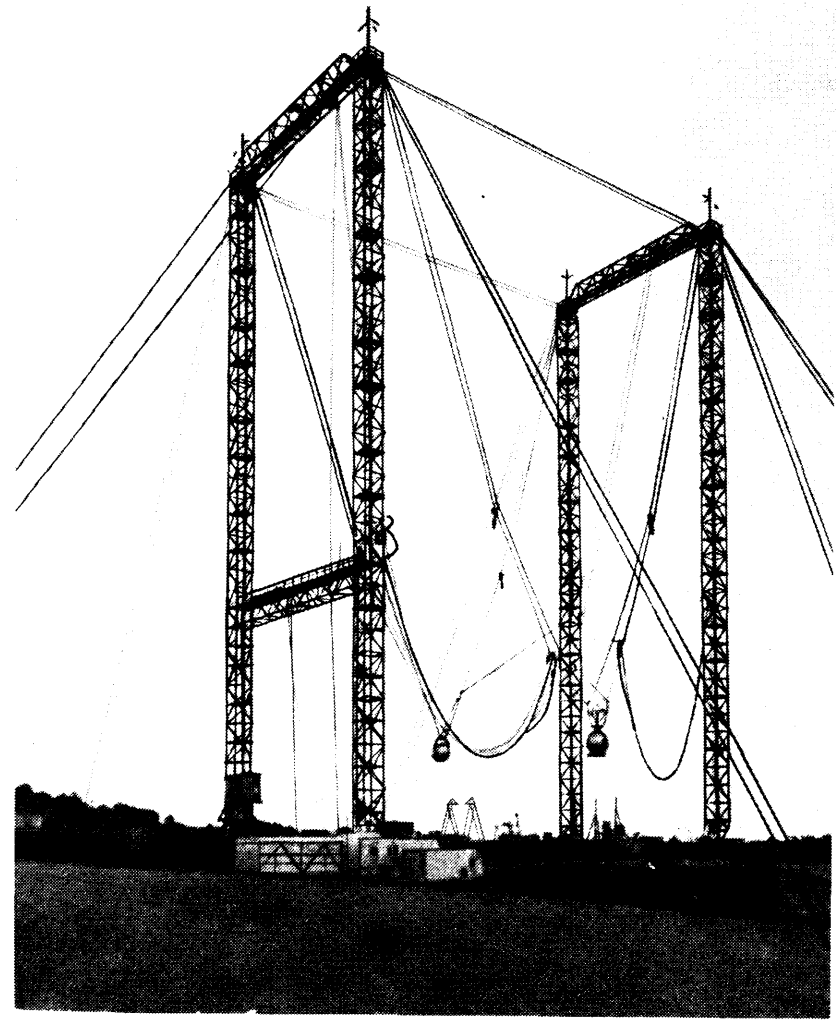


Рис. 3.10. Башенная установка для исследования защит в США

энергетическое распределение нейтронов таких установок зависит от типа реактора и отличается от спектра нейтронов деления.

Установка Б-2 реактора на быстрых нейтронах БР-10 состоит из экспериментального канала, перекрываемого в нерабочем положении шибером, передвижной тележки с укрепленным на ней стальным баком и бетонной защитной ниши, частично окружающей тележку с баком (рис. 3.9). Нейтроны из активной зоны проходят через никелевый отражатель толщиной

16 см и попадают в канал в защите диаметром 25 – 30 см. Таким образом, пучок установки Б-2 представляет собой хорошо коллимированный дисковый (диаметром около 30 см) источник быстрых и промежуточных нейтронов с расходимостью по углу примерно 2,5°. Пучок на выходе из канала в защите попадает в стальной бак размерами $137 \times 139 \times 217$ см для изучаемых защит, придвинутый в рабочем положении вплотную к каналу.

Плотность потока нейтронов с энергией $E_0 \geqslant 1{,}5$ МэВ на входе в бак составляет $(1{,}2 \pm 0{,}2) \cdot 10^{10}$ нейтр./(см$^2 \cdot$ с) при мощности реактора 5 МВт. При энергии нейтронов $E_0 < 3$ МэВ спектр нейтронов на входе в бак смягчен по сравнению со спектром деления, что объясняется, в частности, прохождением нейтронов через никелевый отражатель.

При использовании дисковых мононаправленных источников, подобных источнику установки Б-2 реактора БР-10, изучают поле излучения в защите в зависимости от двух пространственных координат: r — расстояния вдоль оси пучка и h — расстояния по перпендикуляру от оси пучка. По измеренной функции ослабления дискового мононаправленного источника с помощью формулы (8.110) можно определить функцию ослабления плоского мононаправленного источника.

Башенная установка для исследования защит Ок-Риджской национальной лаборатории США (рис. 3.10) начала использоваться в 1954 г. для исследования распространения нейтронов поднятого над землей реактора в воздухе. Башни имеют высоту 90 м. В последние годы реактор использовался на земле как источник нейтронов для изучения задач глубокого распространения излучений.

Установки с конверторами нейтронов деления. В этих установках источником излучения служит конвертор с делящимся материалом, устанавливаемый на выходе тепловой колонны реактора или на одном из его каналов. В конверторе поглощается большая часть падающих на него тепловых нейтронов реактора, в результате чего происходит деление ядер делящегося материала, приводящее к образованию нейтронов с известным спектром деления.

К установкам данного типа относятся, например, КТК (конвертор тепловой колонны) реактора БР-10 и установки в Ок-Риджской и в Брукхейвенской национальных лабораториях США.

Основные преимущества таких установок: 1) их спектры нейтронов очень близки к спектру деления; 2) строго определенная геометрия изотропного источника позволяет преобразовать поле излучения к геометрии точечного изотропного источника.

Рассмотрим в качестве примера установку КТК реактора БР-10. Нейтроны реактора, пройдя через никелевый отражатель, попадают в сборку из реакторного графита размером $1400 \times$

$\times 1400 \times 2900$ мм, примыкающую непосредственно к никелевому отражателю и представляющую собой тепловую колонну реактора. Вплотную к тепловой колонне примыкает стальной бак для изучаемых защитных сборок размерами $2 \times 2 \times 2{,}5$ м, на передней стенке которого находится источник — кассета (270×270 мм) из обогащенного ^{235}U диоксида урана. Кассета плотно заполнена 64 цилиндрическими стержнями общей массой ^{235}U 670 г. Диафрагма из карбида бора с отверстием диаметром 25 см перед конвертором формирует дисковый изотропный источник нейтронов деления диаметром 25 см. При мощности реактора 5 МВт источник имеет поверхностную мощность $(1{,}57 \pm 0{,}07) \cdot 10^8$ нейтр. дел./(см$^2 \cdot$ с).

Установки с конверторами нейтронов промежуточной энергии (КПН). Идея создания конвертора промежуточных нейтронов — мощного источника нейтронов промежуточной энергии — основана на том, что в некоторых средах быстрые нейтроны ослабляются значительно эффективнее, чем промежуточные. Например, известно, что длина релаксации быстрых нейтронов с энергией более 3 МэВ в железе 6,3 см, а для промежуточных нейтронов 24 — 30 см (для бесконечной среды она несколько больше). Следовательно, если интенсивный пучок быстрых нейтронов реактора направить на одну из сторон железной призмы достаточных размеров, то на противоположной стороне призмы сформируется источник промежуточных нейтронов. Подбором соответствующего профиля на выходе призмы можно добиться равномерного поля излучения. Примером такой установки может быть КПН на пучке Б-2 реактора БР-10. Этот конвертор нейтронов промежуточной энергии — стальная призма толщиной 63 см, в которой формируется спектр нейтронов со средней энергией 0,1 МэВ и отношением плотности потока нейтронов с энергией, меньшей 1,4 МэВ, к плотности потока нейтронов с энергией, большей 1,4 МэВ, равным $2 \cdot 10^4$. Конвертор представляет собой дисковый источник с равномерным полем излучения в радиусе примерно 40 см с угловым распределением плотности потока нейтронов в диапазоне 0,215 эВ — 800 кэВ вида $(0{,}5 + \cos\theta)/(2\pi)$, где θ — угол между нормалью к поверхности конвертора и выбранным направлением детектирования.

§ 3.7. Классификация защит

Материалы, располагаемые для ослабления потоков ионизирующих излучений между источником излучения и защищаемой зоной размещения персонала или оборудования, называют *защитой*.

Защиту от ионизирующих излучений классифицируют по назначению, типу, компоновке, форме и геометрии.

Защита от ионизирующих излучений должна обеспечивать: а) допустимый уровень облучения обслуживающего установку персонала; б) допустимый уровень радиационных повреждений (изменение прочностных характеристик, разрушение органических соединений, радиолиз воды и др.) конструкционных и защитных материалов; в) допустимый уровень радиационного энерговыделения и температурного распределения в конструкционных и защитных материалах. В соответствии с этим *защиты* по назначению подразделяют соответственно на *биологическую*, *радиационную* и *тепловую*.

Радиационная и тепловая защиты, которые конструкционно часто бывают совмещены, необходимы только для мощных источников излучения ядерно-технических установок, таких, например, как ядерные реакторы. При работе с радионуклидными источниками необходимость в радиационной и тепловой защите обычно не возникает.

Защиты подразделяются на следующие типы:

1. *Сплошная защита*, целиком окружающая источники излучения. Такая защита может ослаблять излучение одинаково во всех направлениях или быть ослабленной для областей, где допустимый уровень может быть принят бóльшим, например для областей ограниченного доступа персонала.

2. *Раздельная защита*, когда наиболее мощные источники излучения окружает первичная защита (например, первичная защита активной зоны ядерного реактора), а между первичной и вторичной защитами имеются также источники излучения (например, система теплоносителя ядерного реактора).

3. *Теневая защита* устанавливается между источником излучения и защищаемой областью, размеры которой ограничиваются «тенью», «отбрасываемой» защитой. Особенно часто такая защита используется при ограничениях ее массы и габаритов.

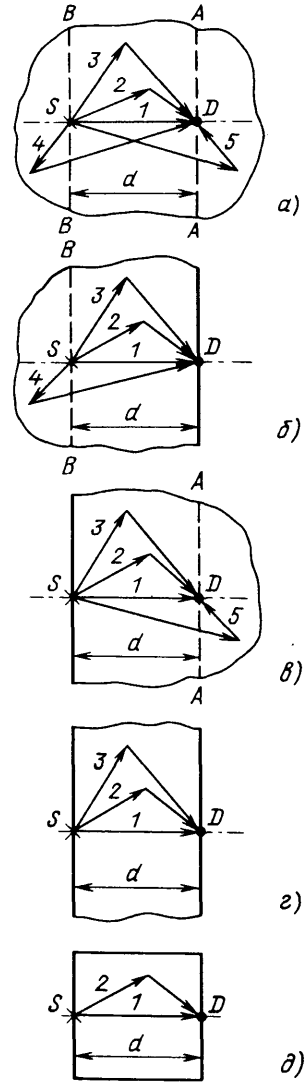
По компоновке выделяют *гомогенную* (имеет постоянные сечения взаимодействия по всей защите) и *гетерогенную* (сечение взаимодействия по толщине защиты изменяется) *защиты*.

По форме поверхности наиболее часто на практике встречаются *плоская*, *сферическая* и *цилиндрическая защиты*.

Если критерием классификации выбрать геометрию защиты, можно выделить следующие ее виды: *бесконечная* (рис. 3.11, *а*), *полубесконечная с детектором D на границе среды и источником S в среде* (рис. 3.11, *б*), *полубесконечная с источником S на границе среды и детектором D в среде* (рис. 3.11, *в*), *барьерная* (рис. 3.11, *г*) и *ограниченная* (рис. 3.11, *д*).

Все указанные виды защит без потери общности рассмотрения иллюстрируются на рис. 3.11 на примере гомогенной среды, точечного источника S и точечного детектора D.

Рис. 3.11. Геометрия защит и типичные траектории нерассеянных и рассеянных в среде частиц



Критерий бесконечности защиты (рис. 3.11, *а*) можно сформулировать так: если любое окружение выделенной защитной среды любым дополнительным материалом не изменяет показаний детектора, то такая среда называется бесконечной. Физически это означает, что вероятность того, что любая частица, рассеянная за пределами выделенной среды, будет зарегистрирована детектором, практически равна нулю.

Полубесконечная среда с детектором на границе среды и источником в среде (рис. 3.11, *б*) образуется из бесконечной (рис. 3.11, *а*), если отсечь плоскостью AA заднее по отношению к детектору полупространство (среда справа от плоскости AA).

Полубесконечная среда с источником на границе среды и детектором в среде (рис. 3.11, *в*) образуется из бесконечной (рис. 3.11, *а*), если отсечь плоскостью BB заднее по отношению к источнику полупространство (среда слева от плоскости BB).

Если отсечь заднее полупространство по отношению к детектору и заднее полупространство по отношению к источнику параллельными плоскостями AA и BB, то получится защита барьерной геометрии (рис. 3.11, *г*).

Выделение в защите барьерной геометрии лишь части среды, например цилиндра, на оси которого с противоположных сторон находятся источник и детектор (рис. 3.11, *д*), приводит к ограниченной защите. Под ограниченной понимается среда, у которой хотя бы один из поперечных размеров (размеры в плоскости, перпендикулярной прямой источник-детектор) не может быть принят за бесконечный.

Рассмотрим влияние геометрии защиты на показания детектора (рис. 3.11).

Геометрия защиты при постоянных расстоянии d и массе вещества защиты между источником и детектором влияет только на рассеянное излучение, так как число регистрируемых нерассеянных частиц источника типа *1* зависит только от количества вещества защиты, находящегося на прямой, соединяющей точки помещения источника и детектора, и не зависит от расположения остальных масс вещества. В случае бесконечной геометрии (см. рис. 3.11, *а*) регистрируются рассеянные в области защиты между источником и детектором частицы типа *2* и *3*, а также частицы типа *4*, рассеянные в области заднего полупространства защиты по отношению к источнику, и частицы типа *5*, рассеянные в области заднего полупространства защиты по отношению к детектору. При переходе к другим геометриям регистрируется меньшее число рассеянных частиц: в полубесконечной геометрии не регистрируются частицы типа *4* или *5*, в барьерной — частицы типа *4* и *5*, в ограниченной — частицы типа *3*, *4* и *5*.

Таким образом, число регистрируемых нерассеянных частиц во всех геометриях рис. 3.11 постоянно, а число регистрируемых рассеянных частиц для всех геометрий различно. При этом максимальны показания детектора при измерениях в условиях бесконечной геометрии, меньше в полубесконечной среде, еще меньше в барьерной геометрии и минимальны в ограниченной среде.

К корректному учету именно рассеянного в среде излучения и сводятся обычно задачи переноса излучений. В расчете характеристик поля рассеянного излучения заключается основная трудность решения задач физики радиационной защиты.

Глава 4

ПРЕДЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ УРОВНИ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 4.1. Основные понятия, термины и дозовые пределы

Действие ионизирующих излучений в определенных дозах может вызвать неблагоприятные для здоровья эффекты, которые могут стать явными у самого облученного лица или проявиться у его потомства. В первом случае их принято называть *соматическими*, во втором — *генетическими* или *наследственными*.

Если вредные эффекты облучения выявляются начиная с какого-то определенного порогового значения дозы, то их называют *нестохастическими* или *пороговыми*. К таковым

относятся помутнение хрусталика глаза (лучевая катаракта), нарушение воспроизводительной функции, лучевые поражения зародыша и плода, косметическое повреждение кожи, дистрофическое повреждение разных тканей и др.

Последствия облучения человека, вероятность проявления которых существует при сколь угодно малых дозах ионизирующего излучения и возрастает с дозой, называют *стохастическими* или *беспороговыми*. В настоящее время предпочтительной считается гипотеза линейной зависимости доза — эффект в диапазоне нормируемых уровней хронического (непрерывного) облучения. Исходя из гипотезы беспороговости вредных стохастических эффектов, воздействие ионизирующего излучения в любой сколь угодно малой дозе рассматривается как дополнительное к существующему фоновому воздействию канцерогенных и мутагенных факторов различной природы, сопряженное с риском возникновения стохастических эффектов. Наиболее характерными стохастическими эффектами действия радиации являются лейкемия и другие формы злокачественных новообразований, а также передаваемые потомству наследственные изменения. Цель радиационной защиты — предотвращение вредных нестохастических эффектов и ограничение вероятности стохастических эффектов до уровней, считающихся приемлемыми. Основным государственным документом, регламентирующим уровни облучения персонала и населения в нашей стране, являются «Нормы радиационной безопасности» (НРБ) и «Основные санитарные правила работы с радиоактивными веществами и другими источниками ионизирующих излучений» (ОСП)*. Применительно к отдельным видам деятельности, связанной с использованием источников ионизирующих излучений, разработаны специализированные нормативы, например для атомной энергетики «Санитарные правила проектирования и эксплуатации атомных станций» (СП-АС) и «Общие положения обеспечения безопасности атомных станций при проектировании, сооружении и эксплуатации» (ОПБ)*.

Главные цели и принципы радиационной безопасности, изложенные в этих документах:

1) непревышение установленного основного дозового предела;
2) исключение всякого необоснованного облучения;
3) снижение доз облучения до возможного низкого уровня.

Нормами радиационной безопасности устанавливаются следующие категории облучаемых лиц:

Категория А — *персонал* (профессиональные работники) — лица, которые постоянно или временно работают непосредственно с источниками ионизирующих излучений.

---

* Указанные документы периодически пересматриваются и на практике следует пользоваться действующими нормативными документами.

Категория Б — *ограниченная часть населения* — лица, которые не работают непосредственно с источниками излучения, но по условиям проживания или размещения рабочих мест могут подвергаться воздействию радиоактивных веществ и других источников ионизирующих излучений, применяемых в учреждениях и (или) удаляемых во внешнюю среду с отходами.

Категория В — *население* области, края, республики, страны.

Различные органы и ткани человека имеют разную радиочувствительность. Поэтому вводится понятие критического органа. *Критический орган* — орган, ткань, часть тела или все тело, облучение которого в данных условиях причиняет наибольший ущерб здоровью данного лица или его потомства. В порядке убывания радиочувствительности устанавливают три группы критических органов:

I группа — все тело, гонады и красный костный мозг;

II группа — мышцы, щитовидная железа, жировая ткань, печень, почки, селезенка, желудочно-кишечный тракт, легкие, хрусталики глаз и другие органы, за исключением тех, которые относятся к I и III группам;

III группа — кожный покров, костная ткань, кисти, предплечья, лодыжки и стопы.

Для достижения целей защиты устанавливаются *основные дозовые пределы и производные характеристики.* К основным дозовым пределам относятся предельно допустимые дозы (ПДД) для персонала и пределы доз (ПД) для ограниченной части населения, к производным характеристикам — допустимые уровни, которые определяются из условия непревышения основных дозовых пределов.

Предельно допустимая доза (ПДД) — наибольшее значение индивидуальной эквивалентной дозы за год, которое при равномерном воздействии в течение 50 лет не вызовет в состоянии здоровья персонала (категория А) неблагоприятных изменений, обнаруживаемых современными методами. ПДД является основным дозовым пределом для лиц категории А.

Предел дозы (ПД) — предельная эквивалентная доза за год для ограниченной части населения (категория Б). ПД устанавливается меньше ПДД для предотвращения необоснованного облучения этого контингента людей. ПД контролируется по усредненной для критической группы дозе от внешнего излучения и уровню радиоактивных выбросов и радиоактивного загрязнения объектов внешней среды. ПД является основным дозовым пределом для лиц категории Б.

Допустимые уровни — нормативные значения поступления радиоактивных веществ в организм, содержания радиоактивных веществ в организме, их концентрация в воде и воздухе, мощность дозы, плотность потока и т. п., рассчитанные из значений основных дозовых пределов ПДД и ПД.

Таблица 4.1. **Основные годовые дозовые пределы внешнего и внутреннего облучения для различных групп критических органов**

Группа критических органов	ПДД для категории А		ПД для категории Б	
	мЗв	бэр	мЗв	бэр
I	50	5	5	0,5
II	150	15	15	1,5
III	300	30	30	3,0

Основные дозовые пределы для различных групп критических органов приведены в табл. 4.1.

Сделаем два замечания к данным табл. 4.1:

1. Дозы облучения от естественного фона и медицинского обследования и лечения пациента в основные дозовые пределы не включаются.

2. Для категории А (за исключением женщин до 40 лет) распределение дозы внешнего излучения в течение года не регламентируется. Для женщин репродуктивного возраста (до 40 лет) доза на область таза не должна превышать 10 мЗв (1 бэр) за любые 2 мес.

Эквивалентная доза H, накопленная в критическом органе за время T лет с начала профессиональной деятельности, не должна превышать значения, определяемого по формуле

$$H = \text{ПДД} \cdot T, \qquad (4.1)$$

где ПДД — предельно допустимая доза за год в тех же единицах, что и H.

Регламентация и контроль за *облучением населения* (категория В) относится к компетенции Министерства здравоохранения СССР. Ограниченное облучение населения осуществляется путем принятия мер по предупреждению и ограничению образования радиоактивных отходов, максимальному снижению их количества и активности, удаляемой во внешнюю среду, а также строгого нормирования и контроля радиоактивности в атмосферном воздухе, воде, продуктах питания.

Аварийное облучение персонала. При возникновении аварий должны быть приняты все практически возможные меры для сведения к минимуму внешнего облучения, поступления радиоактивных нуклидов в организм человека, а также во внешнюю среду. Облучение персонала выше установленных дозовых пределов (табл. 4.1) может быть разрешено только тогда, когда нет возможности принять меры, исключающие их превышение, и может быть оправдано лишь спасением людей, предотвращением развития аварии и облучения большого числа людей.

Планируемое повышенное облучение персонала ограничивается следующими условиями: допускается внешнее облучение и

(или) поступление радионуклидов в организм выше годовой предельно допустимой дозы и предельно допустимого поступления радионуклидов в 2 раза в каждом отдельном случае или в 5 раз за календарный год единожды на протяжении всей трудовой деятельности. В каждом подобном случае персонал должен быть предупрежден о дополнительном облучении, и такое облучение допускается только с письменного разрешения руководителя учреждения и личного согласия исполнителя. Планируемое повышенное облучение персонала не разрешается в следующих случаях:

а) если добавление планируемой дозы к полученной ранее работником превысит значение, установленное формулой (4.1);

б) если работник при аварии или аварийном облучении ранее получил дозу, превышающую годовую ПДД в 5 раз;

в) если работник — женщина в возрасте до 40 лет.

В НРБ и специализированных нормативных документах содержатся и другие ограничения, целью которых является максимальное снижение доз облучения людей и охрана внешней среды как при нормальных условиях, так и в аварийных ситуациях.

Санитарно-защитная зона (СЗЗ) — территория вокруг учреждения или источника радиоактивных отходов, поступающих во внешнюю среду, на которой уровень облучения может превысить ПД, установленный для лиц категории Б. В СЗЗ устанавливается режим ограничений и проводится радиационный контроль.

Зона наблюдения (ЗН) — территория, где возможно влияние радиоактивных газоаэрозольных выбросов и жидких сбросов учреждений и где облучение проживающего населения может достигать установленного ПД. На территории зоны наблюдения проводится радиационный контроль.

Медицинское облучение — облучение с целью профилактического обследования состояния здоровья для диагностики и лечения, в том числе с применением радиоактивных источников.

Допустимые уровни внешних потоков ионизирующих излучений. С целью контроля за радиационной обстановкой в период работы при нормальной эксплуатации, а также при проектировании защиты в нормативные документы вводятся допустимые уровни — мощности эквивалентной дозы. Они рассчитываются путем деления годовых дозовых пределов, приведенных в табл. 4.1, на время облучения в течение года. Так, для стандартных условий профессиональных работников предельно допустимая мощность эквивалентной дозы принята равной 28 мкЗв/ч (2,8 мбэр/ч).

При проектировании защиты от внешних потоков ионизирующих излучений в допустимую мощность дозы (ДМД) вводится коэффициент запаса $k=2$ (табл. 4.2).

Таблица 4.2. **Допустимая мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$, используемая при проектировании защиты от внешнего ионизирующего излучения ДМД**

Категория облучаемых лиц	Назначение помещений и территорий	ДМД	
		мкЗв/ч	мбэр/ч
Категория А (стандартная продолжительность облучения $t=1800$ ч/год)	Помещения постоянного пребывания персонала	14	1,4
	Помещения, в которых персонал пребывает не более половины рабочего времени	28	2,8
Категория Б (стандартная продолжительность облучения $t=2000$ ч/год)	Любые помещения учреждения и территория санитарно-защитной зоны, где могут находиться лица, относящиеся к категории Б	1,2	0,12
Категория Б (стандартная продолжительность облучения $t=8800$ ч/год)	Любые помещения (в том числе жилые) и территория в пределах зоны наблюдения	0,3	0,03

§ 4.2. Уровни фонового облучения человека

Компонентами фоновых источников ионизирующих излучений являются космическое излучение и естественные радиоактивные вещества, содержащиеся в воздухе и почве, а также в организме самого человека. В условиях естественного фонового облучения человек и все живые организмы находятся постоянно. Особенность естественной радиации — практическая неизменность мощности дозы во времени для данной местности. Вместе с тем от района к району фоновые характеристики могут изменяться. В связи с появлением искусственных источников ионизирующих излучений и решением проблемы их нормирования возникла необходимость изучения естественного фона. Дело в том, что уровни фонового облучения человека могут служить основой для его сравнения с облучением от искусственных источников радиации. Так, установленные в настоящее время пределы доз и контрольные уровни для населения сравнимы с уровнями естественного фона.

Законы миграции во внешней среде и метаболизма в организме человека природных радиоактивных веществ могут дать полезную информацию об этих закономерностях для искусственных радионуклидов. Необходимо знать фоновое излучение и для того, чтобы в районе размещения крупной ядерно-технической установки (например, ядерного реактора) можно было выделить долю искусственной радиации, обусловленную радиоактивными отходами. Не следует также забывать, что излучение от естественных источников радиации вносит большой вклад в коллективную дозу населения земного шара.

Рассмотрим отдельные компоненты природной радиации, обусловливающие внешнее и внутреннее облучение человека, а также дозы от технологически измененного радиационного фона. Эти данные относятся к среднемировым данным, опубликованным в докладах Научного комитета ООН по действию атомной радиации (НКДАР ООН).

Дозы от внешнего космического излучения. Первичные космические частицы (протоны, α-частицы, ядра легких и средних элементов) имеют очень высокие энергии (от 10^2 до 10^{14} МэВ) и в основном поглощаются или трансформируются в другие виды радиации в верхних слоях атмосферы. Земной поверхности достигают вторичные излучения, которые состоят из ионизирующей и нейтронной компоненты. Основная часть ионизирующей компоненты создается электронами, образующимися при взаимодействии с воздухом и распаде мюонов. При этом на уровне моря (без учета эффекта экранирования) в воздухе образуется 2,1 пар ионов/(см^3 · с), что соответствует мощности эквивалентной дозы около 0,032 мкЗв/ч или дозе за год $H = 280$ мкЗв (28 мбэр).

Нейтроны теряют энергию в результате упругих столкновений с атомами атмосферы, и поверхности Земли достигает лишь незначительное их количество. В зависимости от геомагнитной широты плотность потока нейтронов на уровне моря лежит в пределах от 65 на геомагнитном экваторе до 180 м$^{-2}$ · с$^{-1}$ на геомагнитном полюсе. Принимая значение $\varphi = 80$ м$^{-2}$ · с$^{-1}$, используя коэффициент перехода от плотности потока к мощности поглощенной дозы $5 \cdot 10^{-6}$ мкГр · м^2 · с/ч и коэффициент качества нейтронов $k = 6$, получаем годовую эквивалентную дозу $H = 21$ мкЗв (2,1 мбэр) *. Следует заметить, что внешнее космическое излучение изменяется не только с геомагнитной широтой, но также и с солнечной активностью. Оно значительно возрастает и с высотой над уровнем моря.

Дозы от внешнего фотонного излучения почвы и воздуха. В земной коре содержатся долгоживущие γ-излучающие радионуклиды, такие, как ^{40}K ($T_{1/2} = 1{,}28 \cdot 10^9$ лет), ^{87}Rb ($4{,}7 \cdot 10^{10}$ лет), ^{238}U ($4{,}47 \cdot 10^9$ лет), ^{232}Th ($1{,}41 \cdot 10^{10}$ лет) и др. Последние из названных радионуклидов являются родоначальниками радиоактивных нуклидов с меньшими периодами полураспада, но именно они в основном и обусловливают внешнее фотонное излучение. Речь идет прежде всего о продуктах распада ^{222}Rn в урановом семействе и ^{220}Rn в ториевом семействе. При этом предполагается, что ^{238}U и ^{232}Th находятся в равновесии с их

* В последних рекомендациях Международной комиссии по радиационной защите (МКРЗ) коэффициент качества для нейтронов удвоен по сравнению с прежними значениями. Национальная комиссия по радиационной защите при Минздраве СССР пока это изменение решила не вводить.

Таблица 4.3. **Средняя удельная активность естественных радиоактивных веществ в почве и мощность эквивалентной дозы на поверхности почвы**

Элемент или родоначальник семейства	E, МэВ/расп.	$\mathscr{A}_m$, Бк/кг	q_m, МэВ/(с · кг)	$\dot{H}$, мкЗв/год
^{40}K	0,16	370	59	150
^{238}U	1,60	25	40	100
^{232}Th	2,60	25	65	160

дочерними продуктами. Для расчета мощности кермы в воздухе на поверхности почвы используем принцип лучевого равновесия (см. § 10.6). Результаты расчета по формуле (10.81), в знаменатель которой введен коэффициент 2, чтобы учесть геометрию облучения 2π и фактор качества для фотонов $k = 1$ Зв/Гр, получим нижеследующие уровни доз (табл. 4.3).

Принцип лучевого равновесия и формула (10.81), откорректированная для геометрии облучения 2π, могут быть также использованы для расчета дозы от фотонного излучения продуктов распада ^{222}Rn, находящихся в атмосферном воздухе. Если, например, принять для ^{222}Rn $\mathscr{A}_m = 4{,}6$ Бк/кг воздуха и $E = 1{,}6$ МэВ/расп., то получим годовую дозу 18 мкЗв. В действительности диапазон удельных активностей естественных радионуклидов в почве и атмосферном воздухе достаточно велик и различие между средним и фактическим значением дозы в данной местности от каждого радионуклида может достигать ±50% и больше. Кроме того, более точный расчет доз требует, во-первых, знания степени равновесности в радиоактивных цепочках (а она обычно меньше единицы и лежит в диапазоне 0,3—0,8); во-вторых, необходимо вводить поправку на коэффициент, учитывающий экранирование стенами помещений и различие во времени пребывания человека на открытом воздухе и внутри зданий.

Доза внутреннего облучения от космогенных радионуклидов. Под действием как первичных, так и вторичных космических излучений в атмосфере образуются космогенные радионуклиды. Важнейшие среди них ^{3}H ($T_{1/2} = 12{,}3$ года), ^{7}Be (53,3 сут), ^{14}C (5730 лет), ^{22}Na (2,6 года). ^{3}H и ^{14}C — низкоэнергетические β-излучатели. Внутреннее облучение от них формируется в основном по сложным пищевым и биологическим цепочкам вследствие накопления их в поверхностных водах континентальных водоемов, в растительности и биосфере в целом — они являются важнейшими биогенными элементами. Оцененные значения эффективных эквивалентных доз внутреннего облучения от ^{3}H и ^{14}C равны 0,01 и 12 мкЗв соответственно. Внутреннее облучение от ^{7}Be и ^{22}Na формируется за счет вдыхания с воздухом, где их средняя концентрация оценена в

3000 и 0,3 Бк/м^3, а годовая эффективная эквивалентная доза 3 и 0,2 мкЗв соответственно. Таким образом, суммарный вклад космогенных радионуклидов в эффективную эквивалентную дозу составляет около 15 мкЗв.

Дозы внутреннего облучения от радионуклидов земного происхождения. При вдыхании воздуха по пищевым и биологическим цепочкам в организм человека поступают наряду со стабильными и естественные радионуклиды. Важный биологический элемент — естественный калий, средняя концентрация которого в организме взрослого мужчины достигает 2 г/кг, что соответствует концентрации радиоактивного ^{40}K в теле человека 60 Бк/кг (изотопное отношение ^{40}K принято равным $1{,}18 \cdot 10^{-4}$). Наибольшая годовая эффективная эквивалентная доза от ^{40}K равна 180 мкЗв.

Наибольший вклад в дозу внутреннего облучения вносят ^{222}Rn (в цепочке ^{222}Rn — ^{210}Po) и в меньшей степени ^{220}Rn (в цепочке ^{220}Rn — ^{208}Tl).

^{222}Rn и ^{220}Rn как инертные газы диффундируют из почвы, воды, строительных материалов и поступают в атмосферный воздух. При этом основными дозообразующими нуклидами являются дочерние продукты их распада.

Сводные результаты о годовых среднемировых уровнях облучения от естественных источников ионизирующих излучений приведены в табл. 4.4.

Техногенно измененный радиационный фон. Под этим термином понимается доза облучения, обусловленная естественными радионуклидами (ЕРН), содержащимися в строительных материалах, каменном угле, фосфатных рудах и в удобрениях. В отличие от собственно природной радиации доза от этих источников сильно зависит от местных условий, масштаба применения и особенностей технологий. В этом параграфе используются среднемировые уровни, приведенные в материалах НКДАР ООН.

Использование строительных материалов в домостроении. Основными источниками излучения здесь являются продукты

Таблица 4.4. **Эквивалентные и эффективные эквивалентные годовые дозы облучения населения за счет природных источников радиации в регионах с нормальным фоном**

Вид облучения	Эквивалентная доза облучения органов и тканей H, мкЗв						Эффективная эквивалентная доза H_E, мкЗв
	Красный костный мозг	Эндостальные клетки	Легкие	Щитовидная железа	Желудочно-кишечный тракт	Гонады	
Внешнее	620	620	620	620	620	620	620
Внутреннее	290	1240	420	310	310	310	380
Всего	910	1860	1040	930	930	930	1000

распада урановой (^{238}U) и ториевой (^{232}Th) цепочек, а также естественный калий (^{40}K). Их содержание в местных строительных материалах очень различается. В свою очередь, концентрация основных дозообразующих радионуклидов внутреннего облучения — ^{222}Rn и ^{220}Rn, эманирующих из стен, а также продуктов их распада в значительной степени зависит от проветриваемости помещений и их этажности. Наибольшему внутреннему облучению в кирпичных и бетонных домах (примерно до 7,5 мЗв) подвергается легочная ткань, а дозам внешнего фотонного облучения (примерно 0,4 мЗв) — все тело. Учитывая взвешивающие факторы (для легких 0,12) эффективная эквивалентная доза может достигать 1300 мкЗв (130 мбэр), почти вдвое увеличивая природный фон. В деревянных строениях уровни облучения от строительных материалов незначительны.

Использование каменного угля. Каменный уголь содержит незначительное количество естественных радиоактивных нуклидов (ЕРН) ^{40}K, а также ^{238}U и ^{232}Th вместе с продуктами их распада. Их концентрации в углях очень различны и могут изменяться на несколько числовых порядков. Например, средние удельные активности в углях СССР ^{40}K, ^{238}U и ^{232}Th составляют 120, 28 и 25 Бк/кг соответственно. При сжигании угля на ТЭЦ ЕРН вместе с летучей золой, горячим потоком газов и других летучих минеральных компонентов поступают в атмосферу. Их абсолютный выброс зависит от эффективности очистки и мощности ТЭЦ. При этом концентрация ЕРН в золе и шлаке в 3 раза и более превосходит их концентрацию в каменном угле. По данным НКДАР ООН, оценочные уровни ожидаемых коллективных эффективных эквивалентных доз на единицу выработанной электроэнергии современной ТЭЦ, работающей на угле, равны: внутреннее облучение за счет вдыхания 0,23, осаждения на почву и водоемы — 0,26; внешнее облучение за счет осаждения — 0,015; всего примерно 0,5 чел-Зв $[\text{ГВт (эл)-год}]^{-1}$. От ТЭЦ, работающих по «старой» технологии, оценочные дозы почти на порядок выше. Некоторое количество ЕРН попадает во внешнюю среду при добыче каменного угля, сжигании его в бытовых источниках, коксовальных печах, на транспорте и т. д. Основным дозообразующим источником является Rn. Расчет доз от Rn производится в предположении, что коэффициент равновесия между ^{222}Rn и короткоживущими продуктами его распада равен 0,6. Тогда эффективная эквивалентная доза на единичную активность принимается равной $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ Зв $\cdot$ Бк$^{-1}$.

Фосфатные руды и удобрения. Фосфатные руды, используемые в основном для производства фосфатных удобрений, содержат в десятки раз больше U, чем каменный уголь. Ожидаемые коллективные эффективные эквивалентные дозы на

единицу массы товарной фосфатной руды оцениваются примерно $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ и $5 \cdot 10^{-5}$ чел-Зв $\cdot$ т$^{-1}$ от внешнего и внутреннего облучения соответственно. Учитывая современное производство фосфатной руды $(1{,}1 \div 1{,}3) \cdot 10^8$ т/год, получаем ожидаемую дозу около 7000 чел-Зв.

Использование угольной золы в строительной промышленности увеличивает уровень коллективной дозы еще в 10 раз, а фосфогипса в жилищном строительстве — в 100 раз по сравнению с дозами от фосфатной руды.

Использование угольной золы или фосфогипса в жилищном строительстве может привести к увеличению коллективной дозы соответственно в 10 и 100 раз.

Кроме доз от естественной радиации в настоящее время человек подвергается дополнительному облучению за счет искусственных антропогенных источников. Они являются следствием широкого применения в медицинских целях рентгенорадиодиагностических и терапевтических процедур и испытательных взрывов ядерного оружия. Эти источники искусственной радиации описаны в специальной литературе и не являются предметом настоящей главы.

Дозы облучения населения, связанные с развитием ядерного топливного цикла, рассмотрены во втором томе учебника.

§ 4.3. Принципы расчета предельно допустимых уровней внешних потоков ионизирующих излучений

Предельно допустимые плотности потоков внешних ионизирующих излучений (ДПП) рассчитываются из условия соответствия их допустимой мощности эквивалентной дозы ДМД для данной категории лиц и группы критических органов (см. табл. 4.1). При этом следует учитывать экранирование данного критического органа внешними тканями, а также время облучения t. При переходе от годовой дозы к мощности дозы в расчетах принимается время облучения за год: для персонала $t_А = 1800$ ч или $6{,}5 \cdot 10^6$ с; для ограниченной части населения $t_Б = 8800$ ч или $3{,}2 \cdot 10^7$ с (непрерывное облучение в течение всего года). Естественно, что в других случаях нужно вводить соответствующие поправки.

В настоящем разделе за основу нормирования плотности потоков принята допустимая мощность эквивалентной дозы для персонала (категория А) и I группы критических органов

$$ДМД_А = ПДД/t = 7{,}7 \cdot 10^{-9} \text{ Зв/с}.$$

При этом рассматривается лишь нормальное падение излучения на поверхность тела. В формулы расчета доз как от внешних, так и от внутренних источников излучения входят: в числитель — коэффициент перевода 1 МэВ в джоули — $1{,}602 \cdot 10^{-13}$ Дж/МэВ и в знаменатель — энергетический эквивалент грея $w = 1$ Дж/(кг $\cdot$ Гр).

Фотонное излучение. В условиях электронного равновесия связь между мощностью эквивалентной дозы $\dot{H}$, Зв/с, и плотностью потока моноэнергетических фотонов с энергией E_0 $\varphi(E_0)$, м$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$, представляется формулой

$$\dot{H} = \varphi(E_0) E_0 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13} \mu_{en,m}(E_0) k/w, \qquad (4.2)$$

где $\mu_{en,m}$ — массовый коэффициент поглощения энергии в биологической ткани, м^2/кг; k — коэффициент качества, который для фотонов принимается равным 1 Зв/Гр.

Принимая допустимую мощность эквивалентной дозы $ДМД_А = 7{,}7 \cdot 10^{-9}$ Зв/с, из формулы (4.2) могут быть рассчитаны предельно допустимая плотность потока $ДПП_А(E_0)$ и интенсивность $ДИ_А(E_0) = ДПП_А(E_0) E_0$

$$\left.\begin{aligned} ДПП_А(E_0) &= \frac{4{,}8 \cdot 10^4}{E_0 \mu_{en,m}(E_0)}; \\ ДИ_А(E_0) &= \frac{4{,}8 \cdot 10^4}{\mu_{en,m}(E_0)}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.3)$$

Например, для энергии фотонов ^{60}Co ($\bar{E}_0 = 1{,}25$ МэВ; $\mu_{en,m} = 0{,}003$ м^2/кг) получим $ДПП_А = 1{,}3 \cdot 10^7$ м$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$, или 1300 см$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$, и $ДИ_А = 1{,}6 \cdot 10^7$ МэВ $\cdot$ м$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$, или 1600 МэВ $\cdot$ см$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$.

Заряженные частицы. Связь между мощностью эквивалентной дозы и плотностью потока моноэнергетических заряженных частиц (электронов, позитронов, $\beta^{\pm}$-частиц, протонов, α-частиц, мезонов, тяжелых и средних ионов) определяется формулой

$$\dot{H} = \varphi \left| -dE/dx \right| 1{,}602 \cdot 10^{-13} \, k/w, \qquad (4.4)$$

где $\left| -dE/dx \right|$ — полные энергетические потери за счет ионизационных, радиационных и других процессов в биологической ткани, МэВ $\cdot$ м^2/кг. Для непрерывного спектра (каковым, например, является спектр β^--частиц) вместо $\left| -dE/dx \right|$ используют усредненное по всему спектру значение, определяемое из соотношения

$$\overline{\left| -dE/dx \right|} = \int_0^{E_{0,макс}} \left| -dE(E_0)/dx \right| \times n(E_0) \, dE_0 \Big/ \int_0^{E_{0,макс}} n(E_0) \, dE_0, \qquad (4.5)$$

где $E_{0,макс}$ — максимальная энергия в спектре излучения источника; $n(E_0) \, dE_0$ — число частиц в спектре с энергией E_0 до $E_0 + dE_0$. Физический смысл и формулы для расчета энергети-

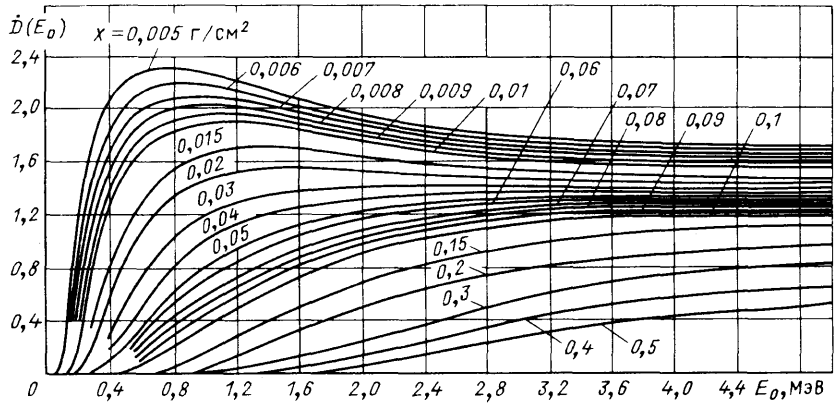


Рис. 4.1. Мощность поглощенной дозы $\dot{D}$, мкГр/сут от $\varphi=1$ част./(м$^2\cdot$с) [рад/сут от $\varphi=1$ част./(см$^2\cdot$с)] в коже от внешнего изотропного потока β^--частиц в зависимости от максимальной энергии E_0, МэВ, и толщины слоя кожи x, г/см^2

ческих потерь $|-dE(E_0)/dx|$ приведены в § 2.4, а численные значения — в справочной литературе.

Допустимая плотность потока $\text{ДПП}_\text{А}$ может быть определена из формулы (4.4)

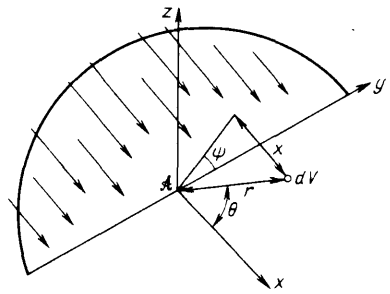
$$\text{ДПП}_\text{А}=\frac{\text{ДМД}_\text{А} w}{|-dE/dx|\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}k}.$$

Например, приняв для моноэнергетических электронов с $E_0=1$ МэВ при нормальном их падении на биологическую ткань $|-dE_0/dx|=0{,}184$ МэВ$\cdot$м^2/кг, из формулы (4.4) получим допустимую плотность потока $\text{ДПП}_\text{А}=2{,}6\cdot 10^5$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, или 26 см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$.

Если критическим органом является базальный слой эпидермиса кожи, залегающий на глубине примерно 70 мкм, то следует ввести поправку на поглощение электронов в этом слое и увеличить в 6 раз $\text{ДПП}_\text{А}$, поскольку кожа относится не к I, а к III группе критических органов. Для случая, когда поверхность кожи тела человека загрязнена радиоактивными β^--излучающими веществами, Д. П. Осановым построены кривые, которые позволяют рассчитать мощность поглощенной дозы на различной глубине биологической ткани (рис. 4.1).

Тепловые нейтроны. Формирование дозы от тепловых нейтронов в теле человека происходит в результате двух основных процессов: 1) ионизации протонами, возникающими при захвате тепловых нейтронов ядрами азота по реакции $^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C}$; 2) ионизации вторичными электронами от фотонов, образующихся при захвате тепловых нейтронов ядрами водорода по реакции $^1\text{H}(n, \gamma)^2\text{H}$.

Рис. 4.2. К выводу формулы (4.8) для мощности эквивалентной дозы от потока тепловых нейтронов



Доза, обусловленная реакцией $^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C}$. В результате этой реакции образуются протоны со средней энергией $E_p=0{,}60$ МэВ. Максимальная доза от протонов формируется примерно на глубине 2,5 мм ткани. Таким образом, мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$ (N), Зв/с, за счет реакции $^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C}$, обусловленная передачей энергии протонами с $E_p=0{,}60$ МэВ,

$$\dot{H}(\text{N})=\varphi n_\text{N}\sigma_\text{N}E_p\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}k/(\rho, w), \qquad (4.6)$$

где n_N — число ядер азота в 1 м^3 ткани; σ_N — сечение захвата тепловых нейтронов атомами азота, м^2; k — коэффициент качества, Зв/Гр. Принимая содержание ^{14}N в биологической ткани равным 2,6% ($n_\text{N}=1{,}1\cdot 10^{27}$ м$^{-3}$; $\sigma_\text{N}=1{,}75\cdot 10^{-28}$ м^2; $k=12$ Зв/Гр; $\rho=10^3$ кг/м^3), получаем

$$\dot{H}(\text{N})=2{,}2\cdot 10^{-16}\varphi, \qquad (4.7)$$

если единица φ — м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$.

Доза, обусловленная реакцией $^1\text{H}(n, \gamma)^2\text{H}$. Этот процесс формирования дозы связан с ионизацией биологической ткани захватным γ-излучением. Распределение источников фотонов в теле аналогично распределению тепловых нейтронов, т. е. имеет экспоненциальный характер. Допустим, что на поверхность биологической ткани (плоскость $x=0$ на рис. 4.2) нормально падает поток тепловых нейтронов φ. На глубине x в результате реакции $^1\text{H}(n, \gamma)^2\text{H}$ в элементарном объеме dV будет образовываться $\varphi\exp(-x/L)n_\text{H}\sigma_\text{H}\eta dV$ фотонов с энергией $E_0=2{,}2$ МэВ, где L — длина диффузии тепловых нейтронов в биологической ткани; $n_\text{H}=6{,}15\cdot 10^{28}$ — число атомов водорода в 1 м^3; $\sigma_\text{H}=0{,}33\cdot 10^{-28}$ м^2 — сечение реакции $^1\text{N}(n, \gamma)^2\text{H}$; η — количество фотонов, образующихся на 1 захват (в нашей задаче $\eta=1$).

Поток нерассеянного захватного γ-излучения, образованного в элементе dV, в точке детектирования A на поверхности ткани можно определить, если учесть геометрическое ослабление по закону $1/(4\pi r^2)$ и ослабление за счет взаимодействия фотонов со средой по закону $\exp(-\mu r)$, где μ — коэффициент ослабления фотонов с энергией $E_0=2{,}2$ МэВ в биологической ткани.

Учитывая, что в сферической системе координат $dV = r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\psi$, $x = r\cos\theta$, запишем выражение для мощности эквивалентной дозы на поверхности полубесконечной среды:

$$\dot{H}(H) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{\infty} \frac{\varphi \exp(-r\cos\theta/L)\, n_{\text{H}} \sigma_{\text{H}} \eta}{4\pi r^2 w} \times$$

$$\times \exp(-\mu r)\, E_0 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13}\, \mu_{en,m}\, k r^2 \sin\theta\, d\theta d\psi dr =$$

$$= \varphi n_{\text{H}} \sigma_{\text{H}} \eta E_0 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13}\, \mu_{en,m}\, kL \ln\left[(1+\mu L)/\mu L\right]/(2w), \quad (4.8)$$

где $\mu_{en,m}$ — массовый коэффициент поглощения энергии фотонов в биологической ткани.

Подставив в (4.8) числовые значения, получим $\dot{H}$, Зв/с, на поверхности тела без учета рассеянного излучения

$$\dot{H}(\text{H}) = 5{,}4 \cdot 10^{-17} \varphi, \quad (4.9)$$

где φ имеет единицу, $\text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. За счет эффекта рассеяния фотонов $\dot{H}$ (H) увеличивается примерно в 2,3 раза. Тогда вместо (4.9) получим

$$\dot{H}(\text{H}) = 1{,}2 \cdot 10^{-16} \varphi. \quad (4.10)$$

Таким образом, суммарная $\dot{H}$, Зв/с, на поверхности тела

$$\dot{H}(\text{N}) + \dot{H}(\text{H}) = 3{,}4 \cdot 10^{-16} \varphi. \quad (4.11)$$

Следует также учитывать альбедо нейтронов: оно увеличивает эквивалентную дозу примерно в 1,7 раза, смещение максимума ионизации от поверхности на глубину около 2,5 мм приводит к увеличению дозы примерно в 1,5 раза. В результате $\dot{H}$, Зв/с, от тепловых нейтронов

$$\dot{H} = 8{,}7 \cdot 10^{-16} \varphi. \quad (4.12)$$

Таким образом, допустимой мощности эквивалентной дозы $\text{ДМД}_{\text{А}} = 7{,}7 \cdot 10^{-9}$ Зв/с соответствует допустимая плотность потока тепловых нейтронов

$$\text{ДПП}_{\text{А}} \simeq 9{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \quad \text{или} \quad \simeq 900\ \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}. \quad (4.13)$$

Промежуточные и быстрые нейтроны. Значительная часть промежуточных нейтронов замедляется в биологической ткани до тепловых нейтронов, и формирование дозы происходит по реакциям $^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C}$ и $^{1}\text{H}(n, \gamma)^{2}\text{H}$. По мере увеличения энергии все более заметную роль играет упругое соударение нейтронов с ядрами ткани H, O, C и N. В области энергий быстрых нейтронов 0,2—20 МэВ этот процесс является определяющим. Его вклад в полную эквивалентную дозу составляет 90%.

Мощность эквивалентной дозы, обусловленная ядрами отдачи при упругих соударениях моноэнергетических нейтронов с

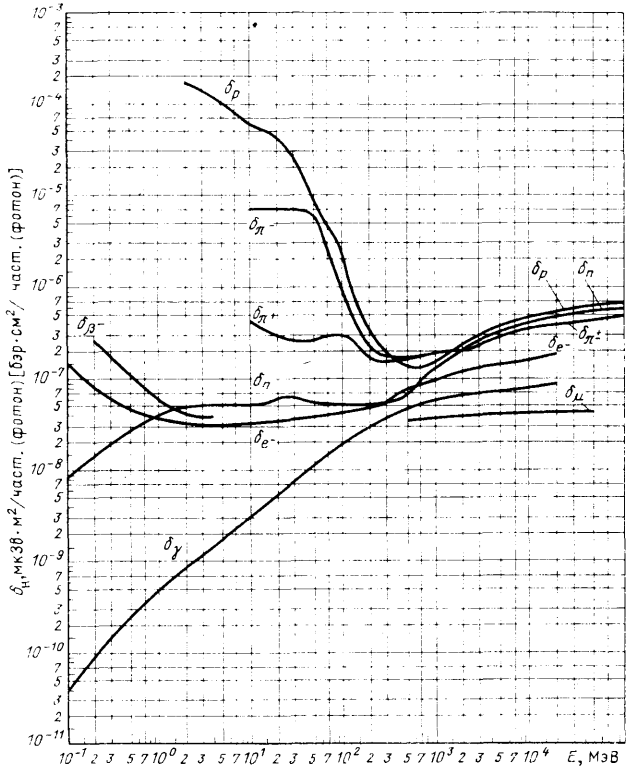


Рис. 4.3. Эквивалентные дозы на единичный флюенс внешних потоков ионизирующих излучений, нормально падающих на поверхность тела δ, мкЗв·м^2/част. (фотон) [бэр·см^2/част. (фотон)]

энергией E_0, МэВ, на H, O, C и N ткани, можно рассчитать по формуле

$$\dot{H}(\text{H, O, C, N}) = \left[\sum_i \varphi(E_0)\, n_i \sigma_i E_0 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13} f_i k\right]/(\rho w). \quad (4.14)$$

Здесь индекс i относится к химическому элементу; n_i, σ_i — число ядер и сечение упругого рассеяния нейтронов энергии E_0; f_i — безразмерный коэффициент, характеризующий долю энергии, переданной нейтронами ядрам отдачи (он равен 0,5; 0,11; 0,142 и 0,124 для H, O, C и N соответственно); k — коэффициент качества излучения.

При облучении релятивистскими нейтронами (см. т. 2) основную роль в формировании дозы играют ядерные соударения, сопровождающиеся следующими процессами: ионизационным торможением каскадных и испарительных протонов и ядер с

массовым числом больше единицы, образовавшихся в неупругих и упругих столкновениях адронов с тяжелыми ядрами ткани (N, C, O); электрон-фотонным ливнем, инициированными фотонами от распада нейтральных π-мезонов; электронами и позитронами, возникающими при распаде μ-мезонов, а также фотонами неупругого взаимодействия адронов с ядрами, μ-мезонами, образующимися при распаде заряженных π-мезонов.

Значения эквивалентных доз на единичный флюенс δ_H ионизирующих излучений приведены на рис. 4.3. Связь между δ_H, мкЗв · м^2/част. (фотон), годовой допустимой дозой H, мкЗв, флюенсом F, част. (фотон)/м^2 и допустимой плотностью потока φ, част. (фотон)/(м^2 · с) определяется соотношениями

$$F = H/\delta_H; \qquad (4.15)$$

$$\varphi = H/(\delta_H t) = F/t, \qquad (4.16)$$

где t — время облучения за нормируемый период времени, с. Принимая, например, для профессиональных работников $t = 1800$ ч/год $= 6{,}5 \cdot 10^6$ с/год и для лиц из категории А $ПДД_A = 5 \cdot 10^4$ мкЗв для моноэнергетических нейтронов с $E_0 = 10$ МэВ, из рис. 4.3 имеем $\delta_H = 5 \cdot 10^{-8}$ мкЗв · м^2/нейтр., откуда по формулам (4.15) и (4.16) находим флюенс и плотность потока, соответствующие заданной предельно допустимой эквивалентной дозе: $F = 1 \cdot 10^{12}$ нейтр./м^2 и $\varphi = 1{,}5 \cdot 10^5$ нейтр./(м^2 · с). Для ответственных решений следует проводить более строгие расчеты производных характеристик внешнего ионизирующего излучения, включающие, в частности, коэффициент изотропности падающего излучения.

§ 4.4. Принципы расчета допустимых концентраций радионуклидов в воде, продуктах питания и воздухе

Непосредственно определять эквивалентную дозу от радионуклидов, находящихся в организме человека, достаточно сложно. Степень радиационной опасности от радиоактивных источников внутреннего облучения обычно оценивают исходя из поступления их в организм человека пероральным (через заглатывание) или ингаляционным (через вдыхание) путем. При этом измеряемой и контролируемой величиной являются концентрации радионуклидов в воде, продуктах питания и воздухе. Именно для этих сред и устанавливают в нормативах допустимые концентрации (ДК), их рассчитывают исходя из условия непревышения основных дозовых пределов, приведенных в табл. 4.1. Как и стабильные, радиоактивные нуклиды, попадая в организм, избирательно накапливаются в органах человека в зависимости от принадлежности к той или иной химической группе элементов.

Таблица 4.5. **Значения параметров для условного человека, используемых в НРБ—76 при расчетах ДК радионуклидов в воде и воздухе**

Параметр	Население	Персонал*
Поступление жидкости, м^3/год	0,8	0,8
Поступление воздуха, м^3/год	7300	2500
Продолжительность: жизни, лет	70	—
работы, лет	—	50

* В отечественных нормативах ДК радионуклидов в воде для персонала приняты те же, что и для ограниченной части населения.

В целом радионуклиды распределяются по органам и выводятся из них так же, как и их соответствующие стабильные изотопы. Однако различие в физико-химических формах может существенно изменить метаболизм радионуклидов в организме. В особенности это касается различия в растворимости и дисперсности радиоактивных нуклидов. Так, плохо растворимые и крупнодисперсные соединения Si, Al и т. д., поступившие в организм пероральным путем, почти не ресорбируются из желудочно-кишечного тракта, (и, следовательно, не откладываются в органах), но при поступлении их в организм при вдыхании могут откладываться в легочной системе, почти не участвуя в биологическом обмене (вспомним силикоз — профессиональную болезнь шахтеров).

Радиобиологические константы и параметры условного человека. Уровни доз и радиационная опасность от радионуклидов, попавших в организм, зависят от многих факторов, в том числе: возраста, пола, метаболических особенностей организма и его радиочувствительности, количества вдыхаемого воздуха, потребляемой пищи (или воды), массы и размера органов и тканей и т. д. В расчетах регламентируемых производных характеристик используется модель взрослого, так называемого условного («стандартного») человека, а возрастные и другие особенности учитываются дополнительными поправочными коэффициентами.

Использованные в НРБ—76 некоторые параметры для взрослого человека приведены в табл. 4.5.

Приведенная ниже методика расчета производных характеристик соответствует принятым в НРБ—76 числовым значениям ДК в воздухе и воде. При этом использованы нижеследующие символы: q, ДС — содержание и допустимое содержание радионуклидов в органе или ткани соответственно, Бк; I — поступление радионуклида в организм, Бк/год; Бк/нед и т. д.; I_0 — то же при кратковременном (разовом) поступлении, Бк; f_w, f_a (в общем виде f) — доля радионуклидов, поступивших в данный орган, по отношению ко всему количеству радионуклидов, поступивших в организм с водой или воздухом

соответственно; $\lambda_р$, $\lambda_б$ — постоянные радиоактивного распада и биологического выведения, $с^{-1}$, $сут^{-1}$ и т. д.; $T_{1/2}$, $T_б$ — периоды радиоактивного полураспада и биологического полувыведения, с, сут и т. д. В уравнениях используются эффективные постоянные $\lambda_{эф}$ и периоды $T_{эф}$, определяемые по формулам

$$\lambda_{эф}=\lambda_р+\lambda_б;\quad T_{эф}=T_{1/2}T_б/(T_{1/2}+T_б). \tag{4.17}$$

В формулы расчета эквивалентных доз входят также эффективные поглощенные энергии $E_{эф}$, МэВ/расп., в данном органе или ткани, которые рассчитываются из соотношения

$$E_{эф}=\sum_j E_j k_j. \tag{4.18}$$

Здесь символ j относится к излучениям разного вида; E_j — поглощенная энергия в органе или ткани j-го вида излучения, МэВ/расп.; k_j — усредненный коэффициент качества (см. табл. 1.4);

Рассмотрим подробнее множитель E_j — поглощенную энергию j-го вида излучения. Обозначим n_i — долю распадов данного типа (при этом l — число частиц или фотонов разной энергии в спектре излучения радионуклида). В существующих НРБ—76 поглощенная энергия E_j в тканях радиусом r рассчитана из следующих приближенных соотношений:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{для } \alpha\text{-частиц}\quad E_\alpha=\sum_{i=1}^{l} n_i E_{\alpha i};\\
&\text{для } \beta^-\text{-частиц}\quad E_{\beta^-}\simeq\sum_{i=1}^{l} 0{,}33\, n_i E_{\beta^-i}\left(1-\frac{\sqrt{Z}}{50}\right)\left(1+\frac{\sqrt{E_{\beta^-i}}}{4}\right);\\
&\text{для } \beta^+\text{-частиц}\quad E_{\beta^+}\simeq\sum_{i=1}^{l}\left\{0{,}33\left[n_i E_{\beta^+i}\left(1+\frac{\sqrt{E_{\beta^+i}}}{4}\right)\right]+\right.\\
&\qquad\left.+2n_i\cdot 0{,}511\left[1-\exp\left(-\mu_{en,i}r\right)\right]\right\};\\
&\text{для фотонов}\quad E_\gamma=\sum_{i=1}^{l} n_i E_{\gamma i}\left[1-\exp\left(-\mu_{en,i}r\right)\right],
\end{aligned}\right\} \tag{4.19}$$

где E_{β^-i}, E_{β^+i} — максимальная энергия; E_α и E_γ — полная энергия, излучаемая радионуклидами; Z — атомный номер радионуклида; $2n_i\cdot 0{,}511$ — энергия фотонов, образующаяся в процессе аннигиляции, МэВ; μ_{en} — линейный коэффициент поглощения энергии в биологической ткани; множитель $[1-\exp-(\mu_{en,i}r)]$ — доля энергии фотонов, поглощенной в сферическом источнике радиусом r (в описываемой модели органы и ткани имитируются источниками сферической формы). Радиобиологические константы приводятся в справочной литературе. Здесь и далее $a=(\mu^{тк}_{en,m}/\mu^{в}_{en,m})\,k=1{,}09\cdot 1{,}0=1{,}09$ Зв/Гр.

Расчет эквивалентной дозы при постоянном содержании радионуклида в организме. Если в органе или ткани равномерно распределена активность q, Бк, и это количество не изменяется во времени, то эквивалентная доза H, Зв, рассчитывается по формуле

$$H=qE_{эф}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}\,t/(mw), \tag{4.20}$$

где $E_{эф}$ — эффективная поглощенная энергия, МэВ/расп.; t — время облучения, с; m — масса органа, кг; $w=1$ Дж/(кг · Гр). Заметим, что коэффициент качества k включен в значение $E_{эф}$, поэтому в данной и последующих формулах для расчета дозы от внутреннего облучения этот коэффициент не приводится.

Расчет эквивалентных доз при непрерывном поступлении радионуклидов в организм (приближенная экспоненциальная однокамерная модель). В этом случае дифференциальное уравнение баланса записывается в следующей форме:

$$dq(t)/dt=-\lambda_{эф}\,q(t)+If, \tag{4.21}$$

где первый член в правой части уравнения характеризует уменьшение попавшей в орган активности $q(t)$ за счет радиоактивного распада и биологического выведения; I — скорость непрерывного равномерного поступления радионуклида в организм; If — то же, но в данный критический орган.

Если в начальный момент $t=0$, $q(0)=0$, то решение уравнения (4.21) принимает вид

$$q(t)=\frac{If}{\lambda_{эф}}\left[1-\exp\left(-\lambda_{эф}t\right)\right]; \tag{4.22}$$

в равновесном состоянии ($\lambda_{эф}t\to\infty$)

$$q=\frac{If}{\lambda_{эф}}. \tag{4.23}$$

Рассмотрим простейшую модель метаболизма радионуклида в организме человека, основанную на предположении, что скорость поступления радионуклида I не изменяется во времени, а выведение его из органа или ткани подчиняется простому экспоненциальному закону, учитывающему радиоактивный распад и биологический обмен.

Введем следующие обозначения производных характеристик, которые подлежат определению: скорость поступления радионуклида в организм I; объемная активность воздуха или воды $\mathscr{A}_V$; удельная активность продуктов питания $\mathscr{A}_m$. Эти производные характеристики соответственно называют предельно допустимыми поступлениями (ПДП) в единицу времени (например, в год) и предельно допустимыми концентрациями (ДК),

если они находятся в соответствии с основной характеристикой — мощностью эквивалентной дозы $\dot{H}(t)$ или эквивалентной дозы $H(t)$ к моменту времени t. При хроническом облучении для персонала (категория А) t принимается равным 50 годам, а для отдельных лиц из населения 70 годам.

Учитывая (4.22), мощность эквивалентной дозы $\dot{H}(t)$ в органе или ткани связана со скоростью поступления I следующим соотношением

$$\dot{H}(t)=\frac{If E_{эф}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}}{\lambda_{эф} mw}\left[1-\exp\left(-\lambda_{эф}t\right)\right]. \qquad (4.24)$$

Напишем следующее очевидное соотношение

$$I=\mathscr{A}_V V=\mathscr{A}_m \mathscr{M}, \qquad (4.25)$$

где V и $\mathscr{M}$ — объем вдыхаемого воздуха или потребления жидкости в единицу времени (см. табл. 4.5), $\mathscr{M}$ — то же потребления пищи. Тогда для определения ДК (допустимых величин $\mathscr{A}_V$ или $\mathscr{A}_m$) вместо (4.24) получим

$$\dot{H}(t)=\frac{\mathscr{A}_V V f E_{эф}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}}{\lambda_{эф} mw}\left[1-\exp\left(-\lambda_{эф}t\right)\right]. \qquad (4.26)$$

При использовании этих формул нужно иметь в виду, что для персонала $t=50$ лет; для населения $t=70$ лет.

Продемонстрируем на примерах использование этих формул. Рассмотрим производные характеристики радиоактивного ^{131}I для ограниченной части населения. Путь поступления — ингаляционный. Исходные данные: критический орган — щитовидная железа; масса $m=0{,}02$ кг, $E_{эф}=0{,}23$ МэВ/расп., $f_a=0{,}23$; $\lambda_{эф}=1{,}06\cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$ ($T_{эф}=7{,}6$ сут); $V=7300$ м^3/год. Очевидно, что в этом случае множитель $[1-\exp(-\lambda_{эф})]=1$; $\dot{H}(t)=0{,}015$ Зв/год (1,5 бэр). Из формулы (4.24) получим предел годового поступления

$$I=[0{,}015\ \text{Зв/год}\cdot 1{,}06\cdot 10^{-6}\ \text{с}^{-1}\cdot 0{,}02\ \text{кг}\cdot 1\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{Гр)}]\times$$
$$\times[0{,}23\cdot 0{,}23\ \text{МэВ/расп.}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}\ \text{(Дж/МэВ)}]^{-1}=$$
$$=3{,}7\cdot 10^4\ \text{Бк/год}\ (1\ \text{мкКи/год}).$$

Аналогично для предельно допустимой концентрации ^{131}I в атмосферном воздухе из формулы (4.26) получаем ДК $=\mathscr{A}_V=5{,}1$ Бк/м^3 ($1{,}4\cdot 10^{-10}$ Ки/м^3). Эти производные характеристики совпадают с приведенными в НРБ—76.

Расчет эквивалентных доз от излучений инертных радиоактивных газов (ИРГ) методом «погружения» в радиоактивное облако. Радиационная опасность β-, γ-излучающих радионуклидов, таких, как изотопы Ar, Kr и Xe, определяется преимущественно внешним облучением, так как относительный вклад внутреннего облучения мал.

При расчете доз на открытой местности источник — радиоактивное облако — обычно моделируют в форме полубесконечного пространства с равномерно распределенной объемной активностью. Тогда на основании закона лучевого равновесия (см. § 10.6) связь между мощностью эквивалентной дозы $\dot{H}$, Зв/с, и объемной активностью $\mathscr{A}_V$, Бк/м^3, определится формулой

$$\dot{H}=\mathscr{A}_V E\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}\, a/(2\rho w), \qquad (4.27)$$

где ρ — плотность воздуха, кг/м^3; E — полный энергетический выход фотонов, МэВ/расп.; коэффициент 2 учитывает геометрию облучения 2π. Подставляя $a=1{,}09$ Зв/Гр, $\rho=1{,}293$ кг/м^3 воздуха и пересчитывая с мощности дозы $\dot{H}$, Зв/с, на годовую дозу H, Зв ($t=3{,}16\cdot 10^7$ с), вместо (4.27) получаем удобную для расчета формулу

$$H\simeq 2\cdot 10^{-6}\,\mathscr{A}_V E. \qquad (4.28)$$

Формула (4.27) может быть также использована для приблизительной оценки мощности эквивалентной дозы фотонного излучения на человека, находящегося над поверхностью воды, загрязненной радиоактивными веществами. При погружении в воду (геометрия облучения 4π) значение мощности дозы удваивается.

При расчете мощности дозы от фотонного излучения ИРГ в рабочих помещениях источник обычно моделируют в форме полусферы радиусом R, м. Тогда для мощности эквивалентной дозы $\dot{H}$, Зв/с, можно написать

$$\dot{H}=a\mathscr{A}_V\Gamma_\delta\int_0^R\frac{\exp(-\mu_s r)\cdot 2\pi r^2 dr}{r^2}, \qquad (4.29)$$

где $a=1{,}09$ Зв/Гр; Γ_δ — керма-постоянная, Гр·м^2/(с·Бк); μ_s — линейный коэффициент ослабления фотонов в воздухе, м$^{-1}$.

Рассеяние в воздухе и альбедо от стен и оборудования здесь не учитываются.

Решение этого уравнения имеет вид

$$\dot{H}=\frac{2\pi a\mathscr{A}_V\Gamma_\delta}{\mu_s}\left[1-\exp\left(-\mu_s R\right)\right]. \qquad (4.30)$$

Если $R<20$ м, то справедлива приближенная формула

$$\dot{H}\simeq 2\pi a\mathscr{A}_V\Gamma_\delta R. \qquad (4.31)$$

В существующих НРБ—76 допустимые концентрации радионуклидов в атмосферном воздухе рассчитаны из условия поступления их в организм лишь с вдыхаемым воздухом. Поэтому применять их на практике следует с очень большой осторож-

ностью, так как большинство радионуклидов, выпадая из атмосферы на почву и на водоемы, включаются в биологические и пищевые цепочки и активно участвуют в обменных процессах. В особенности этот путь непрямого воздействия характерен для таких радионуклидов, как ^{3}H, ^{14}C, ^{54}Mn, ^{65}Zn, ^{60}Co, ^{89}Sr, ^{90}Sr, ^{129}I, ^{131}I, ^{134}Cs, ^{137}Cs и др. Таким образом, обоснование и расчет допустимых концентраций радионуклидов в атмосферном воздухе требуют учета не только прямых (через вдыхание), но и всех косвенных путей воздействия, а также различия в дозах взрослых людей и детей при одинаковых уровнях загрязнения биосферы*.

Нормирование при комбинированном воздействии излучений. Приведенные в нормативных документах производные характеристики (предельно допустимые уровни внешних потоков ионизирующих излучений, допустимая концентрация радионуклидов в воде и воздухе, пределы годового поступления и т. д.) рассчитаны из допущения, что на организм действует лишь один из этих факторов и он создает установленные дозовые пределы. В действительности таких идеальных условий практически не бывает. Чтобы исключить переоблучение при комбинированном воздействии, необходимо выполнить требование в следующем виде:

$$\sum_i \frac{H_i}{\text{ПДД}} + \sum_j \frac{I_j}{\text{ПДП}_j} \leqslant 1, \qquad (4.32)$$

H_i — фактические годовые эквивалентные дозы i-го вида внешнего излучения; ПДД — предельно допустимая доза; I_j — фактическое и ПДП_j — предельно допустимое годовое поступление радионуклидов в организм с воздухом, водой, продуктами питания и т. д. Формула (4.32) является приближенной, так как она не строго учитывает распределение доз по конкретным органам и тканям.

Если в воде или воздухе содержится смесь радионуклидов с известным процентным составом по активности p_j, то $\text{ДК}_{\text{смеси}}$ может быть оценена по приближенной формуле

$$\text{ДК}_{\text{смеси}} = \sum_{j=1}^{m} p_j \Big/ \sum_{j=1}^{m} \frac{p_j}{\text{ДК}_j}, \qquad (4.33)$$

где ДК_j — допустимая концентрация j-го радионуклида. Формулу (4.33) следует использовать раздельно для α- и β-излучателей. Заметим, что $\sum_j p_j$ не обязательно должна быть равной 100%.

* Во вновь разрабатываемых отечественных нормативах предполагается учесть эти процессы.

§ 4.5. Принципы нормирования дозовых пределов, рекомендуемые МКРЗ

Международная комиссия по радиологической защите (МКРЗ) в серии своих публикаций (26, 27, 30 и др.) предложила новую систему нормирования дозовых пределов от воздействия радиации на организм человека, краткое изложение которой приведено ниже*. Собственно принципы регламентации дозовых нагрузок, рекомендуемых МКРЗ, частично аналогичны принятым в нашей стране (см. § 4.1), а именно:

1) эквивалентная доза облучения отдельных лиц не должна превышать предела, рекомендуемого Комиссией для соответствующих условий;

2) никакой вид деятельности не должен вводиться в практику, если его применение не дает реальную «чистую» пользу;

3) все дозы облучения должны поддерживаться на таких низких уровнях, какие только разумно достигнуть с учетом экономических и социальных факторов.

Реализация этих принципов на практике, в особенности третьего принципа, который здесь рассмотрен, выражена не в форме пожелания, а, по замыслу МКРЗ, должна быть поставлена на количественную основу. Третий принцип получил название ALARA (сокращенное от английских слов As Low As Reasonably Achievabbe). Он следует из признания беспороговой зависимости доза — эффект в области малых доз, характерных для регламентируемых уровней облучения персонала и населения. Фактически речь идет о стохастической, вероятностной природе опасности радиационных повреждений, а точнее о приемлемости определенного уровня риска от облучения при малых дозах.

Несмотря на дискуссионность вопроса, МКРЗ постулировала линейную зависимость биологического эффекта от дозы для низкого уровня облучения. Из признания беспороговости и линейной зависимости доза — эффект формально следует важное для системы нормирования положение о том, что любые сколь угодно малые уровни облучения связаны с риском радиационного повреждения. Но как мы видели (см. § 4.2), человек уже живет в условиях определенного естественного и техногенного радиационного фона. Кроме того, человек живет в условиях риска здоровью практически от всех видов деятельности: пользования всеми видами транспорта, традиционной энергетики на каменном угле или гидроресурсах, от курения и даже потребления кофе. Так, по данным Публикации МКРЗ

* Условия применения новых рекомендаций МКРЗ в практике отечественного нормирования в настоящее время рассматриваются компетентными организациями.

№ 27 смертность от несчастных случаев на предприятиях сталелитейной промышленности Европы, усредненная за 13 лет, составила 316 случаев в год на миллион работающих. По тем же данным в США (1972 г.) смертность от несчастных случаев на 1 млн. чел. в год составила: на транспорте 362, в сельском хозяйстве 657, в строительстве 710, в горной промышленности 1000 случаев и т. д. Приведенные числовые значения обычно выражают в терминах коэффициентов риска r. Например, на транспорте $r=3{,}62\cdot10^{-4}$ смертных случаев в год и т. д. Естественно, что деятельность человека, связанная с применением источников ионизирующих излучений в энергетике, медицине, других отраслях народного хозяйства, также связана с риском. Но здесь коэффициенты риска оценивают по коллективной эффективной эквивалентной дозе S_E, чел-Зв, которая определяется в форме

$$S_E=\int_0^\infty H_E N(H_E)\,dH_E, \tag{4.34}$$

где H_E — индивидуальная эффективная эквивалентная доза, Зв; $N(H_E)$ — популяционное распределение эффективной эквивалентной дозы от источника; $N(H_E)\,dH_E$ — количество лиц, получивших эффективную эквивалентную дозу в диапазоне от H_E до H_E+dH_E.

Численные значения коэффициентов риска, рекомендуемые МКРЗ, приведены в табл. 1.5. Там же приведены взвешивающие факторы w_T, с помощью которых по формуле (1.39) определяется индивидуальная эффективная эквивалентная доза H_E, Зв.

Из табл. 1.5 видно, например, что при облучении популяции эффективной коллективной дозой $S_E=10^4$ чел-Зв (10^6 чел-бэр) ожидаемое количество смертных случаев будет равно 165, в том числе 125 за счет соматических и 40 — из-за наследственных эффектов. Сюда не включается риск нелетальных (излечиваемых) опухолей и возможных генетических последствий после второй генерации поколений. Коллективная доза полезна для оценки ущерба здоровью G_H облучаемой популяции

$$G_H=R\int_0^\infty H_E N(H_E)\,dH_E=RS_E, \tag{4.35}$$

где $R=\sum_i r_i$ — суммарный риск на единицу эквивалентной дозы.

Если облучение происходит с изменяющейся в течение периода времени скоростью, то вместо коллективной дозы S_E используют мощность коллективной дозы $\dot S_E$, и тогда

$$\dot S_E=\int_0^\infty \dot H_E N(\dot H_E)\,d\dot H_E. \tag{4.36}$$

Естественно, что значения S_E могут быть рассчитаны и для заданного промежутка времени путем интегрирования, например, от 0 до T, от T до ∞, от T_1 до T_2 или по дробным временны́м интервалам. Применение изложенного принципа определения ущерба здоровью общества по формуле (4.35) справедливо лишь на уровне сравнительно малых индивидуальных доз, которые не превосходят установленных пределов при нормальных условиях, поскольку взвешивающий фактор w_T определен для стохастических эффектов. При больших индивидуальных дозах облучения (например, при радиационных авариях или лучевой терапии) вступают в силу законы нестохастических эффектов: исчезают линейные зависимости доза — эффект, проявляются специфические особенности в тяжести повреждений и т. д. В этом случае ущерб здоровью определяется на основе индивидуальных (а не коллективных) поглощенных доз.

Применение анализа соотношения затрата — выгода. Третий принцип МКРЗ — принцип ALARA — требует сопоставления (взвешивания) затрат для достижения оптимальных уровней радиационной защиты с той социально-экономической выгодой, которая связана с применением данного вида деятельности. Формально условия оптимизации можно записать в виде уравнения

$$B=V-\left[P+X(S_E)+Y(S_E)\right], \tag{4.37}$$

где B — чистая польза от рассматриваемого производства; V — общая польза; P — основная стоимость производства (исключая защиту); $X(S_E)$ — стоимость достижения выбранного уровня безопасности (включая защиту); $Y(S_E)$ — стоимость ущерба или вреда, связанная с данным видом деятельности при выбранном уровне безопасности (т. е. социально-экономические потери для общества, связанные с недостаточной защищенностью); S_E — коллективная эффективная эквивалентная доза, которая является независимой переменной величиной.

Данный вид деятельности считается оправданным, если чистая польза B имеет положительное значение.

Графически принцип оптимизации представлен на рис. 4.4. Стоимость достижения выбранного уровня безопасности $X(S_E)$ (включая защиту) увеличивается, если требуется уменьшить эффективную коллективную эквивалентную дозу S_E: чем ниже должен быть уровень облучения, тем выше стоимость дополнительных мер по снижению облучения, а также его измерения и контроля. В особенности это относится к защите населения и окружающей среды. Процедура оптимизации сводится к тому,

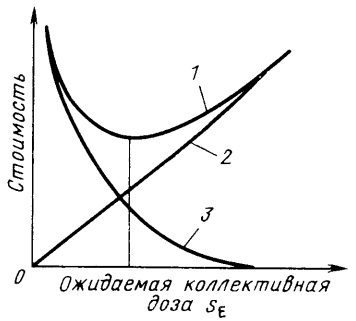


Рис. 4.4. Оптимизация радиационной защиты:
1 — стоимость достижения выбранного уровня безопасности (включая защиту) X + стоимость ущерба, наносимого здоровью Y; *2* — стоимость ущерба для здоровья в денежном выражении V; *3* — стоимость достижения выбранного уровня безопасности (включая защиту) X

чтобы чистая польза $B \to max$, что приводит к требованию $dB/dS_E = 0$.

На рис. 4.4 виден минимум коллективной эффективной эквивалентной дозы, соответствующий минимальной стоимости. Математическое условие минимума представляется в форме

$$dV/dS_E - [dP/dS_E + dX/dS_E + dY/dS_E] = 0, \qquad (4.38)$$

где дифференцирование производится по независимой переменной S_E.

Допуская, что общая польза V и стоимость производства P не зависят от S_E (и, следовательно, dV/dS_E и dP/dS_E равны нулю), условие оптимизации достигается при таком значении S_{E0}, при котором увеличение стоимости на достижение выбранного уровня безопасности X на единицу S_E уравновешивается снижением вреда Y на ту же величину, т. е.

$$(dX/dS_E)_{S_{E0}} = -(dY/dS_E)_{S_{E0}}. \qquad (4.39)$$

Основная трудность в реализации принципа ALARA состоит в сложности выражения пользы и ущерба в адекватных единицах, в особенности когда речь идет об оценке вреда для здоровья. МКРЗ считает возможным выражать затраты Y, связанные с ущербом, наносимым здоровью излучением, в форме

$$Y = -\alpha S_E, \qquad (4.40)$$

где α — коэффициент, характеризующий стоимость затрат на единицу коллективной дозы, выраженный в денежных единицах.

Значение этого коэффициента, полученное различными авторами, лежит в широких пределах — от одной тысячи до нескольких десятков тысяч долларов на 1 чел-Зв. Методический подход к определению коэффициента α является едва ли не ключевым вопросом в дискуссии о применении принципа ALARA на практике. С точки зрения экономиста этот коэффициент определяет не стоимость (или ценность) человеческой жизни, а стоимость затрат на обеспечение мер по снижению облучения до уровня, приемлемого данным обществом. При этом очевидно, что этот, казалось бы, чисто технический вопрос в действительности связан с социальными системами и национальными возможностями. Так, например, применительно к выбору площадок для атомных станций анализ соотношения польза — вред должен учитывать также отчуждение сельскохозяйственных угодий, демографические особенности района и т. д. При анализе польза — вред не избежать и межнациональных (или трансграничных), а также этических проблем.

Нормирование дозовых пределов. Признание беспороговой и линейной зависимости доза — эффект породило проблему приемлемого риска как основы нормирования радиационных факторов в диапазоне низких уровней доз. По мнению МКРЗ, риск, связанный с облучением профессиональных работников, не должен превосходить риска для персонала производств с низкой степенью опасности работ. Таковыми признаны производства, где смертность от профессиональной деятельности, включая несчастные случаи, не превышает 10^{-4}, т. е. 100 смертных случаев на 1 млн-чел. в год. МКРЗ считает, что указанный выше приемлемый уровень риска в наиболее безопасных условиях профессиональной деятельности может быть следующим образом применен для нормирования доз облучения персонала: если принять за годовую предельно допустимую эффективную эквивалентную дозу для лиц из категории А $H_E = 0{,}05$ Зв (5 бэр) и полный коэффициент риска смерти от радиации $R = 1{,}65 \cdot 10^{-2}$ случаев на 1 чел-Зв (см. табл. 1.5), то соответствующий уровень индивидуального радиационного риска будет равен

$$R' = 1{,}65 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 8{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ случаев/(чел.-год)}.$$

Эта величина почти на порядок превышает установленный приемлемый уровень риска (10^{-4}). Однако МКРЗ считает, что фактическая средняя доза облучения персонала примерно в 10 раз меньше предельно допустимой дозы, и тогда выполняется требование к приемлемому уровню риска $R' \approx 10^{-4}$ случаев/(чел.-год). Чтобы предотвратить возникновение нестохастических эффектов, МКРЗ рекомендует ограничить годовую эквивалентную дозу для персонала на любой орган не более 0,5 Зв (50 бэр), за исключением хрусталика глаза, для которого установлена $H = 0{,}15$ Зв (15 бэр). В случае неравномерного облучения оценивается эквивалентная доза для каждого органа или ткани и затем по формуле (1.39) рассчитывается эффективная эквивалентная доза. Так, для персонала при наличии внешних и внутренних источников излучения будем иметь

$$H_E^{макс} = \sum_T w_T H_T \leqslant 0{,}05 \text{ Зв (5 бэр)}. \qquad (4.41)$$

Для ограниченной части населения, по мнению МКРЗ, приемлемый риск от облучения должен быть меньшим или равным риску, характерному для повседневной жизни, но не больше 0,1 приемлемого риска для персонала, т. е. 10^{-5} и менее (10 и менее смертных случаев на 1 млн. чел. в год). Это соответствует пределу эффективной эквивалентной дозы для категории Б $H_E = 5$ мЗв (0,5 бэр). При этом имеется в виду, что средняя фактическая доза будет в 10 раз меньше предела дозы, т. е. $H_E = 0{,}5$ мЗв (50 мбэр).

Ожидаемая эквивалентная доза для населения интегрируется за 70-летний период.

В рассматриваемых рекомендациях МКРЗ приводятся также уточненные модели метаболизма радионуклидов в организме человека, основанные на современных физических и радиологических данных.

Дозы внутреннего облучения. Основными особенностями метода расчета доз внутреннего облучения, разработанного МКРЗ, являются: использование в качестве основы нормирования эффективной эквивалентной дозы, а также более современных моделей метаболизма радионуклидов в организме человека при пероральном и ингаляционном поступлении; применение новейших физических характеристик и данных условного («стандартного») человека; учет поглощенной энергии в органе-мишени $T_м$ от излучений, испускаемых органом-источником $T_и$.

Ожидаемая эквивалентная доза в органе-мишени за 50 лет $H_{50, T_м}$, Зв/Бк, рассчитывается по формуле

$$H_{50,T_м} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-13}}{w} \Big[\sum_j N_{м\,j} \sum_i E_{эф,i}(T_м \leftarrow T_м) + \sum_{T_и} \sum_j N_{и\,j} \sum_i E_{эф,i}(T_м \leftarrow T_и) \Big], \quad (4.42)$$

где $w = 1$ Дж/(кг · Гр) — энергетический эквивалент грея; индексы j и i относятся к радионуклиду и схеме его распада соответственно; $N_м$ и $N_и$ — число распадов нуклида в мишени и источнике за 50 лет после поступления; $E_{эф}(T_м \leftarrow T_м)$ — удельная эффективная энергия за счет самопоглощения излучения в органе-мишени, МэВ/(кг · расп.), определяемая из соотношения

$$E_{эф}(T_м \leftarrow T_м) = \sum_i \frac{n_i F_i E_i (T_м \leftarrow T_м) k_i}{m_{T_м}}; \quad (4.43)$$

$E_{эф}(T_м \leftarrow T_и)$ — то же за счет поглощения частиц и фотонов в мишени ($T_м$) от органа-источника, МэВ/(кг · расп.).

Для j-го радионуклида (без учета дочерних элементов) $E_{эф}(T_м \leftarrow T_и)$ рассчитывается по формуле

$$E_{эф}(T_м \leftarrow T_и) = \sum_i \frac{n_i F_i E_i (T_м \leftarrow T_и) k_i}{m_{T_м}}. \quad (4.44)$$

В этих формулах суммирование производится по всем видам излучений на один распад j-го радионуклида в $T_и$; n_i — выход данного излучения на 1 расп., E_i — физическая энергия фотонов, электронов, β^--частиц (средняя энергия) и α-частиц, МэВ/расп.; F_i — доля поглощенной энергии в ткани-мишени $T_м$; k_i — коэффициент качества; $m_{T_м}$ — масса ткани-мишени, кг.

Более подробная методология расчета доз и производных характеристик приведена в соответствующих публикациях МКЗР.

Часть II

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЩИТЫ ОТ ИЗЛУЧЕНИЙ

Глава 5

УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЙ. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ДИФФУЗИИ И ЗАМЕДЛЕНИЯ НЕЙТРОНОВ

§ 5.1. Уравнение переноса излучений

Нейтроны и фотоны (так же как и электроны, протоны и другие частицы), распространяясь в веществе, обладают различной скоростью (или энергией) и перемещаются в различных направлениях. Пространственное, энергетическое и угловое распределения излучения определяются решением стационарного кинетического уравнения Больцмана — уравнения переноса излучения. При описании реальной радиационной защиты коэффициенты этого уравнения являются весьма сложными функциями энергии и пространственных координат. Поэтому для таких задач абсолютно точное решение кинетического уравнения практически невозможно (вместе с тем приемлемая точность все же может быть достигнута).

Уравнение переноса излучения описывает баланс частиц в элементе шестимерного фазового пространства координат и импульсов частиц. Далее для наглядности будем говорить чаще о нейтронах.

Вывод интегродифференциального уравнения переноса. Пусть $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, определяемый тремя пространственными

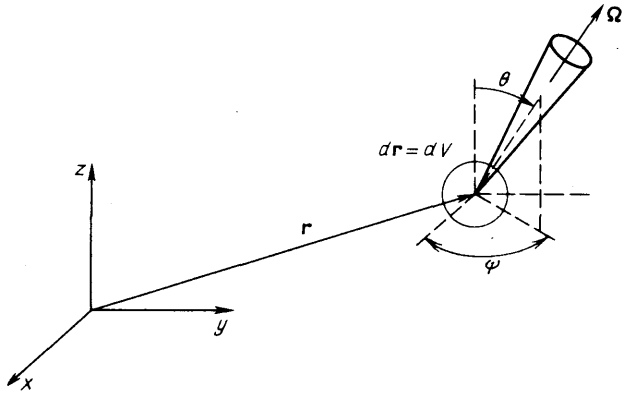


Рис. 5.1. К выводу уравнения переноса излучения

координатами; $\mathbf{\Omega}$ — единичный вектор направления движения частицы, определяемый двумя угловыми переменными; E — энергия частицы. Рассмотрим в объеме $d\mathbf{r}$ около точки, характеризуемой радиусом $\mathbf{r}$, баланс частиц, движущихся в пучке направления $d\mathbf{\Omega}$ около направления $\mathbf{\Omega}$ и обладающих энергиями в интервале от E до $E+dE$* (рис. 5.1). Пусть $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ — дифференциальная плотность потока частиц в точке $\mathbf{r}$ с энергией E и направлением движения $\mathbf{\Omega}$, называемая также энергетическо-угловой плотностью потока частиц (в дальнейшем аргументы φ иногда будем опускать).

Изменение числа частиц в элементе фазового пространства $d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}$ обусловлено:

1) утечкой из данного элемента объема $d\mathbf{r}$, которая определяется соотношением $\operatorname{div}(\mathbf{\Omega}\varphi)\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega}\nabla\varphi d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}$ (здесь div — знак оператора дивергенции; ∇ — знак градиента);

2) убылью частиц в результате взаимодействия с ядрами среды $\Sigma\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}$ [здесь Σ — полное макроскопическое сечение взаимодействия; оно зависит от энергии частиц E и ядерного состава материала среды в элементе объема $d\mathbf{r}$, т. е. $\Sigma = \Sigma(\mathbf{r}, E)$];

3) излучением источников частиц с плотностью $q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, например, в результате деления ядер: $q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}$;

4) приростом числа частиц, вызванным рассеянием

$$\left[\int_{E}^{E_{\text{макс}}} \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \to E, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})\, \varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')\, dE' d\mathbf{\Omega}'\right] d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega},$$

где $\Sigma_s(\mathbf{r}, E' \to E, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})$ — дифференциальное сечение рассеяния веществом среды в окрестности точки $\mathbf{r}$, при котором частица с энергией E', имеющая направление $\mathbf{\Omega}'$, рассеивается в интервал направлений $d\mathbf{\Omega}$ около направления $\mathbf{\Omega}$, с энергией E в интервале dE*[1]. Таким образом, частицы из точки фазового пространства $(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')$ попадают в точку фазового пространства $(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$.

Окончательно с учетом указанных вкладов в баланс частиц в элементе фазового пространства $d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}$ можно записать интегродифференциальное уравнение баланса частиц, которое по аналогии с кинетической теорией газов называется *кинетическим уравнением Больцмана* (*уравнением переноса излучения*)*[2]:

---

* Строго говоря, плотность потока частиц зависит еще от времени t. Однако при анализе защиты от излучений обычно рассматривают лишь стационарные задачи, т. е. без зависимости от t.

*[1] Здесь и далее под верхним пределом интегрирования $E_{\text{макс}}$ следует понимать максимальную энергию в спектре частиц для исследуемой задачи.

*[2] Как видно, при выводе и записи этого уравнения $d\mathbf{r}$ обозначен элемент объема в фазовом пространстве координат, а $d\mathbf{\Omega}$ — элемент объема в фазовом пространстве направлений (точнее, в пространстве скоростей $V = v\mathbf{\Omega}$). Обратим внимание на то, что $d\mathbf{r}$ и $d\mathbf{\Omega}$ — величины скалярные. В трехмерном пространстве $d\mathbf{r} = dV$. Поскольку пучок направлений $d\mathbf{\Omega}$ заполняет соответствующий элемент телесного угла $d\mathbf{\Omega}$, при переходе к конкретным системам координат интегрирование по $d\mathbf{\Omega}$ сводится к интегрированию по $d\mathbf{\Omega}$.

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) + \Sigma(\mathbf{r}, E)\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \int d\mathbf{\Omega}' \int_{E}^{E_{\text{макс}}} dE' \times$$

$$\times \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \to E, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})\varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}') + q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}). \quad (5.1)$$

При выводе этого уравнения предполагалось, что плотность потока частиц много меньше плотности ядер вещества, т. е. пренебрегли столкновениями этих частиц друг с другом. Кроме того, уравнение (5.1) составлено без учета квантовомеханических эффектов. Например, оно описывает нейтронный газ классическим образом. Квантовомеханические эффекты становятся существенными лишь для медленных нейтронов, когда длина волны нейтрона одного порядка с расстоянием между атомами вещества (в твердых телах и жидкостях). Тогда нейтронная волна взаимодействует не с одним атомом, а со всей атомной решеткой. Кинетическое уравнение в этом случае имеет более сложный вид, учитывающий движение ядер среды, для анизотропных сред — зависимость сечения рассеяния от направления движения нейтрона и т. д.

При выводе уравнения (5.1) пренебрегли также эффектом поляризации частиц при их прохождении в веществе.

Нестационарное уравнение переноса по форме записи отличается лишь дополнительным слагаемым в левой части, равным $(1/v)(\partial\varphi/\partial t)$, где v — скорость частиц. Очевидно, что в отсутствие зависимости решения от времени ($\partial\varphi/\partial t \equiv 0$) нестационарное уравнение переноса обращается в стационарное.

Для полной определенности задачи уравнение (5.1) необходимо дополнить граничными условиями. На внешней поверхности защиты S, если эта поверхность граничит со средой, отражением излучения от которой можно пренебречь, причем поверхность S не вогнутая, т. е. частица, вылетающая с нее в одном месте, не может снова пересечь ее в другом месте, отсутствие входящих извне частиц описывается условием

$$\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = 0 \text{ на } S \text{ при } (\mathbf{\Omega}, \mathbf{n}) < 0. \quad (5.2)$$

Здесь и везде далее $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к поверхности S. Если на внутреннюю поверхность защиты S_0 со стороны источника излучения падает поток плотностью $\varphi_{\text{пад}}(\mathbf{r}_{S_0}, E, \mathbf{\Omega})$, то соответствующее граничное условие имеет вид

$$\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi_{\text{пад}}(\mathbf{r}_{S_0}, E, \mathbf{\Omega}) \text{ на } S_0 \text{ при } (\mathbf{\Omega}, \mathbf{n}_0) < 0, \quad (5.3)$$

где $\mathbf{n}_0$ — внешняя (для массива защиты) нормаль к поверхности S_0.

Если защита реактора или любого другого объемного источника излучения вплотную прилегает к нему, запись граничного условия усложняется:

$$\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi_{\text{пад}}(r_{S_0}, E, \mathbf{\Omega}) + \int_{S_0} d\mathbf{r}' \int_{0}^{E_{\text{макс}}} dE' \int d\mathbf{\Omega}' \times$$

$$\times R(\mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}'; \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\varphi(\mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}') \quad (5.4)$$

на S_0 при $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{n}_0) < 0$. Здесь $R(\mathbf{r}', E', \mathbf{\Omega}'; \mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ — функция отражения (альбедо) части пространства, прилегающего к рассматриваемой области защиты. Эта функция характеризует дифференциальную плотность потока отраженного излучения энергии E в направлении $\mathbf{\Omega}$ в точке $\mathbf{r}$ при падении потока частиц (с единичной дифференциальной плотностью потока) энергии E' в направлении $\mathbf{\Omega}'$ в точку $\mathbf{r}'$. В случае нейтронов нижний предел интегрирования по E' во втором слагаемом правой части формулы (5.4) выбирается равным нулю, что означает учет возможности попадания нейтрона с энергией $E' < E$ в активную зону реактора и соответствующего деления ядер, в результате которого образуются нейтроны с различной энергией, в том числе равной E.

Условие типа (5.4) справедливо также для любой поверхности, проходящей внутри защиты.

Еще одно важное условие, которое необходимо учитывать при решении уравнения переноса,— это условие непрерывности φ как функции $\mathbf{r}$ во всех точках рассматриваемой системы, в том числе на границах раздела различных материалов (исключая случай поверхностных источников внутри системы).

Решением уравнения (5.1) является дифференциальная плотность потока излучения $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$. В практике расчетов часто имеют дело с плотностью потока $\varphi(\mathbf{r}, E) \equiv \varphi_0(\mathbf{r}, E) = \int \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{\Omega}$, а также с плотностью тока $J(\mathbf{r}, E) = \int \mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{\Omega}$.

Уравнение переноса для различных геометрий. Вид кинетического уравнения в различных системах координат в основном определяется дифференциальной частью уравнения. Вдоль луча ξ, совпадающего по направлению с вектором $\mathbf{\Omega}$, справедливо соотношение

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla\varphi = d\varphi/d\xi, \quad (5.5)$$

где ξ — координата точки вдоль луча, т. е. $\xi = \xi\mathbf{\Omega}$. В декартовой системе координат векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{\Omega}$ записывают так: $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$; $\mathbf{\Omega} = \Omega_x\mathbf{i} + \Omega_y\mathbf{j} + \Omega_z\mathbf{k}$. При переходе к сферической системе координат

$$\left.\begin{array}{lll} \Omega_x = \sin\theta\cos\psi; & \Omega_y = \sin\theta\sin\psi; & \Omega_z = \cos\theta; \\ r_x = x = r\sin\theta\cos\psi; & r_y = y = r\sin\theta\sin\psi; & r_z = z = r\cos\theta, \end{array}\right\} \quad (5.6)$$

где θ — орбитальный и ψ — азимутальный углы.

Предположения, сделанные при выводе уравнения (5.1), позволяют ограничиться в дальнейшем случаем азимутальной

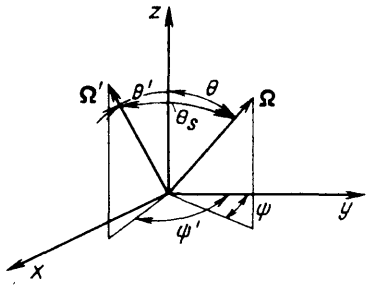


Рис. 5.2. Соотношение между углами θ, θ', $\theta_s=\arccos\mu_s$, ψ и ψ'

симметрии дифференциального сечения рассеяния, когда индикатриса рассеяния зависит только от скалярного произведения $(\mathbf{\Omega}'\cdot\mathbf{\Omega})$, равного косинусу угла рассеяния θ_s:

$$(\mathbf{\Omega}'\cdot\mathbf{\Omega})=\mu_s=\cos\theta_s=\mu\mu'+\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu'^2}\cos(\psi-\psi'), \quad (5.7)$$

где* $\mu=\cos\theta$; $\mu'=\cos\theta'$ (рис. 5.2). В декартовой системе координат

$$\frac{d\varphi}{d\xi}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{dx}{d\xi}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{dy}{d\xi}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{dz}{d\xi}, \quad (5.8)$$

где $dx/d\xi=\Omega_x$; $dy/d\xi=\Omega_y$; $dz/d\xi=\Omega_z$. С учетом этих соотношений и того, что $d\mathbf{\Omega}=d\mu d\psi$, уравнение (5.1) можно записать так:

$$\sin\theta\cos\varphi\,\partial\varphi/\partial x+\sin\theta\sin\varphi\,\partial\varphi/\partial y+\cos\theta\,\partial\varphi/\partial z+\Sigma(x,y,z,E)\varphi=$$
$$=\int_0^{2\pi}d\psi'\int_0^{\pi}\sin\theta'd\theta'\int_E^{E_{\text{макс}}}dE'\Sigma_s(x,y,z,E'\to E,\mu_s)\varphi(x,y,z,\theta',\psi')+$$
$$+q(x,y,z,E,\theta,\psi). \quad (5.9)$$

Плоскопараллельные задачи. Пусть величины Σ, Σ_s и q не зависят от координат x и y и являются функциями только E, z, θ и ψ. При этом φ не зависит от x и y и уравнение (5.9) записывается в виде

$$\cos\theta\,\partial\varphi/\partial z+\Sigma(z)\varphi=\int_0^{2\pi}d\psi'\int_{-1}^{+1}d\mu'\int_E^{E_{\text{макс}}}dE'\Sigma_s(z,E'\to E,\mu_s)\times$$
$$\times\varphi(z,E',\mu',\psi')+q(z,E,\mu,\psi). \quad (5.10)$$

Введем обозначение $\int_0^{2\pi}\Sigma_s(\mathbf{r},E'\to E,\mathbf{\Omega}'\cdot\mathbf{\Omega})d\psi'=\Sigma_s(\mathbf{r},E'\to E,\mu'\to\mu)$.

* Обычно μ называют «направляющим» косинусом.

Тогда уравнение (5.10) можно свести к виду

$$\mu\partial\varphi/\partial z+\Sigma(z)\varphi=\int_{-1}^{+1}d\mu'\int_E^{E_{\text{макс}}}dE'\Sigma_s(z,E'\to E,\mu'\to\mu)\varphi(z,E',\mu')+$$
$$+q(z,E,\mu). \quad (5.11)$$

Здесь* $\varphi(z,E',\mu')=\int_0^{2\pi}\varphi(z,E,\theta,\psi)d\psi/(2\pi)$;

$$q(z,E,\mu)=\int_0^{2\pi}q(z,E,\theta,\psi)d\psi/2\pi.$$

В соответствии с условием (5.2) на границе защиты при $z=d$ уравнение (5.11) необходимо дополнить условием

$$\varphi(d,E,\mu)=0 \text{ при } (\mathbf{\Omega},\mathbf{n})=\mu<0. \quad (5.12)$$

Если, кроме того, источники q и граничные условия (5.3) не зависят от азимутального угла ψ, то не будет зависеть от ψ и функция $\varphi(z,E,\mu,\psi)$.

Задачи со сферической симметрией. В качестве координат примем r — расстояние от центра сферически-симметричной системы до рассматриваемой точки и θ — угол между радиусом-вектором $\mathbf{r}$ и направлением $\mathbf{\Omega}$. Рассмотрим производную по направлению ξ (5.8) в этом случае с учетом того, что $\mu=\cos\theta=(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})/r$ зависит и от $\mathbf{r}$, и от $\mathbf{\Omega}$, т. е. μ изменяется с изменением радиуса $\mathbf{r}$, даже если $\mathbf{\Omega}$ остается постоянным. Поэтому (рис. 5.3) $\partial\varphi/\partial\xi=(\partial\varphi/\partial r)(dr/d\xi)+(\partial\varphi/\partial\mu)(d\mu/d\xi)$. Поскольку $dr/d\xi=\mu$; $d\mu/d\xi=(d\mu/d\theta)(d\theta/d\xi)=-\sin\theta(-\sin\theta)/r=(1-\mu^2)/r$, то $d\varphi/d\xi=\mu d\varphi/dr+[(1-\mu^2)/r]\partial\varphi/\partial\mu$. В результате кинетическое уравнение для сферически-симметричных задач имеет вид**

$$\mu\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1-\mu^2}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\mu}+\Sigma(r)\varphi=\int_{-1}^{+1}d\mu'\int_E^{E_{\text{макс}}}dE'\Sigma_s(r,E'\to E,\mu'\to$$
$$\to\mu)\varphi(r,E',\mu')+q(r,E,\mu). \quad (5.13)$$

* Делением на 2π сохраняется нормировка угловой плотности потока $\varphi(\mu)$ на единицу телесного угла, ср.

** В ряде случаев для численных расчетов оказывается предпочтительнее другая (полностью эквивалентная) форма дифференциальной части уравнения переноса: $(\mu/r^2)(\partial/\partial r)(r^2\varphi)+(1/r)\partial[(1-\mu^2)\varphi]/\partial\mu$.

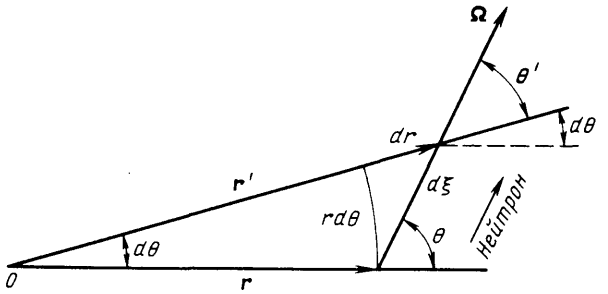


Рис. 5.3. Пояснительная схема для сферической системы координат

Здесь $\varphi(r,\ E',\ \mu')=\int\limits_0^{2\pi}\varphi(r,\ E,\ \theta,\ \psi)d\psi/(2\pi)$. На границе защиты при $r=R$ следует воспользоваться условием (5.2), т. е.

$$\varphi(R,\ E,\ \mu)=0 \text{ при } \mu<0. \tag{5.14}$$

Задачи с цилиндрической симметрией. Пусть z — ось цилиндрической симметрии; θ — угол между направлением движения частицы и осью z; ψ — азимутальный угол; r — расстояние от оси симметрии до проекции точки $\mathbf{r}$ на плоскость, перпендикулярную оси симметрии. В результате преобразований, подобных проделанным выше для других геометрий, можно получить форму кинетического уравнения в (одномерной) цилиндрической геометрии (бесконечный цилиндр):

$$\sin\theta\left(\cos\psi\frac{\partial\varphi}{\partial r}-\frac{\sin\psi}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\psi}\right)+\Sigma(r)\varphi=\int\limits_0^{2\pi}d\psi'\int\limits_{-1}^{1}d\mu'\int\limits_{E}^{E_{\text{макс}}}dE'\,\Sigma_s(r,\ E'\to$$

$$\to E,\ \mu_s)\varphi(r,\ E',\ \theta',\ \psi')+q(r,\ E,\ \theta,\ \psi). \tag{5.15}$$

Некоторые свойства уравнения переноса. Уравнение (5.1) и его разновидности (5.9), (5.11) и др. в некоторых частных случаях можно существенно упростить. Например, если все сечения не зависят от энергии, то, интегрируя уравнение (5.1) по энергии, можно получить для функции $\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})=\int\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})\,dE$ уравнение переноса, которое* можно назвать «односкоростным»:

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})+\Sigma(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})=\int d\mathbf{\Omega}'\,\Sigma_s(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}'\cdot\mathbf{\Omega})\times$$

* Такому же уравнению удовлетворяют моноэнергетические нейтроны энергии E при двух упрощающих предположениях: 1) пренебрежение потерей энергии нейтроном при рассеянии; 2) включение описания процесса замедления нейтронов более высоких энергий до данной энергии E в источники $q(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$.

$$\times\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}')+q(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}), \tag{5.16}$$

где $q(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})=\int q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})\,dE$.

Уравнение (5.16) в однородной среде при плоской геометрии записывается следующим образом (в качестве оси распределения здесь и далее принята ось x):

$$\mu\partial\varphi(x,\ \mu)/\partial x+\Sigma\varphi(x,\ \mu)=\int\Sigma_s(\mu'\to\mu)\varphi(x,\ \mu')\,d\mu'+$$

$$+q(x,\ \mu). \tag{5.17}$$

При изотропном рассеянии $\Sigma_s(\mu'\to\mu)=\Sigma_s/2$ и тогда*

$$\mu\partial\varphi(x,\ \mu)/\partial x+\Sigma\varphi(x,\ \mu)=\Sigma_s\varphi_0(x)/(4\pi)+q(x,\ \mu). \tag{5.18}$$

Если рассмотреть бесконечную однородную среду с равномерно распределенными источниками спектра $q_0(E)$, то все направления движения частиц будут равновероятными, т. е. φ не будет зависеть от $\mathbf{\Omega}$, а также от $\mathbf{r}$. В этом случае уравнение (5.1) преобразуется к виду**

$$\Sigma(E)\Phi_0(E)=\int\limits_{E}^{E_{\text{макс}}}dE'\,\Sigma_s(E'\to E)\Phi_0(E')+q_0(E), \tag{5.19}$$

где $\Phi_0(E)$ — энергетический спектр частиц в бесконечной среде (называемый равновесным).

Линейность уравнения переноса. Однородное уравнение переноса (без источников), т. е. уравнение (5.1) и ему подобные без члена $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})$, линейны в том смысле, что если $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$ — его решения, то и $\varphi^{(1)}+\varphi^{(2)}$ — также его решение. При этом должны выполняться некоторые (однородные) граничные условия. Для неоднородного уравнения переноса, т. е. для системы с источниками (или ненулевыми граничными условиями), это свойство имеет важное следствие. Если сложный источник q можно представить как совокупность источников $q^{(i)}$, так что $q=\sum\limits_i q^{(i)}$, то плотность потока φ, соответствующая q, будет $\varphi=\sum\limits_i\varphi^{(i)}$, где каждое $\varphi^{(i)}$ — решение уравнения переноса для источника $q^{(i)}$.

Функция Грина уравнения переноса. Аддитивность решений φ означает, что решение уравнений переноса для любого сложно-

* Учитывая, что $\int\varphi(x,\ \mu')\,d\mu'=\varphi_0(x)/(2\pi)$.

** Такое же уравнение можно получить для функции $\int d\mathbf{r}\int d\mathbf{\Omega}\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})$ в бесконечной среде с источниками, сосредоточенными в конечной части пространства, поскольку при этом $\int d\mathbf{r}\mathbf{\Omega}\nabla\varphi=0$.

го источника может быть найдено как суперпозиция решений для простых (например, точечных) источников. Решение для простого источника по аналогии с задачами математической физики часто называют *функцией Грина кинетического уравнения* для рассматриваемой задачи. Для различных источников могут быть найдены соответствующие формы функции Грина. Выражение односкоростной функции Грина для плоского источника получено в § 8.1.

Наиболее детальную информацию о поле излучения дает решение кинетического уравнения для элементарного (точечного мононаправленного) моноэнергетического источника единичной мощности $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(E-E_0)\delta(\mathbf{\Omega}-\mathbf{\Omega}_0)$. Функция Грина $G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)$ удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{\Omega}\nabla G+\Sigma(\mathbf{r},\ E)G=\int d\mathbf{\Omega}'\int\limits_{E}^{E_{\text{макс}}}dE'\Sigma_s(\mathbf{r},\ E'\to E,\ \mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\times$$

$$\times G(r,\ E',\ \mathbf{\Omega}';\ \mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})+\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(E-E_0)\delta(\mathbf{\Omega}-\mathbf{\Omega}_0).\quad(5.20)$$

Таким образом, функция Грина представляет собой дифференциальную пространственную энергетическо-угловую плотность потока частиц от точечного мононаправленного моноэнергетического источника и является функцией шести переменных и геометрии задачи. Если функция Грина уравнения переноса известна, то принцип суперпозиции позволяет определить решение задачи для любого источника* $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})$:

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\iiint q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)\times$$

$$\times d\mathbf{r}_0\,dE_0\,d\mathbf{\Omega}_0.\quad(5.21)$$

При этом суммарная мощность источника равна

$$q_0=\iiint q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)\,d\mathbf{r}_0\,dE_0\,d\mathbf{\Omega}_0.\quad(5.22)$$

Например, для точечного изотропного моноэнергетического источника $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(E-E_0)$ выполняется равенство

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\int d\mathbf{\Omega}_0\,G(r,\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0).\quad(5.23)$$

Мощность источника в данном случае равна $\int d\mathbf{\Omega}=4\pi$. Для источника единичной мощности, размещенного в центре сферической системы координат ($\mathbf{r}_0=0$), при $R=|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$ член, характеризующий источник, записывается так:

$$q_0(R,\ E)=[\delta(R)/(4\pi R^2)]\delta(E-E_0).\quad(5.24)$$

(При получении этого выражения учитывалось, что $\int\delta(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}=4\pi\int\delta(r)\,r^2\,dr=4\pi$.)

В практических расчетах часто используют понятие функции влияния точечного изотропного источника G_0. Эта функция связана с функцией Грина G следующим образом:

$$G_0(\mathbf{r},\ E;\ \mathbf{r}_0,\ E_0)=$$
$$=\int d\mathbf{\Omega}\int d\mathbf{\Omega}_0\,G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)/(4\pi).\quad(5.25)$$

Для объемного распределенного изотропного источника с заданным энергетическим спектром $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=q_V(\mathbf{r})\chi(E)/(4\pi)$ (например, активная зона реактора) по формуле (5.21) можно получить

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\int d\mathbf{r}_0\,q_V(\mathbf{r}_0)\int dE_0\,\chi(E_0)\int d\mathbf{\Omega}_0\times$$
$$\times G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)/(4\pi).\quad(5.26)$$

Аналогично можно получить выражение для φ в случае поверхностного источника излучения: $q(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_s)\times$ $\times\delta(E-E_0)\delta(\mathbf{\Omega}-\mathbf{\Omega}_0)$, где $\mathbf{r}_S$ — координаты поверхности.

Следует отметить, что понятие поверхностных источников в практике расчетов используется не только для случая слоя источников, распределенных по какой-либо поверхности, причем глубиной слоя можно пренебречь, но и для случая облучения рассматриваемой системы какими-то источниками извне, когда падающее излучение $\varphi_{\text{пад}}$ описывается эквивалентным поверхностным источником q_S:

$$q_S(\mathbf{r}_S,\ E,\ \mathbf{\Omega})=-n\mathbf{\Omega}\varphi_{\text{пад}}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_S).\quad(5.27)$$

В теории переноса излучения показано, что данные по функции Грина для бесконечной однородной среды G с помощью эффективных поверхностных источников можно использовать для определения поля излучения $\varphi^{(V)}$ в ограниченной среде*:

$$\varphi^{(V)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\int\limits_V d\mathbf{r}\int d\mathbf{\Omega}_0\int dE_0\,q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)-$$

$$-\int\limits_S d\mathbf{r}_S\int\limits_{(\mathbf{\Omega}_S,\mathbf{n})<0}d\mathbf{\Omega}_S\int dE_0\,q_S(\mathbf{r}_S,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_s)\times$$
$$\times G(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_S,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_S),\quad(5.28)$$

* Практическое использование функции Грина даже для однородных защит с правильной геометрией сдерживается трудностями накопления, хранения и обработки такой многочисленной информации (для каждого материала — зависимость от шести переменных).

* Известны обобщения подобного подхода на случай гетерогенных сред.

где V — объем; S — площадь поверхности рассматриваемой среды с распределенными источниками $q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$; q_S — функция, описывающая утечку излучения из среды. Поскольку функция q_S заранее не известна, такие задачи приходится решать методом последовательных приближений.

В практических расчетах защит сложных объемных источников также удобна эквивалентная замена таких источников поверхностными. Тогда при расчете поля нейтронов в защите от внутреннего (между объемным источником и защитой) поверхностного источника можно использовать формулу типа (5.27)

$$q_S(\mathbf{r}_S,\ E,\ \mathbf{\Omega}) = -\mathbf{n}\mathbf{\Omega}\varphi_{\text{гран}}(\mathbf{r}_S,\ E,\ \mathbf{\Omega}). \qquad (5.27\text{а})$$

При этом расчете возможно упрощенное представление структуры объемного источника, например его гомогенизация. Важным является то обстоятельство, что $\varphi_{\text{гран}}(\mathbf{r}_S, E, \mathbf{\Omega})$ определяется из решения задачи расчета поля нейтронов в объемном источнике с нулевыми граничными условиями (на $\mathbf{r}_S$) типа (5.2).

В заключение приведем одно полезное свойство функции G — так называемую теорему взаимности в односкоростной теории переноса:

$$G(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0) = G(\mathbf{r}_0,\ -\mathbf{\Omega}_0;\ \mathbf{r},\ -\mathbf{\Omega}). \qquad (5.29)$$

Это соотношение означает, что угловая плотность потока в точке $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{\Omega}$ от точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{r}_0$ и испускающего частицы в направлении $\mathbf{\Omega}_0$, совпадает с угловой плотностью потока в точке $\mathbf{r}_0$ в направлении $-\mathbf{\Omega}_0$ от точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{r}$ и испускающего нейтроны в направлении $-\mathbf{\Omega}$ (рис. 5.4). Если тождество (5.29) проинтегрировать по $\mathbf{\Omega}_0$ и разделить на 4π, то получим

$$G(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{r}_0) = \varphi_0(\mathbf{r}_0;\ \mathbf{r},\ -\mathbf{\Omega})/(4\pi). \qquad (5.30)$$

Это означает, что угловая плотность потока в точке $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{\Omega}$ от изотропного источника нейтронов, находящегося в точке $\mathbf{r}_0$, ровно в 4π раз меньше плотности потока в точке $\mathbf{r}_0$ от точечного мононаправленного источника, находящегося в точке $\mathbf{r}$ и испускающего нейтроны в направлении $-\mathbf{\Omega}$. Интегрирование (5.30) по $\mathbf{\Omega}$ дает

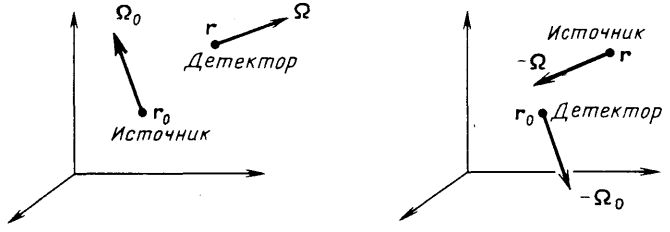


Рис. 5.4. Теорема взаимности для односкоростного уравнения переноса

$$\varphi_0(\mathbf{r};\ \mathbf{r}_0) = \varphi_0(\mathbf{r}_0;\ \mathbf{r}). \qquad (5.31)$$

Это означает, что в односкоростной задаче функция плотности потока нейтронов от точечного изотропного источника симметрична относительно перемены местами источника и точки наблюдения.

Уравнение переноса фотонного излучения. Форма записи кинетического уравнения (5.1) является общей для нейтронов, фотонов и электронов. Специфика проявляется в первую очередь в конкретном виде сечений, а также в описании источников излучений. В общем случае при расчете защиты источников смешанного излучения (нейтронов и фотонов), например реакторов, можно условно выделить две составляющие функции плотности источников фотонов $q_\gamma(\mathbf{r}, E_\gamma, \mathbf{\Omega})$:

$$q_\gamma = q_{\gamma\text{перв}} + q_{\gamma\text{втор}}. \qquad (5.32)$$

Здесь первое слагаемое описывает первичное γ-излучение (фотоны собственно источника), например излучение какого-либо радионуклидного источника или γ-излучение, сопровождающее деление ядер и распад продуктов деления в реакторе. Функция $q_{\gamma\text{втор}}$ описывает фотоны, сопровождающие радиационный захват и неупругое рассеяние нейтронов, и поэтому является функционалом потока нейтронов*:

$$q_{\gamma\text{втор}}(\mathbf{r},\ E_\gamma) = \sum_i \int \left[\nu^i_{n,\gamma}(E_\gamma,\ E)\Sigma^i_{n,\gamma}(\mathbf{r},\ E) + \nu^i_{in}(E_\gamma,\ E)\Sigma^i_{in} \times \right.$$
$$\left. \times(\mathbf{r},\ E)\right]\varphi_0(\mathbf{r},\ E)\,dE. \qquad (5.33)$$

При записи выражения (5.33) пренебрегли анизотропией выхода фотонов при этих реакциях из-за ее незначительности, поскольку в большинстве случаев ее учет не приводит к заметному уточнению результатов расчетов, а лишь усложняет их. Здесь i — номер нуклида, на котором происходит реакция; $\Sigma_{n,\gamma}(E)$ — сечение радиационного захвата нейтронов энергии E; $\nu_{n,\gamma}(E_\gamma, E)$ — соответствующий выход γ-квантов энергии E_γ при захвате нейтрона энергии E; $\Sigma_{in}(E)$ — сечение неупругого рассеяния нейтронов энергии E; $\nu_{in}(E_\gamma, E)$ — соответствующий выход фотонов при неупругом рассеянии нейтронов. В практике расчетов иногда используется кинетическое уравнение для

---

* При расчете защиты реакторов функция $q_{\gamma\text{перв}}$ также является функционалом плотности потока нейтронов: $q_{\gamma\text{перв}}(\mathbf{r}, E_\gamma) = \sum_i \nu^i_{f,\gamma}(E_\gamma)\int\Sigma^i_f(\mathbf{r}, E)\varphi_0(\mathbf{r}, E)\,dE$, где Σ^i_f — сечение деления ядер i-го сорта, $\nu^i_{f,\gamma}$ — соответствующий выход фотонов при делении и радиоактивном распаде продуктов деления.

дифференциальной плотности потока энергии фотонов $I(\mathbf{r}, E_\gamma, \mathbf{\Omega}) = E_\gamma \varphi_\gamma(\mathbf{r}, E_\gamma, \mathbf{\Omega})$. Форма записи такого уравнения для I становится тождественной уравнению (5.1) для φ, если при этом к дифференциальному сечению $\Sigma_s(E'_\gamma \to E_\gamma, \mu_s)$ ввести дополнительный множитель E'_γ/E_γ, а от функции q_γ перейти к $q_E = E_\gamma q_\gamma$.

Интегральное уравнение переноса излучения. В некоторых случаях для расчета радиационной защиты используют не интегродифференциальное уравнение Больцмана, которое является линейным дифференциальным уравнением первого порядка по пространственным и угловым переменным, а эквивалентное ему интегральное уравнение Пайерлса. Это уравнение является основой ряда модификаций метода дискретных ординат (§ 6.4), модификаций метода Монте-Карло (гл. 7) и полуэмпирического метода расчета защиты (§ 8.3). Преобразование уравнения Больцмана в уравнение Пайерлса проводится стандартным математическим приемом, известным под названием метода характеристик*. Учитывая формулу (5.5), справедливую для точек вдоль луча ξ, совпадающего по направлению с вектором $\mathbf{\Omega}$, односкоростное уравнение (5.16) можно записать в «характеристическом» виде:

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, \xi)/\partial\xi + \Sigma(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}, \xi) = Q(\mathbf{r}, \xi), \qquad (5.34)$$

где $Q(\mathbf{r}, \xi) = \int d\mathbf{\Omega}' \Sigma_s(\mathbf{r}, \mu_s)\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}') + q(\mathbf{r}, \xi)$. Уравнение (5.34) представляет собой линейное дифференциальное уравнение первого порядка, интегрируемое с помощью интегрирующего множителя. При введении такого множителя [рассматриваем для простоты случай бесконечной однородной среды, т. е. когда свойства среды одинаковы для всех точек $(\Sigma(\mathbf{r}) \equiv \Sigma)$] получаем, учитывая, что $\xi = \xi(\mathbf{\Omega})$,

$$\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty Q(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}) \exp(-\Sigma\xi)\, d\xi. \qquad (5.35)$$

Здесь $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \xi\mathbf{\Omega}$, т. е. $\xi = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Из уравнения (5.35) можно** получить уравнение для φ_0 при интегрировании по $d\mathbf{\Omega}$ с учетом того, что $d\xi\, d\mathbf{\Omega} = \xi^2 d\xi d\mathbf{\Omega}/\xi^2 = d\mathbf{r}'/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2$; $\mathbf{\Omega} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$:

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = 4\pi \int_0^\infty d\mathbf{r}'\, Q\left(\mathbf{r}', \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right) K(\mathbf{r}' \to \mathbf{r}), \qquad (5.36)$$

где $K(\mathbf{r}' \to \mathbf{r}) = \exp(-\Sigma|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)/(4\pi)|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2$. Уравнение (5.36) может быть использовано (с соответствующим уточнением) для случая ограниченной среды. Например, для одномерной плоской геометрии задачи с изотропно рассеивающей пластиной толщиной $2a$, заполненной изотропными источниками $q_0(x)$, из уравнения (5.36) можно получить

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} E_1(\Sigma|x - x'|)[\Sigma_s \varphi_0(x') + q_0(x')]\, dx', \qquad (5.37)$$

где $E_1(x)$ — показательная интегральная функция первого порядка, $E_n(x) = \int_1^\infty dt\, [\exp(-xt)/t^n]$.

Для расчетов распределения излучений в защите применяют различные методы решения уравнения переноса (см. гл. 6). Степень приближенности этих методов весьма различна, и в ряде случаев может достигаться довольно высокая точность расчетов.

В этой главе рассмотрены наиболее простые приближения уравнения переноса нейтронов, для решения которых используются односкоростная теория диффузии и элементарная теория замедления нейтронов. Несмотря на ограниченные пределы их применимости и сравнительно невысокую точность, эти теории позволяют понять многие из физических закономерностей распространения нейтронов в бесконечной и ограниченных средах. Обе эти теории используются при разработке полуэмпирического метода расчета прохождения нейтронов в защите (см. гл. 8).

§ 5.2. Элементарная теория диффузии нейтронов

Статистический процесс диффузии нейтронов в веществе, заключающийся в перемещении нейтронов из областей с большей их плотностью в области с меньшей плотностью, можно описать уравнением диффузии. Это уравнение, являясь упрощенной разновидностью уравнения переноса нейтронов, представляет собой соотношение баланса нейтронов в элементе объема в единицу времени. Однако при этом используется ряд упрощающих предположений. Считается, что все нейтроны имеют одинаковую энергию, т. е. рассматривается односкорост-

---

* Характеристика (одно из основных понятий в теории дифференциальных уравнений с частными производными) — это общий интеграл дифференциальной части уравнения. Характеристиками дифференциального выражения $\mathbf{\Omega}\nabla\varphi$ являются прямые, соответствующие фиксированным направлениям $\mathbf{\Omega}$. Использование характеристик при преобразованиях позволяет упрощать вид дифференциальной части уравнений.

** При ограниченности среды поверхностью S, облучаемой извне потоком нейтронов плотностью $\varphi_{\text{пад}}(\mathbf{r}_S, \mathbf{\Omega})$, где $\varphi_{\text{пад}}$ — некоторая заданная функция $\mathbf{r}_S$ (координат точек поверхности), к правой части уравнения (5.36) добавляется слагаемое

$$4\pi \int_S d\mathbf{r}'_S \varphi_{\text{пад}}\left(\mathbf{r}'_S, \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_S}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|}\right) \left|\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_S|}\, \mathbf{n}\right| K(\mathbf{r}'_S \to \mathbf{r}).$$

В этом случае интегрирование по $\mathbf{r}'$ проводится в пределах объема среды V.

ная диффузия нейтронов, рассеяние их близко к изотропному и поглощение мало. Тогда внутри однородных сред угловое распределение плотности потока нейтронов почти изотропно. Это означает, что движение диффундирующих нейтронов равновероятно по любому направлению. При учете этих предположений уравнение диффузии выводится из уравнения переноса нейтронов.

Вблизи границ сред диффузия становится анизотропной, особенно вблизи границы с пустотой. В этих случаях, если объем областей с заметной анизотропией диффузии мал по сравнению с размерами слоев защиты, то вводятся поправки к решениям уравнения диффузии, которые обеспечивают применимость этих решений.

Односкоростная теория диффузии наиболее пригодна для описания распределения тепловых нейтронов. Однако многие ее положения используются и при рассмотрении многогрупповых задач.

Уравнение диффузии нейтронов. Рассмотрим односкоростное уравнение переноса нейтронов (5.16) в однородной среде для одномерных задач с азимутальной симметрией. Представим угловое распределение плотности потока нейтронов и сечение рассеяния нейтронов в виде рядов по полиномам Лежандра:

$$\varphi(\mathbf{r}\,\boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\,\varphi_l(\mathbf{r})\,P_l(\mu); \tag{5.38}$$

$$\Sigma_s(\mu_s) = \frac{1}{4\pi}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\,\Sigma_{s,l}\,P_l(\mu_s). \tag{5.39}$$

Выражения для нескольких первых полиномов Лежандра имеют вид $P_0 = l$; $P_1(\mu) = \mu$; $P_2(\mu) = (3\mu^2 - 1)/2$; $P_3(\mu) = (5\mu^3 - 3\mu)/2$. В разложениях (5.38), (5,39) коэффициенты φ_l и $\Sigma_{s,l}$ определяются * соотношениями

$$\varphi_l(\mathbf{r}) = 2\pi\int_{-1}^{+1}\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})\,P_l(\mu)\,d\mu; \tag{5.40}$$

$$\Sigma_{s,l} = 2\pi\int\Sigma_s(\mu_s)\,P_l(\mu_s)\,d\mu_s. \tag{5.41}$$

В частности, первые моменты дифференциальной плотности потока:

* Для простоты записи пределы $[-1, +1]$ интегрирования по μ в большинстве случаев опускаем.

$$\left.\begin{aligned}\varphi_0(\mathbf{r}) &= \int\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})\,d\boldsymbol{\Omega} = 2\pi\int\varphi(\mathbf{r},\ \mu)\,d\mu;\\ \varphi_1(\mathbf{r}) &= J(\mathbf{r}) = |\,\mathbf{J}(\mathbf{r})\,| = |\int\boldsymbol{\Omega}\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})\,d\boldsymbol{\Omega}\,| = 2\pi\int\mu\varphi(\mathbf{r},\ \mu)\,d\mu.\end{aligned}\right\} \tag{5.42}$$

Первые коэффициенты разложения сечения:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma_{s,0} &= 2\pi\int\Sigma_s(\mu_s)\,d\mu_s = \Sigma_s;\\ \Sigma_{s,1} &= 2\pi\int\Sigma_s(\mu_s)\,\mu_s d\mu_s = \Sigma_s\bar{\mu}_s.\end{aligned}\right\} \tag{5.43}$$

Основным в элементарной теории диффузии (диффузионном приближении) является предположение о слабой анизотропии углового распределения потока, когда в разложении (5.38) можно ограничиться лишь двумя членами:

$$\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega}) = \varphi_0(\mathbf{r})/(4\pi) + 3J(\mathbf{r})/(4\pi). \tag{5.44}$$

Подставим разложение (5.32) и формулу (5.44) в правую часть уравнение (5.16) для случая изотропного источника в однородной среде с плоской геометрией, используя теорему сложения полиномов Лежандра,

$$P_l(\mu_s) = P_l(\mu)\,P_l(\mu') + 2\sum_{m=1}^{l}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}\,P_l^m(\mu)\,P_l^m(\mu')\cos m(\psi-\psi'), \tag{5.45}$$

где $P_l^m(\mu)$ — присоединенные полиномы Лежандра, и свойство ортогональности полиномов Лежандра,

$$\int_{-1}^{+1}P_l(\mu)\,P_\nu(\mu)\,d\mu = \frac{2\delta_{l\nu}}{2l+1}, \tag{5.46}$$

где $\delta_{l\nu}$ — символ Кронекера ($\delta_{l\nu} = 1$ при $l = \nu$; $\delta_{l\nu} = 0$ при $l \neq \nu$). В результате получим

$$\mu\partial\varphi(x,\ \mu)/\partial x + \Sigma\varphi(x,\ \mu) = [\Sigma_s\varphi_0(x) + 3\Sigma_s\bar{\mu}_s J(x)\,\mu]/(4\pi) + q_0(x)/(4\pi). \tag{5.47}$$

Интегрирование этого уравнения по μ дает

$$dJ/dx + (\Sigma - \Sigma_s)\,\varphi_0(x) = q_0(x), \tag{5.48}$$

где $\Sigma - \Sigma_s$ — сечение поглощения * Σ_a. Умножая уравнение (5.47) на μ и затем интегрируя по μ, получаем с учетом формулы (5.44)

$$(1/3)\,d\varphi_0/dx + (\Sigma - \Sigma_s\bar{\mu}_s)\,J(x) = 0. \tag{5.49}$$

* При переходе к групповым задачам (§ 6.5) Σ_a характеризует «эффективное» поглощение, описывающее «увод» нейтронов из группы за счет как поглощения, так и замедления.

Уравнения (5.48) и (5.49) имеют простой физический смысл. Первое из них представляет собой очевидное с физической точки зрения уравнение непрерывности, согласно которому в единице объема в стационарном нейтронном поле потери нейтронов вследствие утечки (первое слагаемое) и поглощения (второе слагаемое) равны числу нейтронов, генерируемых источником q_0. Следует отметить, что соотношение (5.48) точно в том смысле, что учет последующих членов в разложении (5.38) по сравнению с приближением (5.44) не изменяет данного соотношения. Из второго уравнения

$$J = -\left[3\left(\Sigma - \Sigma_s \bar{\mu}_s\right)\right]^{-1}\left(d\varphi_0/dx\right) = -Dd\varphi_0/dx. \qquad (5.50)$$

Это соотношение выражает известный закон Фика для диффузии, по которому плотность тока нейтронов пропорциональна градиенту плотности потока. Константа пропорциональности D называется *коэффициентом диффузии*. Если ввести понятие *транспортного сечения*

$$\Sigma_{tr} = \Sigma - \Sigma_s \bar{\mu}_s, \qquad (5.51)$$

то выражение для D можно записать следующим образом:

$$D = 1/(3\Sigma_{tr}). \qquad (5.52)$$

Это соотношение справедливо лишь для диффузионного приближения и может быть уточнено в более высоких приближениях (см. § 6.1).

При учете (5.50) основное соотношение элементарной теории диффузии (5.44) в плоской геометрии приобретает вид

$$\varphi(x,\ \mathbf{\Omega}) = \left[1/(4\pi)\right]\varphi_0(x) - \left[3D/(4\pi)\right]\left(d\varphi_0/dx\right)\mu. \qquad (5.53)$$

Комбинируя (5.50) и (5.48), получаем элементарное уравнение диффузии

$$-Dd^2\varphi_0(x)/dx^2 + \Sigma_a\varphi_0(x) = q_0(x). \qquad (5.54)$$

Здесь первое слагаемое левой части описывает утечку нейтронов из единицы объема за 1 с, второе — поглощение (или «увод» из группового энергетического интервала при рассмотрении группы нейтронов), правая часть — генерацию нейтронов. При введении понятия длины диффузии

$$L = \sqrt{D/\Sigma_a} = \sqrt{1/3\,\Sigma_a\left(\Sigma - \Sigma_s\bar{\mu}_s\right)} \qquad (5.55)$$

уравнение (5.54) можно переписать в виде

$$d^2\varphi_0(x)/dx^2 - \varphi_0(x)/L^2 + q_0(x)/D = 0. \qquad (5.56)$$

Уравнение диффузии (5.56) является дифференциальным уравнением, и его общее решение содержит произвольные постоянные. Для их определения учитываются граничные условия, устанавливаемые в соответствии с характером рассматриваемой физической задачи. Число граничных условий

должно быть достаточным для обеспечения единственности решения. К ним относятся: а) условие конечности и положительности плотности потока; б) условия непрерывности функций пространственного распределения плотности потока $\varphi_0(x)$ и плотности тока $J(x)$, в том числе на границах раздела различных материалов; в) обращение плотности потока в нуль на экстраполированной внешней границе защиты (см. ниже).

Рассмотрим бесконечный плоский изотропный источник нейтронов, размещенный в бесконечной однородной среде в начале координат, т. е. $q_0(x) = q_S\delta(x)$. Уравнение (5.56) тогда принимает вид

$$d^2\varphi_0/dx^2 - \varphi_0(x)/L^2 = -q_S\delta(x)/D. \qquad (5.57)$$

Здесь q_S — поверхностная мощность источника нейтронов. Общее решение этого уравнения может быть представлено в виде

$$\varphi_0(x) = A\exp\left(-x/L\right) + B\exp\left(x/L\right), \qquad (5.58)$$

где A и B — произвольные константы, и его можно рассматривать как относящееся к абсолютным значениям x, т. е. $|x|$, поскольку плотность потока φ_0 симметрична относительно плоскости $x=0$. Из условия ограниченности решения при $x\to\infty$ вытекает требование $B=0$. Проинтегрируем уравнение (5.57) по пространству в пределах малой окрестности источника $(-\varepsilon, +\varepsilon)$:

$$\left(d\varphi_0/dx\right)\Big|_{-\varepsilon}^{\varepsilon} - 2\varepsilon\varphi_0(0)/L^2 = -q_S/D. \qquad (5.59)$$

Учитывая, что $\varphi_0(x) = A\exp\left(-|x|/L\right)$, можно получить $d\varphi_0/dx = \pm(A/L)\exp\left(-|x|/L\right)$ (минус при $x>0$, плюс при $x<0$). Тогда при $\varepsilon\to 0$ второе слагаемое в соотношении (5.59) обращается в нуль, и из (5.59) следует: $A = q_SL/(2D)$. Таким образом, согласно диффузионной теории плотность потока от источника $q_0(x) = q_S\delta(x)$ равна

$$\varphi_0(x) = \left[q_SL/(2D)\right]\exp\left(-|x|/L\right) = \left[q_S/(2\Sigma_aL)\right]\exp\left(-|x|/L\right). \qquad (5.60)$$

Следовательно, согласно (5.50) плотность тока

$$J(x) = (q_S/2)\exp\left(-|x|/L\right). \qquad (5.61)$$

Аналогично для источника, размещенного в плоскости $x = x_0$, т. е. $q_0(x) = q_S\delta(x - x_0)$,

$$\varphi_0(x) = \left[q_SL/(2D)\right]\exp\left(-|x - x_0|/L\right). \qquad (5.62)$$

Полученные формулы можно использовать для интересного в защите случая, когда известна плотность тока нейтронов $J(x=0) = J_0$, входящего в протяженный слой защиты, и требуется найти плотность потока внутри защиты. Тогда в диффузионном приближении согласно (5.60), (5.61), используя

понятие эквивалентного поверхностного источника, можно получить

$$\varphi_0(x)=(J_0L/D)\exp(-x/L);\ \ J(x)=J_0\exp(-x/L). \qquad (5.63)$$

Пределы применимости диффузионной теории. Для справедливости основного соотношения теории диффузии (5.44) необходима быстрая сходимость разложения (5.38), т. е. резкое убывание моментов углового потока с ростом их номера. В частности, необходим достаточно малый градиент нейтронного потока, чтобы выполнялось соотношение

$$|J|=|Dd\varphi_0/dx|\ll\varphi_0, \qquad (5.64)$$

или $(D/\varphi_0)|d\varphi_0/dx|\ll 1$, т. е. чтобы нейтронный поток мало изменялся на расстояниях порядка D. Например, для плоской геометрии из (5.60) можно получить, что $(1/\varphi_0)|d\varphi_0/dx|=1/L$. Таким образом, критерием применимости диффузионной теории является условие $D\ll L$. С помощью (5.52), (5.55) это условие можно свести к условию $\Sigma_a/3\Sigma_{tr}\ll 1$, т. е. для применимости диффузионной теории поглощение нейтронов в среде должно быть слабым. Тогда мал градиент нейтронного потока в среде и угловое распределение потока согласно (5.44) близко к изотропному. Очевидно, что на внешних границах сред — как внешней границы защиты, так и на границах раздела различных материалов — угловое распределение плотности потока явно неизотропно. Поэтому можно априори утверждать (и это подтверждается сравнением с точным решением), что диффузионное приближение справедливо лишь на расстояниях, бо́льших нескольких длин свободного пробега от этих границ. Диффузионное приближение может обладать большой погрешностью также в области вблизи источников нейтронов и вблизи поглотителей нейтронов, где угловое распределение плотности потока сильно отличается от изотропного.

Связь с асимптотической теорией. Рассмотрим описание диффузионной теорией асимптотического распределения плотности потока нейтронов, т. е. распределения на большом расстоянии от источника. Подробно асимптотическая теория для бесконечной однородной среды изложена в § 8.1. Для случая изотропного рассеяния в плоской геометрии асимптотическая часть дифференциальной угловой плотности потока [см. § 8.1].

$$\varphi^{ac}(x,\ \mu)=B[\Sigma_s/(4\pi)]\exp(-kx)/(\Sigma-k\mu), \qquad (5.65)$$

где B — константа, зависящая от мощности и углового распределения излучения источника; k — *собственное число* задачи — корень трансцендентного уравнения

$$[\Sigma_s/(2k)]\ln[(\Sigma+k)/(\Sigma-k)]=1. \qquad (5.66)$$

Соответствующее выражение для плотности потока нейтронов имеет вид

$$\varphi_0^{ac}(x)=2\pi\int\varphi^{ac}(x,\ \mu)\,d\mu=B\exp(-kx). \qquad (5.67)$$

При сравнении с (5.60) видно, что k играет роль величины, обратной длине диффузии L, т. е. $k\sim 1/L$.

При $\Sigma_s/\Sigma\to 0$ (рис. 5.5) $k\to\Sigma$ (случай абсолютно поглощающей среды). Если $\Sigma_s/\Sigma\approx 1$, т. е. $\Sigma_a\ll\Sigma_s$ (слабое поглощение), выполняется соотношение $k\ll\Sigma$, так что логарифм в (5.66) может быть разложен в ряд Тейлора по степеням k/Σ:

$$(\Sigma_s/k)[k/\Sigma+(1/3)(k/\Sigma)^3+(1/5)(k/\Sigma)^5+\ldots]=1.$$

Отсюда справедливо соотношение

$$k^2\Sigma_s/\Sigma=3\Sigma^2[1-\Sigma_s/\Sigma-(\Sigma_s/5\Sigma)(k^4/\Sigma^4)-\ldots]. \qquad (5.68)$$

В первом приближении, пренебрегая высокими степенями k/Σ, можно получить

$$k^2\approx 3\Sigma\Sigma_a\Sigma/\Sigma_s, \qquad (5.69)$$

что с точностью до множителя $\Sigma/\Sigma_s\approx 1$ совпадает с формулой (5.55) при изотропном рассеянии ($\bar{\mu}_s=0$). Учитывая третье слагаемое в (5.68) и принимая во внимание (5.69), получаем

$$k^2\Sigma_s/\Sigma\approx 3\Sigma\Sigma_a(1-9\Sigma_a/(5\Sigma)),$$

или

$$k^2\approx(1-\Sigma_a/\Sigma)^{-1}3\Sigma\Sigma_a(1-9\Sigma_a/(5\Sigma))\approx 3\Sigma\Sigma_a(1-4\Sigma_a/(5\Sigma)). \qquad (5.70)$$

В предельном случае очень слабого поглощения, когда $\Sigma_a/\Sigma\to 0$, эта формула так же, как и (5.69), переходит в выражение, совпадающее с (5.55) элементарной диффузионной теории (при изотропном рассеянии), т. е. k стремится к обратному значению длины диффузии:

$$k^2=1/L^2=3\Sigma\Sigma_a. \qquad (5.71)$$

Исследуем теперь справедливость закона Фика дла асимптотического нейтронного потока. Согласно соотношению (5.40), используя (5.65), можно получить следующее выражение для асимптотической плотности тока:

$$J^{ac}(x)=2\pi\int\mu\varphi^{ac}(x,\ \mu)\,d\mu=(\Sigma_a/k)B\exp(-kx). \qquad (5.72)$$

Отсюда, учитывая (5.67), можно записать

$$J^{ac}(x)=-(\Sigma_a/k^2)(d\varphi_0^{ac}/dx). \qquad (5.73)$$

Таким образом, в асимптотической области справедливо соотношение типа закона Фика между плотностью тока и градиентом плотности потока. Выражение для «асимптотического» коэффициента диффузии имеет вид

$$D^{ac}=\Sigma_a/k^2. \qquad (5.74)$$

Для случая слабого поглощения на основании (5.52), (5.68), (5.74) можно заключить, что $D^{ac}=D/(1-4\Sigma_a/(5\Sigma))$, где D —

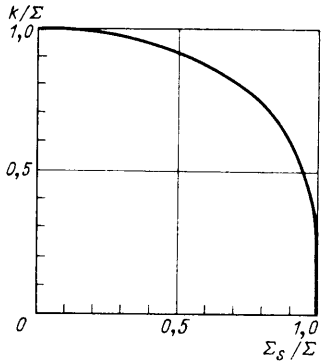


Рис. 5.5. Зависимость k/Σ от отношения сечений Σ_s/Σ

коэффициент диффузии (5.52) в элементарной диффузионной теории. Для очень слабого поглощения $(\Sigma_a \to 0)$ $D^{ac} \to D$. Таким образом, элементарная теория диффузии справедлива в асимптотической области в слабо поглощающих средах.

Учитывая (5.67), (5.73) и уравнение непрерывности (5.48), для случая произвольного поглощения можно получить уравнение типа диффузионного (5.54):

$$-D^{ac} d^2\varphi_0^{ac}/dx^2 + \Sigma_a \varphi_0^{ac}(x) = \beta q_0(x). \qquad (5.75)$$

Согласно точному решению кинетического уравнения (§ 8.1) при описании асимптотических распределений диффузионным уравнением с заменой D на D^{ac} несколько занижается поглощение на небольшом расстоянии от источника. Чтобы компенсировать этот эффект, для мощности источника в (5.75) введен поправочный множитель $\beta = B/(2kD) \lesssim 1$, учитывающий в решении задачи долю асимптотической части. Согласно асимптотической теории для задач с изотропным рассеянием справедливо соотношение $\beta = (2\Sigma_a/\Sigma_s)(\Sigma^2 - k^2)/(k^2 - \Sigma\Sigma_a) \approx \approx 1 - 4\Sigma_a/(5\Sigma)$.

Полученные результаты справедливы и для случая слабоанизотропного рассеяния, когда индикатрису рассеяния можно представить двумя первыми членами разложения по полиномам Лежандра (5.39). В этом случае вид функции $\varphi^{ac}(x, \mu)$ как функции μ и вид трансцендентного уравнения для определения собственного числа — типа (5.66) — несколько сложнее (см. § 8.1). При $\Sigma_a/\Sigma_s \ll 1$

$$k^2 = 3\Sigma_a\Sigma(1-\bar{\mu}_s)[1 - 4\Sigma_a/(5\Sigma) + \Sigma_a\bar{\mu}_s/\Sigma(1-\bar{\mu}_s)]. \qquad (5.76)$$

В случае $\Sigma_a/\Sigma \to 0$ $1/k$ стремится к длине диффузии, определенной (5.55), причем (5.73) и (5.75) остаются без изменения. Поэтому выводы относительно применимости элементарной теории диффузии в асимптотической области остаются теми же, что и для изотропного рассеяния.

Условия на границе с пустотой. Рассмотрим полубесконечную однородную среду, простирающуюся в направлении от плоскости $x = 0$ до $x = \infty$ и от $-\infty$ до $+\infty$ вдоль направлений y и z. Допустим, что при $x = x_0 \gg 1/\Sigma$ расположен плоский изотропный источник. Предположим, что полупространство $x < 0$

представляет собой пустоту*; это означает, что нейтрон, покидающий среду через плоскость $x = 0$, не может вернуться обратно. Если сечение поглощения $\Sigma_a = 0$, то при изотропном рассеянии уравнение переноса (5.16) принимает вид

$$\mu\partial\varphi(x, \mu)/\partial x + \Sigma_s\varphi(x, \mu) = (\Sigma_s/(4\pi))\varphi_0(x) + q_s\delta(x - x_0). \qquad (5.77)$$

Это уравнение следует решать совместно с граничным условием типа (5.12):

$$\varphi(x = 0, \mu) = 0 \text{ при } \mu > 0. \qquad (5.78)$$

Определим общий вид асимптотического решения для этого случая. Поскольку $\Sigma_a = 0$ и согласно соотношению (5.66) $k = 0$, то при $x_0 \gg x \gg 1/\Sigma_s$ асимптотическое диффузионное уравнение (5.75) принимает вид

$$d^2\varphi_0^{ac}/dx^2 = 0. \qquad (5.79)$$

Отсюда следует линейная зависимость плотности потока от координаты

$$\varphi_0^{ac}(x) = c(x + \gamma), \qquad (5.80)$$

где c — коэффициент, зависящий от мощности источника q_S; γ — произвольная постоянная.

Плотность потока нейтронов в произвольной точке x определяется решением уравнения (5.77) совместно с граничным условием (5.78). Проведено подробное исследование этой математически сложной задачи теории переноса излучения, известной под названием *проблема Милна*. Приведем лишь окончательный результат для точного решения в непоглощающей среде:

$$\varphi_0(x) = c(x + \gamma) + \varphi_0^{неас}(x),$$

где $\gamma = 0{,}7104/\Sigma_s$; $\varphi_0^{неас}(x) \approx -(0{,}2436/\Sigma_s)c[E_2(\Sigma_s x) - -0{,}2911E_3(\Sigma_s x)]$.

Асимптотическое значение потока достигается (рис. 5.6) уже на расстояниях порядка одной длины свободного пробега от внешней границы среды. Величина γ называется *длиной экстраполяции* или расстоянием до экстраполированной границы, поскольку согласно формуле (5.80) экстраполированное в пустоту значение φ_0^{ac} обращается в нуль при $x = -\gamma$:

$$\varphi_0^{ac}(x = -\gamma) = 0. \qquad (5.81)$$

Задача Милна может быть решена также и для поглощающей среды. Асимптотическая часть решения тогда имеет вид $\varphi_0^{ac}(x) = c_1 \operatorname{sh}[k(x + \gamma)]$, где c_1 — нормировочный коэффициент.

---

* Под пустотой (вакуумом) будем понимать среду, отражением от которой можно пренебречь (во многих практических задачах это воздух, однако существуют задачи, где отражение излучения от воздушной среды является определяющим эффектом).

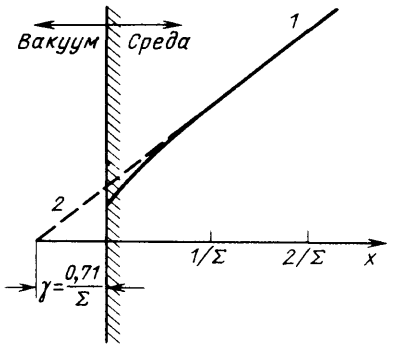


Рис. 5.6. Распределение плотности потока нейтронов (*1*) и асимптотическое решение (*2*) вблизи плоской границы непоглощающей среды

При $\Sigma_a \ll \Sigma$ $\gamma = 0{,}7104/\Sigma_s$; с ростом Σ_a/Σ γ несколько увеличивается, и при $\Sigma_a = 0{,}5\Sigma$ $\gamma = 0{,}72/\Sigma_s$, а при $\Sigma_a = 0{,}9\Sigma$ $\gamma = 0{,}85/\Sigma_s$.

Для слабоанизотропного рассеяния результаты аналогичны, если сечение рассеяния Σ_s заменить транспортным сечением рассеяния $\Sigma_{s,tr} = \Sigma_s(1-\bar{\mu}_s)$. В частности, для слабопоглощающей среды длина экстраполяции $\gamma = 0{,}71/\Sigma_{s,tr}$. В практике расчетов для поглощающих сред используют подобное соотношение (хотя оно не является строгим)

$$\gamma \approx 0{,}71/\Sigma_{tr}. \tag{5.82}$$

Теперь определим γ в диффузионном приближении. Представим плотность тока нейтронов в виде двух слагаемых:

$$J \equiv \varphi_1 = J^+ + J^-, \tag{5.83}$$

где J^+ и J^- — компоненты плотности тока в положительном и отрицательном направлениях оси x соответственно. При этом аналогично (5.42) в плоской геометрии

$$J^+(x) = 2\pi \int_0^1 \mu\varphi(x,\ \mu)\,d\mu;\quad J^-(x) = -2\pi \int_{-1}^0 \mu\varphi(x,\ \mu)\,d\mu. \tag{5.84}$$

При подстановке (5.53) в эти соотношения получим

$$J^+(x) = \varphi_0(x)/4 - (D/2)\,d\varphi_0/dx; \tag{5.85}$$

$$J^-(x) = \varphi_0(x)/4 + (D/2)\,d\varphi_0/dx. \tag{5.86}$$

Эти выражения точны, если выполнены условия применимости элементарной теории диффузии. В частности, они точны лишь для области, отстоящей на несколько длин свободного пробега от границы. Если предположить, что элементарная теория диффузии справедлива вплоть до поверхности среды, то в качестве граничного условия следует принять

$$J^+(x) = 0 \quad \text{при} \quad x = 0. \tag{5.87}$$

Напомним, что строгое граничное условие (5.78) на границе с пустотой выражает очевидное физическое условие: нейтроны не должны возвращаться из вакуума в среду. Это условие не может строго выполняться в рамках диффузионного приближения и заменяется менее точным условием (5.87): составляющая плотности тока из пустоты в среду равна нулю. Подстановкой (5.85) в (5.87) получаем

$$(1/\varphi_0)\,d\varphi_0/dx = 1/(2D) = 3\Sigma_{tr}/2 \quad \text{при} \quad x = 0. \tag{5.88}$$

С другой стороны, если решать диффузионное уравнение (5.54) в отсутствие поглощения ($\Sigma_a = 0$), то аналогично решению уравнения (5.78) получим

$$\varphi_0(x) = Ax + B, \tag{5.89}$$

где A и B — постоянные. Таким образом, в отсутствие поглощения в среде плотность потока изменяется с координатой линейно. Применяя граничное условие (5.88) к (5.89), можно получить $(1/\varphi_0)d\varphi_0/dx = A/B = 3\Sigma_{tr}/2$, так что

$$\varphi_0(x) = A\,(x + 2/(3\Sigma_{tr})). \tag{5.90}$$

Следовательно, точкой $x = -\gamma$, в которую φ_0 экстраполируется нулем, будет $\gamma = 2/(3\Sigma_{tr})$.

Как видно, погрешность значения длины экстраполяции в диффузионном приближении достаточно мала и составляет в отсутствие поглощения примерно 5%. В поглощающей среде она больше и может составить в пределе сильного поглощения 30—50%.

Подчеркнем еще раз плохую применимость диффузионного приближения в рассмотренной задаче определения нейтронного поля вблизи границы среды. Эта задача характеризуется соотношением $(D/\varphi_0)\,d\varphi_0/dx = D/\gamma = 1/2$, т. е. заведомо не выполняется требование справедливости элементарной теории диффузии $[(D/\varphi_0)\,d\varphi_0/dx \ll 1]$.

Альбедо в диффузионной теории. Еще одной задачей, к которой элементарная теория диффузии плохо применима, но все же используется в практических расчетах, является задача определения коэффициента отражения нейтронов от среды (*альбедо*). В односкоростной задаче токовое альбедо (см. § 13.1) есть отношение плотностей токов:

$$a = J^-/J^+. \tag{5.91}$$

На основании (5.85) и (5.86) можно получить, что в диффузионном приближении

$$a = [\varphi_0/4 + (D/2)\,d\varphi_0/dx]/[\varphi_0/4 - (D/2)\,d\varphi_0/dx]. \tag{5.92}$$

В качестве примера рассмотрим плоский изотропный источник мощностью q_0 на поверхности полубесконечной среды. Если начало координат расположить в плоскости источника, общее решение диффузионного уравнения внутри среды имеет вид (5.60)

$$\varphi_0(x)=A\exp(-x/L). \tag{5.93}$$

Константу A определим с помощью условия, которому удовлетворяет составляющая плотности тока J^+ (5.85) в направлении в среду:

$$J^+(0)=\varphi_0(0)/4-(D/2)\,d\varphi_0/dx(0)=q_0/2. \tag{5.94}$$

Это условие физически означает, что число нейтронов, падающих в единицу времени на единичную площадку поверхности полубесконечной среды, равно половине мощности источника (другая половина с направленностью в пустоту не попадает в среду). При подстановке функции (5.93) в соотношение (5.94) получим константу A. В результате

$$\varphi_0(x)=2q_0\exp(-x/L)/(1+2D/L).$$

Составляющая плотности тока наружу из среды на границе имеет вид

$$J^-(0)=\frac{\varphi_0(0)}{4}+\frac{D}{2}\frac{d\varphi_0}{dx}(0)=\frac{q_0}{2}\frac{L-2D}{L+2D}.$$

Отсюда, учитывая (5.91) и (5.94), можно получить окончательное выражение альбедо a для полубесконечной среды:

$$a=(L-2D)/(L+2D). \tag{5.95}$$

При $D/L\ll 1$ (условие применимости диффузионной теории) эта формула сводится к $a\approx 1-4D/L$, т. е. по элементарной теории диффузии альбедо a довольно близко к единице. Таким образом, альбедо может быть вычислено по коэффициенту D и длине диффузии L. При подстановке в формулу (5.95) выражений для этих величин через сечения — (5.52) для D и (5.55) для L — получаем

$$a=(1-2\sqrt{\Sigma_a/(3\Sigma_{tr})})/(1+2\sqrt{\Sigma_a/(3\Sigma_{tr})}). \tag{5.96}$$

Отсюда следует, что в отсутствие поглощения ($\Sigma_a=0$) $a=1$, и это физически очевидно в случае непоглощающей полубесконечной среды. Однако при сильном поглощении (когда $\Sigma_{tr}\approx\Sigma_a$) по (5.96) может получиться значение $a<0$, что физически абсурдно. Это происходит из-за неприменимости диффузионной теории к случаю сильного поглощения.

Уравнение диффузии в произвольной геометрии. В отличие от плоской геометрии в общем случае ток $\mathbf{J}$ представляет собой вектор, и (5.44) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})=(1/4\pi)\varphi_0(\mathbf{r})+(3/4\pi)\boldsymbol{\Omega}\mathbf{J}(\mathbf{r}). \tag{5.97}$$

Покажем, что это выражение согласуется с определениями (5.42) для φ и $\mathbf{J}$. Интегрируя его по $d\boldsymbol{\Omega}$, находим, что

$$\int\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})\,d\boldsymbol{\Omega}=(1/(4\pi))\left[\varphi_0(\mathbf{r})\int d\boldsymbol{\Omega}+3\mathbf{J}(\mathbf{r})\int\boldsymbol{\Omega}d\boldsymbol{\Omega}\right], \tag{5.98}$$

где $\varphi_0(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ вынесены из-под знака интеграла, поскольку они не зависят от $\boldsymbol{\Omega}$. Левая часть этого выражения представляет собой просто плотность потока нейтронов $\varphi_0(\mathbf{r})$. Учитывая легко доказуемые (в любой геометрии) соотношения $\int d\boldsymbol{\Omega}=4\pi$, $\int\boldsymbol{\Omega}\,d\boldsymbol{\Omega}=0$, можно получить, что (5.98) сводится к тождеству $\varphi_0(\mathbf{r})\equiv\varphi_0(\mathbf{r})$.

Умножив (5.97) на $\boldsymbol{\Omega}$ и проинтегрировав $d\boldsymbol{\Omega}$, получим

$$\int\boldsymbol{\Omega}\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})\,d\boldsymbol{\Omega}=(1/(4\pi))\left\{\varphi_0(\mathbf{r})\int\boldsymbol{\Omega}d\boldsymbol{\Omega}+3\left[\mathbf{J}(\mathbf{r})\int\boldsymbol{\Omega}\right]\boldsymbol{\Omega}d\boldsymbol{\Omega}\right\}. \tag{5.99}$$

Левая часть этого выражения по определению представляет собой $\mathbf{J}(\mathbf{r})$. В любой конкретной геометрии (плоская, сферическая, цилиндрическая) можно получить, что $\int(\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{J})\boldsymbol{\Omega}d\boldsymbol{\Omega}=4\pi\mathbf{J}/3$. Отсюда следует, что обе части соотношения (5.99) равны $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, что вновь доказывает справедливость (5.97).

Если подставить (5.39) и (5.97) в (5.16), то в случае изотропного источника аналогично (5.47)

$$\boldsymbol{\Omega}\nabla\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})+\Sigma(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r},\ \boldsymbol{\Omega})=(1/(4\pi))\left[\Sigma_s(\mathbf{r})\varphi_0(\mathbf{r})+3\Sigma_s\bar{\mu}_s(\mathbf{r})\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r})\right]+q_0(\mathbf{r})/(4\pi). \tag{5.100}$$

Проинтегрируем это уравнение по $d\boldsymbol{\Omega}$ и используем при этом математическое тождество, которое легко проверить в любой конкретной геометрии: $\int(\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{A})(\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{B})\,d\boldsymbol{\Omega}\cong(4\pi/3)\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$, где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — любые не зависящие от $\boldsymbol{\Omega}$ векторы. В результате, принимая $\mathbf{A}$ эквивалентным оператору градиента ∇, а $\mathbf{B}$ — плотности тока $\mathbf{J}$, получаем

$$\nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r})+\Sigma_a(\mathbf{r})\varphi_0(\mathbf{r})=q_0(\mathbf{r}). \tag{5.101}$$

Умножая уравнение (5.100) на $\boldsymbol{\Omega}$ и интегрируя по $d\boldsymbol{\Omega}$, получаем

$$\nabla\varphi_0(\mathbf{r})+3\Sigma_{tr}(\mathbf{r})\mathbf{J}(\mathbf{r})=0. \tag{5.102}$$

Последнее уравнение можно записать в виде закона Фика:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r})=-D(\mathbf{r})\nabla\varphi_0(\mathbf{r}). \tag{5.103}$$

Комбинируя это выражение с (5.100), приходим к диффузионному уравнению

$$-\nabla D(\mathbf{r})\nabla\varphi_0(\mathbf{r})+\Sigma_a(\mathbf{r})\varphi_0(\mathbf{r})=q_0(\mathbf{r}). \tag{5.104}$$

Рассмотрим конкретные одномерные геометрии, для которых пространственное распределение плотности нейтронного потока зависит только от одной координаты,— плоскую, сферическую и цилиндрическую (бесконечный цилиндр). Первое слагаемое уравнения (5.101) согласно правилам векторного анализа можно представить в виде

$$\nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r})=r^{-n}\,d/dr\left[r^nJ(r)\right],$$

где $n=0$ для плоского случая; $n=1$ для цилиндра; $n=2$ для сферы. Учитывая это соотношение и то, что в одномерной геометрии ток нейтронов имеет компонент только в одном

направлении ($\mathbf{V}\varphi_0 = d\varphi_0/dr$), можно диффузионное уравнение (5.104) преобразовать к следующему виду:

$$-(r^{-n}\, d/dr)[r^n D d\varphi_0(r)/dr] + \Sigma_a(r)\varphi_0(r) = q_0(r). \qquad (5.105)$$

Диффузия нейтронов в бесконечной однородной среде. Рассмотрим случаи простых симметричных источников в бесконечной среде*. Случай плоского источника разобран выше [(5.57)—(5.60)]. Для точечного изотропного источника, расположенного в начале координат $r=0$ в бесконечной однородной среде, задача имеет сферическую симметрию и (5.105) можно записать в виде

$$-(D/r)\, d^2[r\varphi_0(r)]/dr^2 + \Sigma_a \varphi_0(r) = q_0\, \delta(r)/(4\pi r^2) \qquad (5.106)$$

или ему подобном (при $r>0$)

$$\frac{1}{r}\frac{d^2(r\varphi_0)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varphi_0}{dr} - \frac{\varphi_0}{L^2} = 0, \qquad (5.107)$$

где L дается формулой (5.55). Общее решение уравнения (5.106) есть

$$\varphi_0(r) = (A/r)\exp(-r/L) + (B/r)\exp(r/L). \qquad (5.108)$$

Поскольку плотность потока нейтронов не должна обращаться в бесконечность при $r\to\infty$, то должно выполняться условие $B=0$. Постоянную A можно определить из условия, что в стационарном состоянии все нейтроны, испущенные источником, должны поглощаться в среде:

$$q_0 = \int \Sigma_a \varphi_0(r)\, dV = \Sigma_a \int_0^\infty (A/r)\exp(-r/L)\cdot 4\pi r^2\, dr = 4\pi \Sigma_a A L^2, \qquad (5.109)$$

откуда

$$\varphi_0(r) = (q_0/(4\pi\Sigma_a L^2))\exp(-r/L)/r = (q_0/(4\pi D))\exp(-r/L)/r. \qquad (5.110)$$

Как видно, в диффузионной теории при приближении к источнику ($r\to 0$) решение имеет особенность типа $1/r$. В то же время известно (см. § 8.1), что вблизи источника характерна зависимость типа $1/r^2$, откуда видна неточность диффузионной теории при малых расстояниях от источника. Определим среднее расстояние $\bar{r}$ от источника, на которое переместится нейтрон до момента захвата его ядром среды. Вероятность захвата нейтрона на расстоянии между r и $r+dr$ равна $(1/q_0)\Sigma_a\varphi_0(r)\cdot 4\pi r^2\, dr$. Следовательно, согласно диффузионной теории среднее смещение нейтрона

$$\bar{r} = (1/q_0)\int_0^\infty r\Sigma_a\varphi_0(r)\cdot 4\pi r^2\, dr = (1/L^2)\int_0^\infty r^2 \exp(-r/L)\, dr = 2L. \qquad (5.111)$$

Соответственно можно определить средний квадрат смещения нейтрона от источника до места его поглощения:

$$\bar{r}^2 = (1/q_0)\int_0^\infty r^2\Sigma_a\varphi_0(r)\cdot 4\pi r^2\, dr = (1/L^2)\int_0^\infty r^3 \exp(-r/L)\, dr = 6L^2. \qquad (5.112)$$

Квадрат длины диффузии равен 1/6 среднего квадрата смещения нейтрона от источника, т. е. длина диффузии характеризует с точностью до численного множителя среднее расстояние между точкой появления нейтрона и точкой его поглощения. Его не следует смешивать со средним расстоянием, в действительности пройденным нейтроном; последнее равно средней длине пути до поглощения и вследствие зигзагообразного характера движения во много раз превышает среднее расстояние между точкой появления нейтрона и точкой его поглощения.

Подставив выражение (5.55) в (5.112), получим

$$\bar{r}^2 = 2/(\Sigma_a \Sigma_{tr}). \qquad (5.113)$$

Это соотношение наглядно поясняет физический смысл процесса диффузии нейтронов: чем больше сечение поглощения Σ_a, тем меньше удаление нейтрона от источника. Справедлива такая же зависимость от транспортного сечения, физический смысл которого [$\Sigma_{tr} = \Sigma - \Sigma_s\bar{\mu}_s = \Sigma_a + \Sigma_s(1-\bar{\mu}_s)$] можно представить как полное сечение Σ, поправленное на анизотропию рассеяния. Действительно, при $\bar{\mu}_s = 0$ $\Sigma_{tr} = \Sigma$, т. е. наличие анизотропии рассеяния с преимущественным направлением нейтронов вперед после акта рассеяния ($\bar{\mu}_s > 0$) увеличивает эффективный пробег нейтронов $1/\Sigma_{tr}$. И чем сильнее анизотропия рассеяния, т. е. чем больше эффективный пробег после каждого акта рассеяния, тем больше удаляется нейтрон от источника, пока не поглотится.

Результат решения уравнения диффузии для точечного изотропного источника (5.110) можно записать в общем виде так, чтобы он давал для любой точки $\mathbf{r}$ (в бесконечной однородной среде) плотность потока нейтронов, обусловленную точечным источником в точке $\mathbf{r}_0$:

$$G_0(\mathbf{r};\ \mathbf{r}_0) = (q_0(\mathbf{r}_0)/(4\pi D))\exp(-|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|/L)/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|. \qquad (5.114)$$

Это выражение является диффузионной «функцией влияния» точечного источника (см. § 5.1).

Для объемного распределенного источника нейтронов, характеризуемого плотностью распределения $q_V(\mathbf{r}_0)$, в силу

* Аналогичные задачи для конечной среды рассмотрены в т. 2.

линейности уравнения диффузии [так же как и уравнения переноса, см. (5.21)] плотность суммарного потока в точке $\mathbf{r}$ является суперпозицией вклада отдельных точечных источников, т. е. равна интегралу по объему распределенного источника V:

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \int_V q_V(\mathbf{r}_0)\, G_0(\mathbf{r};\ \mathbf{r}_0)\, dV = \int_V q_V(\mathbf{r}_0)\, \frac{\exp(-|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|/L)}{4\pi D|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\, d\mathbf{r}_0. \quad (5.115)$$

Для поверхностного источника интенсивностью $q_S(\mathbf{r}_S)$, распределенного по поверхности S, формула принимает вид поверхностного интеграла

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \int_S q_S(\mathbf{r}_S)\, G_0(\mathbf{r};\ \mathbf{r}_S)\, dr_S = \int_S q_S(\mathbf{r}_S)\, \frac{\exp(-|\mathbf{r}-\mathbf{r}_S|/L)}{4\pi D|\mathbf{r}-\mathbf{r}_S|}\, d\mathbf{r}_S. \quad (5.116)$$

Проиллюстрируем использование $G_0(r)$ для случая бесконечного плоского изотропного источника $q_S\delta(x)$, т. е. поверхностного изотропного источника, равномерно распределенного по плоскости $x=0$. Выделим кольцо радиусом ρ и шириной $d\rho$, лежащее в плоскости источника (рис. 5.7). Площадь этого кольца равна $2\pi\rho\, d\rho$, так что его можно считать составленным из $2\pi\rho d\rho$ точечных источников. Тогда вклад кольца в плотность потока нейтронов в точке P на расстоянии r от кольца на оси x, проведенной через центр кольца по нормали к плоскости источника, равен $G_0(r)\cdot 2\pi\rho d\rho$. Для получения в точке P значения функции $\varphi_0^{\text{пл}}$, обусловленной всем бесконечным плоским источником, следует проинтегрировать этот вклад по всем значениям от 0 до ∞. В результате, учитывая (5.100), получаем для точки P, расстояние которой до плоскости источника обозначим x,

$$\varphi_0^{\text{пл}}(x) = \int_0^\infty G_0(r)\cdot 2\pi\rho\, d\rho = (q_S/2D)\int_x^\infty (1/r)\exp(-r/L)\rho\, d\rho. \quad (5.117)$$

Как следует из рис. 5.7, справедливо соотношение $r^2=\rho^2+x^2$, откуда следует $\rho d\rho = r dr$. Производя на основании этого замену переменной в (5.117), имеем

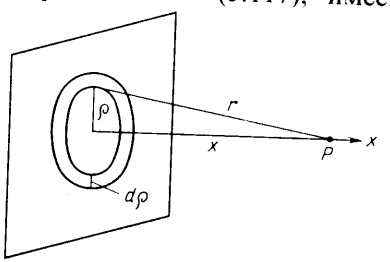


Рис. 5.7. Решение задачи для плоского источника как суперпозиция решения для точечных источников

$$\varphi_0^{\text{пл}}(x) = \int_0^\infty G_0(r)\cdot 2\pi\rho\, d\rho = (q_S/(2D))\int_x^\infty \exp(-r/L)dr =$$
$$= (q_S L/(2D))\exp(-|x|/L), \quad (5.118)$$

что совпадает с полученной ранее формулой (5.60) для плоского источника. Дифференцируя выражение (5.118) по x, получаем полезное соотношение, связывающее распределение от точечного и плоского изотропных источников:

$$G_0(r) = -\frac{1}{2\pi r}\left[\frac{\partial}{\partial x}\varphi_0^{\text{пл}}(x)\right]_{x=r} = \frac{J^{\text{пл}}(x=r)}{2\pi r D}. \quad (5.119)$$

§ 5.3. Теория замедления нейтронов

В предыдущем параграфе рассматривались односкоростные диффузионные задачи, при решении которых предполагалось, что все нейтроны обладают одинаковыми энергиями. Реально при прохождении в веществе нейтроны имеют самые различные энергии. Полный диапазон изменения энергии нейтронов для многих задач может охватывать восемь порядков: от десятков мегаэлектрон-вольт до долей электрон-вольт. При этом энергетической зависимости нейтронных сечений, а следовательно, и нейтронных потоков присущ сложный, часто резонансный характер. Поэтому при рассмотрении энергетической зависимости нейтронных полей в расчетах защиты часто используются различные приближенные представления, например многогрупповые и другие методы, решаются энергетические задачи без учета пространственной зависимости и т. п.

Рассмотрим элементарную теорию замедления, основанную на множестве упрощающих предположений. В частности, будем учитывать только упругие столкновения со свободными, первоначально покоящимися ядрами с изотропным рассеянием в системе центра инерции, пренебрегая неупругим рассеянием быстрых нейтронов и эффектами, обусловленными химическими связями и тепловым движением атомов рассеивателя (т. е. рассматривая нейтроны с энергией $E>1$ эВ).

Уравнение переноса (5.19) для замедляющихся нейтронов в бесконечной среде или по крайней мере достаточно большой среде, когда можно пренебречь утечкой с ее поверхности, представляет собой простое соотношение баланса нейтронов в единичном энергетическом интервале вблизи энергии E: в левой части уравнения записано число нейтронов, покидающих этот интервал вследствие поглощения и рассеяния, а справа приведен прирост числа нейтронов, обусловленный рассеянием и внешними источниками.

Введем понятие *плотность столкновений*

$$\Psi(E) = \Sigma(E)\Phi_0(E); \quad (5.120)$$

она определяется как число столкновений, испытываемых нейтронами в единичном объеме в единицу времени. Используя (5.120), уравнение замедления нейтронов (5.19) можно преобразовать в уравнение для $\Psi(E)$

$$\Psi(E)=\int_{E}^{E/\alpha} dE'(\Sigma_s(E')/\Sigma(E'))g(E'\to E)\Psi(E')+q_0(E). \qquad (5.121)$$

Так как для водорода в соответствии с (2.54) и (2.64) $\alpha=0$ и $g(E'\to E)=1/E'$ при $E\leqslant E'$, то уравнение для плотности столкновений в среде, состоящей из ядер водорода, принимает вид*

$$\Psi^{H}(E)=\int_{E}^{E_{\text{макс}}}(\Sigma_s^{H}(E')/\Sigma^{H}(E'))(\Psi^{H}(E')/E')\,dE'+q_0(E). \qquad (5.122)$$

Важной величиной при рассмотрении процесса замедления нейтронов является *плотность замедления* $q(E)$, определяемая как число нейтронов в единице объема, замедляющихся в единицу времени ниже энергии E. Вероятность того, что нейтрон с начальной энергией $E'>E$ окажется после столкновения в области энергий $E''<E$, определяется соотношением

$$G(E',\ E)=\int_{\alpha E'}^{E} g(E'\to E'')\,dE''=\int_{\alpha E'}^{E} dE''/[(1-\alpha)E']=$$
$$=(E-\alpha E')/[(1-\alpha)E']. \qquad (5.123)$$

Для всех значений $E'<E$ и $E'\geqslant E/\alpha$ вероятность $G(E',\ E)=0$. Согласно определению плотности замедления

$$q(E)=\int_{E}^{E/\alpha}\frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma(E')}\Psi(E')\,G(E',\ E)\,dE'=$$
$$=\int_{E}^{E/\alpha}\frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma(E')}\Psi(E')\frac{E-\alpha E'}{(1-\alpha)E'}dE'. \qquad (5.124)$$

Из этого выражения, дифференцируя его и учитывая (5.121) и равенство $\Sigma(E)=\Sigma_s(E)+\Sigma_a(E)$, можно получить

$$dq/dE=(\Sigma_a(E)/\Sigma(E))\Psi(E)=q_0(E). \qquad (5.125)$$

Замедление на водороде. Поскольку из (5.124) следует, что для водорода плотность замедления

$$q^{H}(E)=E\int_{E}^{E_{\text{макс}}}(\Sigma_s^{H}(E')/\Sigma^{H}(E'))(\Psi^{H}(E')/E')\,dE', \qquad (5.126)$$

* В случае моноэнергетического источника $q_0(E)=q_0\delta(E-E_0)$ верхний предел интегрирования в правой части этого уравнения следует заменить на E_0.

то уравнение (5.121) можно записать в следующем виде:

$$\Psi^{H}(E)=q^{H}(E)/E+q_0(E) \qquad (5.127)$$

или же

$$q^{H}(E)=E[\Psi^{H}(E)-q_0(E)]. \qquad (5.128)$$

Подставив соотношение (5.127) в выражение (5.125), справедливое также и для водородной среды, получим

$$dq^{H}/dE=(\Sigma_a^{H}(E)/\Sigma^{H}(E))(q^{H}(E)/E)-$$
$$-(\Sigma_s^{H}(E)/\Sigma^{H}(E))\,q_0(E). \qquad (5.129)$$

Рассмотрим сначала случай, когда поглощение отсутствует. Тогда из уравнения (5.125) для произвольного замедлителя и уравнения (5.129) для водорода следует $q(E)=\int_{E}^{E_{\text{макс}}} q_0(E')\,dE'$, а в случае моноэнергетического источника $q_0(E)=q_0\delta(E-E_0)$ справедливо $q(E)=q_0$. Таким образом, для любого непоглощающего замедлителя плотность замедления нейтронов при энергии E равна числу нейтронов источника с энергиями выше E, генерируемых в единице объема в единицу времени. Этот факт вполне очевиден с физической точки зрения.

Таким образом, в случае моноэнергетического источника нейтронов в водороде при пренебрежении поглощением на основании формулы (5.127)

$$\Psi^{H}(E)=q_0/E+q_0\delta(E-E_0); \qquad (5.130)$$

$$\Phi_0^{H}(E)=q_0/(\Sigma_s^{H}(E)E)+q_0\delta(E-E_0)/(\Sigma_s^{H}(E)). \qquad (5.131)$$

Следовательно, при всех энергиях, меньших энергии нейтронов источника, $\Phi_0^{H}(E)=q_0/(\Sigma_s E)$. И поскольку сечение рассеяния нейтронов в водороде постоянно в области энергий от 1 эВ до 10 кэВ, а сечение поглощения при этом мало, то поток замедляющихся нейтронов в этой области следует закону $1/E$.

Рассмотрим теперь общий случай замедления в водороде с учетом поглощения. Можно отметить, что исследование случая смеси водорода с тяжелым поглотителем, ядра которого не дают вклада в замедление, приводит к аналогичным результатам. Для моноэнергетического источника при $E<E_0$ на основании соотношения (5.129) можно записать (индекс H для простоты опустим)

$$dq=\frac{\Sigma_a(E)}{\Sigma(E)}\frac{q(E)}{E}dE;\quad \frac{d\ln q}{dE}=\frac{\Sigma_a(E)}{\Sigma(E)}\frac{1}{E};\quad \ln\frac{q(E)}{q(E_0)}=\int_{E}^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma(E')}\frac{dE'}{E'}. \qquad (5.132)$$

В данном случае $q(E_0)=q_0\Sigma_s(E_0)/\Sigma(E_0)$, так что

$$q(E)=\frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma(E_0)}q_0\exp\left[-\int_E^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma(E')}\frac{dE'}{E'}\right]. \qquad (5.133)$$

Величина

$$p(E)=\frac{q(E)}{q_0}=\frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma(E_0)}\exp\left[-\int_E^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma(E')}\frac{dE'}{E'}\right]. \qquad (5.134)$$

называется вероятностью избежать резонансного захвата при замедлении нейтронов. Она представляет собой вероятность того, что нейтрон, испущенный с энергией E_0, не будет поглощен в процессе замедления до энергии E. При этом первый множитель описывает вероятность того, что нейтрон источника не будет поглощен при первом столкновении. Поскольку при $E>1$ эВ для водорода $\Sigma_a \ll \Sigma_s$, то $\Sigma_s/\Sigma \approx 1$.

Если отношение сечения поглощения к сечению рассеяния в смеси водорода с тяжелым поглотителем постоянно и равно c, то на основании (5.133) получаем

$$\Phi_0(E)=\left[q_0 c/(1+c)^2\,\Sigma_a(E)\,E\right](E/E_0)^{c/(c+1)}. \qquad (5.135)$$

Таким образом, энергетический спектр нейтронов пропорционален $E^{-1/(1+c)}$, т. е. с уменьшением энергии возрастает медленнее, чем по закону $1/E$. Если это отношение зависит от энергии и изменяется как $1/\sqrt{E}$, то удается провести интегрирование в формуле (5.133) аналитически, и в результате

$$\Phi_0(E)=1/\Sigma(E)\left\{\left[1+\Sigma_a(E)/\Sigma_s(E)\right]\right\}^2 E. \qquad (5.136)$$

Для произвольного энергетического распределения источников рассмотрение аналогично и плотность замедления нейтронов в смеси водорода с поглотителем имеет вид

$$q(E)=\int_E^{E_{\text{макс}}}\frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma(E')}q_0(E')\exp\left[-\int_E^{E'}\frac{\Sigma_a(E'')}{\Sigma(E'')}\frac{dE''}{E''}\right]dE'. \qquad (5.137)$$

Согласно соотношениям (5.110), (5.127) в этом случае

$$\Phi_0(E)=q(E)/\Sigma(E)\,E+q_0(E)/\Sigma(E). \qquad (5.138)$$

Замедление в тяжелых средах. В отличие от водорода для среды из тяжелых ядер удается получить лишь приближенное решение уравнения замедления. Результаты детальных численных расчетов спектра нейтронов от моноэнергетического источника показывают наличие осцилляций вблизи энергии источника, в области от $(E_0-3\Delta E_{\text{зам}})$ до E_0. Нетрудно показать, что асимптотическое значение плотности столкновений нейтронов (вдали от E_0) в непоглощающей среде равно $\psi(E)=q_0/\xi E$. Это проверяется подстановкой данного соотношения в уравнении (5.121) с учетом того, что в непоглощающей среде $\Sigma_s/\Sigma=1$. Кроме того, учтем, что для любого непоглощающего замедлителя из формулы (5.124) при подстановке соотношения $\Psi(E)=q_0/(\xi E)$ следует, что $q(E)=q_0$ (как и показано выше для водорода). Таким образом, поток нейтронов в непоглощающей среде

$$\Phi_0(E)=\Psi(E)/\Sigma_s(E)=q_0/(\xi\Sigma_s(E)\,E)=q(E)/(\xi\Sigma_s(E)\,E). \qquad (5.139)$$

Эта формула справедлива и в случае полиэнергетического источника для энергий ниже минимальной энергии этого источника.

Решение, подобное (5.139), можно записать и для смеси непоглощающих ядер различных элементов, если сечения* рассеяния компонентов $\Sigma_{s,i}$ постоянны или одинаково зависят от энергии (так что $\Sigma_{s,i}/\Sigma_s$ — постоянно, где i — номер элемента, а $\Sigma_s=\sum_i \Sigma_{s,i}$):

$$\Phi_0(E)=q(E)/(\bar{\xi}\Sigma_s(E)\,E). \qquad (5.140)$$

Здесь $\bar{\xi}$ — средняя логарифмическая потеря энергии для смеси ядер, расчет которой подчиняется закону аддитивности

$$\bar{\xi}\Sigma_s(E)=\sum_i \xi_i\Sigma_{s,i}(E). \qquad (5.141)$$

Формула (5.139) годится и для слабопоглощающих сред, и ее обычно называют *энергетическим распределением* (спектром) *Ферми*.

Для случая сечений захвата, небольших по сравнению с сечением рассеяния и медленно изменяющихся с энергией (малое изменение на интервале замедления $\Delta E_{\text{зам}}$), справедливо *приближение Грейлинга — Герцеля*, согласно которому

$$\left.\begin{aligned}\Phi_0(E)&=q(E)/\left\{\left[\xi\Sigma_s(E)+\gamma\Sigma_a(E)\right]E\right\},\\ p(E)&=q(E)/q_0=\exp\left[-\int_E^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')}{\xi\Sigma_s(E')+\gamma\Sigma_a(E')}\frac{dE'}{E'}\right]\end{aligned}\right\}. \qquad (5.142)$$

Здесь $\gamma=1-\alpha\ln^2(1/\alpha)/(2(1-\alpha)\xi)$ ($\gamma=\xi=1$ — для водорода; $\gamma=0{,}116$ и $\xi=0{,}158$ — для углерода). В том случае, когда сечение захвата изменяется по закону $1/\sqrt{E}$, а сечение рассеяния постоянно, интегрирование можно провести аналитически. При достаточно больших E_0 $p(E)=\left[1+\gamma\Sigma_a(E)/(\xi\Sigma_s)\right]^{-2/\gamma}$.

---

* При расчете макросечений компонентов $\Sigma_{s,i}$ естественно, учитываются их объемные доли в смеси.

С практической точки зрения при анализе задач замедления наиболее важен случай резонансного изменения сечений, когда на интервале упругого замедления сечения заметно изменяются. В этом случае (при не очень сильном поглощении) справедливо *приближение Вигнера*, согласно которому нейтронный поток

$$\Phi_0(E)=q(E)/(\xi\Sigma(E)E), \qquad (5.143)$$

а вероятность избежать резонансного захвата

$$p(E)=q(E)/q_0=\exp\left[-\int_E^{E_0}[\Sigma_a(E')/(\xi\Sigma(E'))]\,dE'/E'\right]. \qquad (5.144)$$

При слабом поглощении (5.143) переходит в формулу Ферми (5.139), и при $\Sigma_a\to 0$ $p\to 1$.

Для случая сильного поглощения среды аналитическое выражение нейтронного спектра получить не удается, поэтому в таких случаях необходимо проводить специальные расчеты по вычислению решения уравнения замедления (5.19).

Влияние резонансного захвата на замедление нейтронов. Как видно из (5.143), плотность замедления $q(E)$ должна быть достаточно плавной функцией энергии (по крайней мере на ширине интервала замедления) как функция интегральной по энергии величины. В то же время из (5.143) следует, что в точке максимума резонанса $\Sigma(E)$ поток нейтронов $\Phi_0(E)$ минимален, и, наоборот, при минимуме $\Sigma(E)$ поток $\Phi_0(E)$ максимален (рис. 5.8). В результате произведение этих величин, т. е. плотность столкновений $\Phi_0\Sigma=\Psi$ на интервале упругого замедления, изменяется довольно слабо (изменение по закону $1/E$ в этих пределах, за исключением самых легких замедлителей, можно считать довольно слабым). Это приводит к эффекту резонансной самоэкранировки усредненных сечений, заключающемуся в уменьшении значений сечений, усредненных с весом $\Phi_0(E)$, по сравнению с сечениями, усредненными без этого веса. Подчеркнем, что резонансные эффекты оказывают сильное влияние на распространение нейтронов в веществе, причем при анализе замедления нейтронов, т. е. при решении чисто энергетической задачи, наибольшее значение имеет резонансный захват нейтронов.

Для системы узких «изолированных» резонансов (шириной ΔE_j — меньшей, чем интервал упругого замедления, т. е. максимальная потеря энергии при упругом рассеянии), предполагая, что в промежутке между резонансами $\Sigma_a=0$, из (5.144) можно получить

$$p(E)=\exp\left[-\sum_j(\Sigma_a^j/\xi\Sigma^j)(\Delta E_j/E_j)\right]. \qquad (5.145)$$

Здесь индексом j обозначены характеристики j-го резонанса. Такую формулу можно записать для случая, когда резонансы

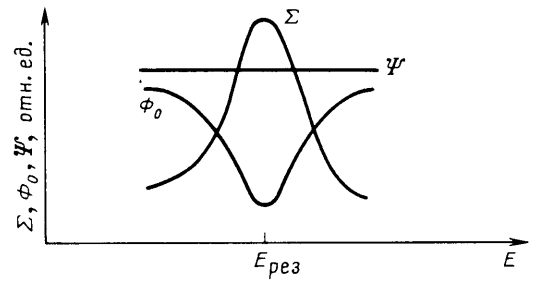


Рис. 5.8. Схема, поясняющая эффект резонансной самоэкранировки сечений

достаточно удалены друг от друга. Дело в том, что узкий резонансный максимум сечения поглощения действует подобно «отрицательному» источнику — он вызывает осцилляции нейтронного потока в интервале от энергии резонанса $E_{рез}$ до $\alpha^3E_{рез}$. Поэтому для справедливости приближения (5.145) необходимо, чтобы расстояние между резонансами превышало интервал упругого замедления.

Одним из наиболее сложных и важных в теории замедления является вопрос о влиянии резонансного захвата на замедление нейтронов в среде, состоящей из смеси различных элементов. Исследуем картину замедления вблизи одного из изолированных резонансов E_j^k какого-либо компонента (с плотностью ядер n_k) этой смеси. Для простоты рассмотрим ситуацию, когда в этой области (шириной несколько ступенек упругого замедления) другие резонансы с заметным значением Γ_γ для всех элементов смеси отсутствуют. Тогда изменение плотности замедления при переходе через этот резонанс

$$\Delta q_j=\exp\left[-(n_k/(\xi\Sigma_s))J^j_{эф}\right], \qquad (5.146)$$

где

$$J^j_{эф}=\int_{E_j-b}^{E_j+b}\sigma_a(E)\frac{\Sigma_{sn}(E)}{\Sigma(E)}\frac{dE}{E}=$$

$$=\int_{E_j-b}^{E_j+b}\sigma_a(E)\frac{1}{1+(\Sigma_{sr}+\Sigma_a)/\Sigma_{sn}}\frac{dE}{E}. \qquad (5.147)$$

Здесь ξ, Σ_{sn}, Σ — средняя логарифмическая потеря энергии, макроскопическое сечение нерезонансного рассеяния и полное сечение для смеси соответственно. При этом $\Sigma=\Sigma_a+\Sigma_s$; $\Sigma_s=\Sigma_{sr}+\Sigma_{sn}$, где Σ_{sr} — сечение резонансного рассеяния, а b — некоторый параметр, выбираемый из условия $b\gg\Gamma_j$.

Величину $J^j_{эф}$ называют *эффективным резонансным интегралом* на резонансе при энергии $E=E_j$.

Летаргия. Часто для описания процесса замедления используется логарифмическая, безразмерная шкала энергии, поскольк-

ку средняя логарифмическая потеря энергии при одном столкновении постоянна (см. § 2.3). В качестве переменной при этом используется величина, называемая *летаргией* и определяемая как

$$u=\ln(E_0/E). \tag{5.148}$$

Здесь E_0 — произвольная энергия, выбираемая за начальную точку отсчета (в случае моноэнергетического источника — энергия источника; в случае источника спектра деления — обычно средняя энергия этого спектра, равная 2 МэВ; иногда принимают $E_0=10$ МэВ). Для нейтронов с энергией E_0 летаргия, очевидно, равна нулю, а по мере замедления нейтронов она непрерывно возрастает.

Согласно (5.148) $E=E_0\exp(-u)$, так что кривая зависимости E от u (рис. 5.9) имеет экспоненциальный характер. Поскольку (см. § 2.3) ξ есть средняя логарифмическая потеря энергии при одном столкновении, то по шкале летаргии нейтроны при каждом столкновении в среднем перемещаются на расстояние $\Delta u=\xi$. Проведем на рис. 5.9 ряд вертикальных прямых, расположенных на равных расстояниях ξ друг от друга. Тогда полученные ординаты кривой $E(u)$ будут представлять средние значения энергии нейтрона при последовательных столкновениях. Видно, что нейтрон теряет в среднем значительно больше энергии в первых актах рассеяния, чем в последующих.

Многие из выражений, полученных выше, при использовании понятия летаргии приобретают более простой вид. При этом следует учесть соответствие плотности потока нейтронов в единичных интервалах энергии и летаргии:

$$\Phi_0(E)\,dE=\Phi_0(u)\,du,$$

т. е. $\Phi_0(u)=\Phi_0(E)\,|dE/du|=E\Phi_0(E)$. Аналогично $\Psi(u)=\Psi(E)\times|dE/du|=E\Psi(E)$. Но в то же время $q(E)=q(u)$, поскольку плотность замедления характеризует не какой-либо энергетический интервал, а число нейтронов, пересекающих при замедлении данное значение энергии (летаргии).

Выраженные через летаргию формулы Вигнера (5.143), (5.144) имеют вид

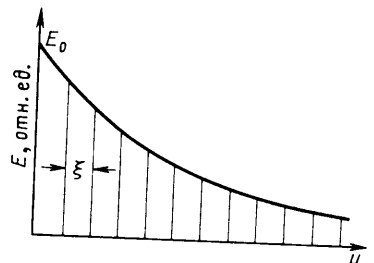


Рис. 5.9. Связь между энергией нейтрона и летаргией

$$\Phi_0(u)=q(u)/[\xi\Sigma(u)];\quad q(u)=$$
$$=q_0\exp\left[-\int_0^u\Sigma_a(u')\,du'/(\xi\Sigma(u'))\right]. \tag{5.149}$$

Основное уравнение замедления (5.19) записывается через летаргию так:

$$\Sigma(u)\Phi_0(u)=\int_{u-\Delta u_r}^{u}du'\,\Sigma_s(u')\,g(u-u')\,\Phi_0(u')+q_0(u), \tag{5.150}$$

где $g(u)=[(A+1)^2/(4A)]\exp(-u)=\exp(-u)/(1-\alpha)$; $\Delta u_r=2\times\ln[(A+1)]/(A-1)]=\ln(1/\alpha)$ — максимальное изменение летаргии при упругом рассеянии*. Интегральное уравнение (5.150) может быть приведено к системе интегродифференциальных уравнений для плотности замедления $q(u)$:

$$dq/du+\Sigma_a\Phi_0(u)=q_0(u); \tag{5.151}$$

$$q(u)=\int_{u-\Delta u_r}^{u}du'\,\Sigma_s(u')\,G(u',u)\,\Phi_0(u'), \tag{5.152}$$

где $G(u',u)=\int_{u}^{u'+\Delta u_r}g(u''-u')\,du''$. При выводе этой системы уравнений использовано тождественное преобразование

$$dq/du=\Sigma_s\Phi(u)-\int_{u-\Delta u_r}^{u}du'\,\Sigma_s(u')\,g(u-u')\,\Phi_0(u'). \tag{5.153}$$

Приближения Ферми и Грейлинга — Герцеля получаются при подстановке в систему (5.151) разложения функции $\Sigma_s\Phi_0(u')$ — плотности рассеяния — в ряд Тейлора по летаргии (в предположении, что эта функция медленно изменяется с летаргией):

$$\Sigma_s\Phi_0(u')=\Sigma_s\Phi_0(u)+(d\Sigma_s\Phi_0/du)(u'-u)+$$
$$+(d^2\Sigma_s\Phi_0/(2du^2))(u'-u)^2+\ldots \tag{5.154}$$

Первое из названных приближений получается при сохранении первых двух членов разложения (5.154), причем первое из них более справедливо для тяжелых замедлителей, второе получается при сохранении трех членов разложения и справедливо для произвольного замедлителя.

В случае сильного резонансного поглощения, когда несправедливы как эти приближения, так и приближение Вигнера,

---

* Нетрудно показать, что $\overline{\Delta u}=\int_0^{\Delta u_r}ug(u)\,du\equiv\xi=1+\alpha\ln\alpha/(1-\alpha)$ — средняя логарифмическая потеря энергии, как и утверждалось выше.

проводится численное решение системы (5.151). Проинтегрируем первое из уравнений этой системы в пределах j-го резонанса, предполагая отсутствие источников нейтронов в этой области:

$$\Delta q_j = q(u_j - \varepsilon) - q(u_j + \varepsilon) = \int_{u_j - \varepsilon}^{u_j + \varepsilon} \Sigma_a(u)\,\Phi_0(u)\,du, \qquad (5.155)$$

где ε — величина, аналогичная b в формуле (5.147). Это соотношение является уравнением баланса нейтронов в окрестности резонанса, которое устанавливает связь между захватом нейтронов и изменением плотности замедления нейтронов. Его эквивалентность формуле (5.146) может быть использована для определения резонансного интеграла при вычислении решения системы (5.151), (5.152):

$$J^j_{\text{эф}} = -(\xi\Sigma_s/n_k)\ln(\Delta q_j). \qquad (5.156)$$

Значения резонансного интеграла $J^j_{\text{рез}} = \int \sigma_a(u)\,du$ могут быть использованы при расчете среднегрупповых сечений поглощения нейтронов в области промежуточных энергий $\bar{\sigma}_a = \int_{\Delta u} \sigma_a(u)\,du \Big/ \int_{\Delta u} du = \sum_j J^j_{\text{рез}}/\Delta u$, где суммируются резонансы, попавшие в рассматриваемую группу.

§ 5.4. Возрастная теория

Исследуем пространственное распределение нейтронов в процессе их замедления с помощью модели непрерывного замедления.

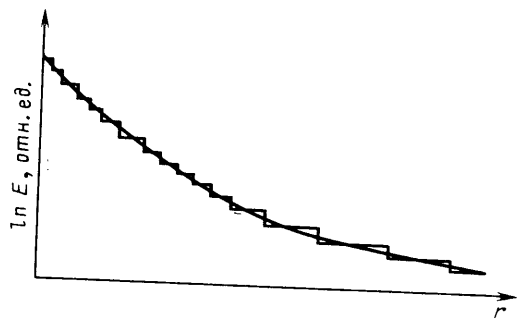


Рис. 5.10. Изменение энергии нейтрона при замедлении в среде из тяжелых ядер

В процессе прохождения нейтрона в веществе его энергия изменяется скачкообразно при каждом столкновении. Поэтому график функции пространственного изменения логарифма энергии (т. е. летаргии) для каждого нейтрона в среднем имеет вид ступенчатой кривой (рис. 5.10) со ступеньками примерно одинаковой высоты ξ. Когда эти ступеньки достаточно малы, т. е. для ядер с большой и средней атомной массой, справедлива модель непрерывного замедления. В этой модели предполагается непрерывное изменение энергии с расстоянием — плавная кривая на рис. 5.10.

Таким образом, непрерывный ряд дискретных энергетических потерь в отдельных столкновениях теория возраста представляет как процесс непрерывной потери энергии.

При дальнейшем изложении будем исходить из соотношения баланса нейтронов в единице объема, являющегося комбинацией выражений этого баланса (5.151) в теории замедления и (5.101) в диффузионной теории:

$$\partial q(\mathbf{r}, u)/du + \Sigma_a\varphi_0(\mathbf{r}, u) + \nabla\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}, u) = q_0(\mathbf{r}, u). \qquad (5.157)$$

Аналогично (5.152) плотность замедления $q(\mathbf{r}, u)$ и плотность потока нейтронов $\varphi_0(\mathbf{r}, u)$ связаны соотношением

$$q(\mathbf{r}, u) = \int_{u-\Delta u_r}^{u} \Sigma_s(u')\,\varphi_0(\mathbf{r}, u')\,\frac{[\exp(-(u-u'))-\alpha]}{1-\alpha}\,du'. \qquad (5.158)$$

Предположим, что справедлив закон Фика (5.103), выражающий соотношение между градиентом потока и плотностью тока. Подставляя (5.103) в уравнение (5.157), получаем уравнение диффузионного типа с энергетической зависимостью для функций q и φ_0:

$$\partial q(\mathbf{r}, u)/\partial u + \Sigma_a\varphi_0(\mathbf{r}, u) - \nabla D(u)\nabla\varphi_0(\mathbf{r}, u) = q_0(\mathbf{r}, u). \qquad (5.159)$$

Для среды, состоящей из ядер с большим и средним атомным номером, из-за малости Δu_r можно аппроксимировать величину $\Sigma_s(u)\varphi_0(\mathbf{r}, u)$ ее значением в точке $u' = u$, т. е. учитывать лишь первое слагаемое в разложении (5.154), и вынести его за знак интеграла:

$$q(\mathbf{r}, u) = \Sigma_s(u)\,\varphi_0(\mathbf{r}, u)\int_{u-\Delta u_r}^{u} \frac{\exp[-(u-u')]-\alpha}{1-\alpha}\,du' = \xi\Sigma_s\varphi_0(\mathbf{r}, u). \qquad (5.160)$$

Таким образом, взаимосвязь между плотностью потока нейтронов и плотностью замедления в какой-либо точке среды такая же, как и для усредненных значений в бесконечной среде, т. е. эквивалентна приближению Ферми (5.139).

Подставляя выражение (5.160) в уравнение (5.159), получаем основное уравнение замедления в диффузионно-возрастном приближении:

$$-\nabla D\nabla\varphi_0(\mathbf{r}, u) + \Sigma_a\varphi_0(\mathbf{r}, u) = -\partial\xi\Sigma_s\varphi_0(\mathbf{r}, u)/du + q_0(\mathbf{r}, u). \qquad (5.161)$$

Это уравнение значительно упрощается при представлении [согласно (5.160)] $\varphi_0(\mathbf{r}, u)$ через плотность замедления $q(\mathbf{r}, u)$. Тогда для однородной среды можно записать

$$\frac{\partial q}{\partial u}=\frac{D(u)}{\xi\Sigma_s(u)}\nabla^2 q(\mathbf{r}, u)-$$

$$-\frac{\Sigma_a(u)}{\xi\Sigma_s(u)}q(\mathbf{r}, u)+\frac{q_0(\mathbf{r}, u)}{\xi\Sigma_s(u)}. \qquad (5.162)$$

Введя новую переменную — *возраст*, определяемую соотношением

$$\tau(u)=\int_0^u D(u')\,du'/\left[\xi\Sigma_s(u')\right]\equiv$$

$$\equiv\tau(E)=\int_E^{E_0} D(E')\,dE'/(\xi\Sigma_s(E')E'), \qquad (5.163)$$

можно из (5.162) получить уравнение возраста для плотности замедления $q(\tau)\equiv q(u)$ (уравнение Ферми):

$$\partial q/\partial\tau=\nabla^2 q(\mathbf{r}, \tau)-(\Sigma_a/D)\,q(\mathbf{r}, \tau)+q_0(\mathbf{r}, \tau). \qquad (5.164)$$

При этом выводе использовалось равенство $q_0(\tau)\,d\tau=q_0(u)\,du$ [напомним, что $d\tau/du=D(u)/(\xi\Sigma_s(u))$], которое выражает сохранение числа нейтронов источника в элементе фазового объема при переходе к другим переменным. (Аналогично $q_0(\tau)\,d\tau=q_0(E)\,dE$; $d\tau/dE=-D(E)/(\xi\Sigma_s(E)E)$. В уравнении (5.164) $q(\tau)$ представляет собой число нейтронов, которые в единицу времени пересекают при замедлении значение энергии, соответствующее возрасту τ.

Имеется явная (формальная) аналогия между уравнением (5.164) (особенно для непоглощающей среды, т. е. без второго слагаемого в правой части) и классическим уравнением теплопроводности, зависящим от времени, где q — температура, а τ — время. Это сходство и явилось причиной возникновения термина «возраст» для τ, хотя он имеет размерность квадрата длины. Возраст (5.163) увеличивается в процессе замедления. И более того, в нестационарной теории переноса показано, что имеется прямая связь между возрастом (5.163) и временем замедления.

Аналогично односкоростной диффузионной теории можно ввести понятие длины диффузии нейтронов с энергией, соответствующей возрасту τ:

$$L(\tau)=\left[D(\tau)/\Sigma_a(\tau)\right]^{1/2}. \qquad (5.165)$$

Тогда уравнение возраста будет иметь вид

$$\partial q(\mathbf{r}, \tau)/\partial\tau-\nabla^2 q(\mathbf{r}, \tau)+q(\mathbf{r}, \tau)/L^2(\tau)=q_0(\mathbf{r}, \tau). \qquad (5.166)$$

Первый член в этом уравнении характеризует изменение плотности нейтронов при замедлении, второй — изменение $q(\mathbf{r}, \tau)$ в результате утечки нейтронов из данного объема, третий — изменение $q(\mathbf{r}, \tau)$ вследствие поглощения нейтронов.

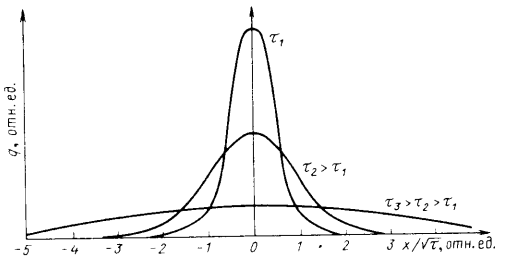


Рис. 5.11. Плотность замедления нейтронов вблизи плоского источника согласно возрастной теории

Если в случае слабого поглощения нейтронов представить функцию $q(\mathbf{r}, \tau)$ в виде

$$q(\mathbf{r}, \tau)=\tilde{q}(\mathbf{r}, \tau)p(\tau), \qquad (5.167)$$

где $p(\tau)=p(u)=\exp\left(-\int_0^u\Sigma_a(u')\,du'/\xi\Sigma_s(u')\right)=\exp\left(-\int_0^\tau d\tau/\left[L^2(\tau)\right]\right)$ — вероятность того, что нейтрон избежит поглощения при замедлении в бесконечной среде [см. (5.144) при слабом поглощении, т. е. при $\Sigma\approx\Sigma_s$], то уравнение для q будет подобно уравнению (5.166), но без слагаемого, соответствующего поглощению. Таким образом, поглощение [не очень сильное — в пределах применимости диффузионной теории, см (5.159)] можно учесть с помощью понятия вероятности избежать резонансного захвата. Далее для простоты при изложении возрастной теории будем поэтому рассматривать лишь непоглощающую среду, а в решение уравнения возраста вводить соответствующую поправку.

Рассмотрим возрастное уравнение (5.164) для плоского изотропного моноэнергетического источника в бесконечной однородной среде:

$$\partial q/\partial\tau=\partial^2 q/\partial x^2+q_0\delta(x)\,\delta(\tau). \qquad (5.168)$$

Решение этого уравнения, полученное методом преобразования Фурье с учетом ограниченности решения на бесконечности, имеет вид распределения Гаусса (рис. 5.11), которое расплывается с увеличением возраста τ:

$$q(x, \tau)=q_0 p(4\pi\tau)^{-1/2}\exp\left(-x^2/(4\tau)\right). \qquad (5.169)$$

Такой характер решения можно было предвидеть, так как пространственное распределение нейтронов является суперпозицией большого числа случайных событий, а именно отдельных столкновений, и оно должно приблизительно соответствовать распределению Гаусса согласно статистическим законам больших чисел. Соответственно (5.169) плотность потока нейтронов в этом случае

$$\varphi_0(x,\tau)=q(x,\tau)/(\xi\Sigma_s[u(\tau)])=$$
$$=q_0p(\tau)\exp(-x^2/4\tau)/[\xi\Sigma_s(\tau)(4\pi\tau)^{1/2}]. \qquad (5.170)$$

Физический смысл рис. 5.11 очевиден. Нейтроны «малого возраста» потеряли небольшую часть своей энергии и в соответствии с этим не успели продиффундировать далеко от источника. Пространственное распределение таких нейтронов описывается высокой и узкой кривой. Большой возраст τ соответствует случаю сильно замедленных нейтронов, успевших продиффундировать на заметное расстояние от источника. В соответствии с этим кривая распределения таких нейтронов оказывается низкой и широкой.

Поскольку согласно (5.163) τ плавно увеличивается с ростом u, функция $q(x,\tau)$ имеет две особенности: а) для любой летаргии (любого возраста) плотность замедления имеет максимум в координате источника $x=0$; б) вероятность резонансного поглощения $p(u)$ всегда снижает $q(x,u)$ для данной u (или τ).

Рассмотрим $q(x,u)$ как функцию летаргии. В некоторой точке пространства $x>0$ плотность замедления нейтронов имеет характер кривой, показанной на рис. 5.12. Плотность замедления, а значит, и плотность потока нейтронов для высокой энергии (u близка к нулю) невелики вследствие того, что большинство нейтронов, доходящих до координаты, успевают испытать некоторое количество соударений, поэтому их кинетическая энергия уменьшается (и, следовательно, летаргия заметно отличается от нуля). Плотность замедления для нейтронов низкой энергии в точке с координатой x также невелика из-за: а) влияния резонансного поглощения, в результате действия которого все меньше нейтронов доходит до области более низкой энергии; б) удаления нейтронов с малой энергией в процессе диффузии от источника и распределения их вследствие этого в значительном объеме.

Для точечного изотропного моноэнергетического источника $q_0(\mathbf{r},\tau)=q_0\delta(r)\delta(\tau)/4\pi r^2$ решение уравнения возраста описывается формулой

$$q(r,\tau)=q_0p(4\pi\tau)^{-3/2}\exp[-r^2/(4\tau)]. \qquad (5.171)$$

Если же источник $q_0(\tau)$ немоноэнергетический, то

$$q(r,\tau)=\int q_0(\tau_0)\exp[-r^2/(4(\tau-\tau_0))]\,d\tau_0/[4\pi(\tau-\tau_0)]^{3/2}. \qquad (5.172)$$

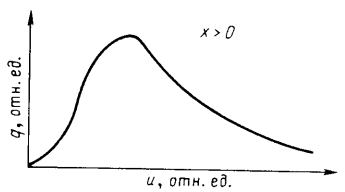


Рис. 5.12. Зависимость плотности замедления нейтронов для данной точки в пространстве от летаргии

Решения для объемного источника могут быть получены суперпозицией решений для точечного источника.

Решения уравнения возраста, приведенные выше, позволяют уточнить физический смысл возраста. Используя функцию распределения (5.171), аналогично (5.112) в теории диффузии определяем средний квадрат удаления нейтронов от источника в процессе замедления:

$$\overline{r^2(\tau)}=\int_0^\infty r^2[r^2q(r,\tau)]\,dr/\int_0^\infty r^2q(r,\tau)\,dr=6\tau. \qquad (5.173)$$

Аналогично

$$\overline{x^2(\tau)}=2\tau. \qquad (5.174)$$

Таким образом, возраст нейтронов характеризует средний квадрат расстояния между местом рождения нейтрона (отвечающим нулевому возрасту) и местом, где нейтрон достигает данной энергии, отвечающей возрасту $\tau(E)$ (второй пространственный момент функции распределения замедляющихся нейтронов, см. § 6.1). Величину $\sqrt{\tau}$ для тепловых нейтронов $\sqrt{\tau_т}$ часто называют длиной замедления и обозначают L_s.

Сравнение (5.173) и (5.112) в теории диффузии показывает, что по отношению к распределению нейтронов τ играет для замедляющихся нейтронов ту же роль, что и L^2 для тепловых нейтронов. Сходство между τ и L^2 становится еще более очевидным, если сравнить (5.163) и (5.55). Для случая, когда Σ_s не зависит от энергии (при $\Sigma_a \ll\Sigma_s$), из (5.163) следует

$$\tau=Du/(\xi\Sigma_s). \qquad (5.175)$$

В этом выражении $\xi\Sigma_s/u$ играет роль сечения поглощения в теории диффузии. Оно равно значению $\Sigma_s\approx\Sigma$, деленному на среднее число столкновений u/ξ, в результате которых нейтроны покидают рассматриваемый интервал летаргии. Величина, соответствующая u/ξ для тепловых нейтронов, при $\Sigma_a\ll\Sigma_s$ равна Σ_s/Σ_a; она дает среднее число столкновений, которое должен испытать тепловой нейтрон, прежде чем он поглотится средой.

Среды, состоящие (табл. 5.1) из более тяжелых ядер (малое ξ), имеют больший возраст (и длину замедления). При этом чем сильнее степень поглощения в среде, тем меньше длина замедления (хотя в то же время заметно возрастает погрешность возрастной теории). Для сравнения в табл. 5.1 приведены значения длины диффузии тепловых нейтронов L.

Для среды, состоящей из смеси различных ядер, возраст определяется по формуле, подобной выражению (5.163), с заменой величины ξ на $\bar{\xi}$, вычисляемую по (5.141), и расчетом Σ_{tr} для смеси при определении D по закону аддитивности сечений.

Задачи возрастной теории по определению плотности замедления $q(\mathbf{r}, \tau)$ для однородных ограниченных областей и задачи для двух сред значительно труднее, чем для однородной бесконечной среды, из-за сложных граничных условий. Дело в том, что возраст нейтронов не является однозначной характеристикой их энергии. Нейтроны одной и той же энергии имеют различный возраст в разных средах. Тем не менее, несмотря на сложности, ряд таких задач удалось решить аналитически.

Условия применимости возрастной теории. 1. Ограничение на поглощающие свойства среды — из-за использования предположения теории диффузии о малом пространственном градиенте нейтронного поля, а также из-за использования приближенного способа учета поглощения в среде (5.167), справедливого лишь при $\Sigma_a(u) \ll \xi\Sigma_s(u)$.

2. Из анализа требования малости пространственного градиента плотности потока нейтронов (5.53), используя прямую пропорциональность (5.160) $q \sim \varphi_0$, можно получить [в случае плоского источника, т. е. учитывая формулу (5.169)] соотношение

$$(D/q)(\partial q/\partial x) = -Dx/(2\tau) \ll 1. \qquad (5.176)$$

Отсюда следует, что возрастное приближение справедливо лишь на относительно небольшом расстоянии от источника:

$$x \ll 2\tau/D = 6\tau\Sigma_{tr}. \qquad (5.177)$$

Кроме того, оно может быть использовано лишь при достаточном удалении от границы среды (на расстоянии порядка нескольких длин $1/\Sigma_s$), поскольку в противном случае угловое распределение нейтронов сильно анизотропно и условие (5.53) не выполняется. Условие (5.177) становится более очевидным, если рассмотреть среду, в которой $\Sigma_s(u)$ слабо зависит от u. Для такой среды согласно определению возраста (5.163) можно записать

$$\tau = u/(3\xi\Sigma_{tr}\Sigma_s) = n/(3\Sigma_{tr}\Sigma_s), \qquad (5.178)$$

Таблица 5.1. **Возраст тепловых нейтронов для источников деления и длина диффузии тепловых нейтронов**

Материал	ρ, г/см^3	τ_t, см^2	L_s, см	L, см
Вода	1,00	27,7	5,25	2,85
Графит	1,60	364	19,0	54,5
Натрий	0,97	9400	97,0	16,8
Железо	7,84	1570	39,6	1,32
Свинец	11,35	7100	84,2	13,5
Песок (SiO_2)	1,60	2300	48,0	30,3
Карбид бора	1,80	174	13,2	0,02

где n — число соударений, необходимых для замедления до летаргии u. Условие (5.177) сводится теперь к $x \ll 2n/\Sigma_s$. Такое ограничение возрастной теории объясняется тем, что на большом расстоянии от источника в плотность потока нейтронов вносит большой вклад составляющая с сильной анизотропией за счет нейтронов, испытавших малое число столкновений, в результате которых их энергия и направление движения изменились незначительно.

3. При выводе соотношения (5.160) в возрастной теории предполагалось, что разложение (5.154) быстро сходится, т. е. второе слагаемое в нем значительно меньше первого. Это предположение сводится к условию, что сечение Σ_s мало изменяется на интервале упругого замедления Δu_r (или $\Delta E_{\text{зам}}$).

4. В возрастной теории считается [см. вывод формулы (5.160)], что плотность замедления q мало изменяется на интервале летаргии (энергии), равной средней логарифмической потере энергии при упругом рассеянии, т. е. $(\xi/q)\partial q/\partial u \ll 1$. Подставив в это соотношение (5.169) и переходя от дифференцирования по летаргии к дифференцированию по возрасту, получим

$$(D/\Sigma_s \cdot q)\partial q/\partial\tau = (D/\Sigma_s)(x^2/(4\tau^2) - 1/(2\tau)) \ll 1.$$

Отсюда, учитывая (5.176), можно получить условие

$$\tau \gg D/(2\Sigma_s) = 1/(6\Sigma_s\Sigma_{tr}). \qquad (5.179)$$

Таким образом, возрастная теория неприменима вблизи энергии источника, и в интервале от энергии источника до интересующей нас энергии среднее число столкновений должно быть много больше единицы*[1].

Последнее условие подразумевает требование $u \gg \xi$. Таким образом, число столкновений в процессе замедления должно быть велико, т. е. замедляющая среда должна быть тяжелой (неупругое рассеяние нейтронов не учитывается). Это означает, что возрастная теория является плохим приближением для среды, содержащей большую долю водорода ($\xi = 1$). Такой вывод вытекает также из условия 3. Однако и в этих условиях для всех расстояний, допускаемых условием (5.177), погрешность теории возраста не превышает 30%. Таким образом, основным ограничением возрастной теории при расчетах защиты является небольшое расстояние от источника (вплоть до ослабления в 10—100 раз)*[2].

При практической оценке пространственных пределов при-

*[1] Действительно, условие (5.179) для случая слабого изменения сечения с энергией при учете формулы (5.178) сводится к соотношению $n \gg 1/2$.

*[2] Тем не менее, как будет показано ниже, возрастная теория находит применение и в случае гораздо большего расстояния при расчете фактора накопления замедляющихся нейтронов.

менимости возрастной теории в каждом конкретном случае расчета защиты по формуле (5.177) следует исходить из минимального значения произведения $\tau\Sigma_{tr}$ во всей рассматриваемой области энергии, т. е. для некоторой энергии E^*, соответствующей минимуму сечения $\Sigma_s^{\text{мин}}$. Дело в том, что на большом расстоянии от источника при $E \leqslant E^*$ величина $q(x, \tau)$ убывает скорее не по гауссову закону $\exp(-r^2/(4\tau))$, а по экспоненциальному:

$$q(r) = q\delta \exp(-\Sigma_s^{\text{мин}} r)/(4\pi r^2), \qquad (5.180)$$

где $q\delta$ — мощность фиктивного источника, соответствующая плотности замедления нейтронов возраста $\tau^*(E)$ вблизи источника [определяемой, например, по (5.171)]. И если q, вычисленная по (5.171), меньше результата расчета по (5.180), то более справедлива эта последняя формула, а возрастная теория в такой ситуации неприменима.

Уточнения возрастной теории. Для уточнения возрастной теории Ферми при резонансных изменениях сечений используют приближение Вигнера, состоящее в переходе от (5.160) к соотношению, получаемому на основе формулы (5.143):

$$q(\mathbf{r}, u) = \xi\Sigma(u)\varphi_0(\mathbf{r}, u) \qquad (5.181)$$

и аналогичной замене Σ_s полным сечением Σ в последующих выражениях [(5.163), (5.167) и т. п.]. При этом при вычислении вероятности избежать поглощения в процессе замедления в среде со слабо изменяющимся с энергией сечением поглощения более точным оказывается приближение Грейлинга — Герцеля (5.142).

Некоторого уточнения возрастной теории можно добиться, если учесть пространственное распределение нейтронов, не испытавших ни одного столкновения. Как уже упоминалось выше, теория возраста описывает энергетический спектр нейтронов вблизи энергии источника довольно неточно, в том числе она плохо описывает и распределение нейтронов энергии источника. Рассмотрим точечный изотропный моноэнергетический источник нейтронов с энергией E_0 (в области промежуточных энергий). Пусть $\Sigma_s(E_0)$ — сечение рассеяния нейтронов с энергией, равной энергии источника. Тогда вероятность того, что такие нейтроны испытывают первое столкновение в слое dr на расстоянии r от источника, дается выражением

$$W(r)\,dr = \Sigma_s(E_0)\{\exp[-\Sigma(E_0)r]/(4\pi r^2)\}\cdot 4\pi r^2 dr. \qquad (5.182)$$

Далее при описании плотности замедления с помощью уравнения возраста в качестве плотности источников возьмем функцию $q_0(\mathbf{r}) = q_0 W(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)$ вместо точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{r}_0$. Учитывая выражение (5.171), получаем для плотности замедления в бесконечной среде с точечным

источником в начале координат

$$q(r, \tau) = \frac{q_0 p\Sigma_s(E_0)}{(4\pi\tau)^{3/2}} \int \frac{\exp[-\Sigma(E_0)r']}{4\pi r'^2} \exp\left[-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{4\tau}\right] d\mathbf{r}' \qquad (5.183)$$

или

$$q(r, \tau) = \frac{q_0 p\Sigma_s(E_0)}{8\pi r\sqrt{\tau}} \exp\left(-\frac{r^2}{4\tau}\right) \int_{\beta_-(\tau)}^{\beta_+(\tau)} t^2[1-\operatorname{erf}(t)]\,dt, \qquad (5.184)$$

где $\beta_\pm(\tau) = \Sigma_s(E_0)\sqrt{\tau} \pm \frac{r}{2\sqrt{\tau}}$; $\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-y^2)\,dy$. Другим способом уточнения возрастного приближения для сред с поглощением является использование вместо рассчитанного по (5.163) возраста $\tau(E_0, E)$ одной шестой части измеренного (или рассчитанного более точно методом моментов) значения $\overline{r^2}$ для точечного изотропного источника. Решения для более общих типов источника могут быть получены суперпозицией уточненных решений для точечного источника. Если, в частности, вычислить соответственно распределению (5.184) средний квадрат удаления от источника нейтронов с летаргией u и определить соответствующий «эффективный» возраст $\tilde{\tau}$, то

$$\tilde{\tau}(u) = \tau(u) + (1/3)\Sigma_s^2(E_0), \qquad (5.185)$$

где $\tau(u)$ определяют по (5.163).

Сравнение расчетов по теории возраста с результатами более точных расчетов (в том числе по методу Бете) показывает значительную погрешность теории возраста при большом расстоянии от источника, где точное решение имеет экспоненциальный характер. Степень погрешности больше для материалов с малой атомной массой, особенно для водородсодержащих сред.

Для защиты, состоящей из смеси водородсодержащих материалов с тяжелыми ядрами, применяют приближение Герцеля — Селенгута. При этом плотность замедления представляют суммой двух слагаемых:

$$q(x, u) = q^{\text{H}}(x, u) + \sum_A q^A(x, u), \qquad (5.186)$$

где q^{H} — плотность замедления на ядрах водорода, а q^A — на других ядрах с $A > 1$. При расчете суммарной плотности замедления $q(x, \tau)$ используется диффузионно-возрастное уравнение (5.161):

$$-D(u)\frac{\partial^2\varphi_0(x,u)}{\partial x^2}+[\Sigma(u)-\Sigma_s(u)]\varphi_0(x,u)+$$

$$+\frac{\partial q(x,u)}{\partial u}=q_0(x,u). \qquad (5.187)$$

Для определения величины $q^A(x,u)$ используется соотношение, аналогичное (5.160): $q^A(x,u)=\xi^A\Sigma_{el}^A(u)\varphi_0(x,u)$.

Таким образом, составляющая плотности замедления на всех ядрах, кроме ядер водорода, подчиняется возрастной модели Ферми. Однако, поскольку энергия нейтрона после рассеяния на ядре водорода может иметь любое значение (меньше первоначального), рассеяние на ядрах водорода рассматривается отдельно с учетом этого эффекта, а именно в диффузионном приближении. При этом для $q^{\text{H}}(x,u)$ согласно (5.158) используется выражение

$$q^{\text{H}}(x,u)=\int_0^u\Sigma_s^{\text{H}}(u')\varphi_0(x,u')\exp[-(u-u')]\,du'.$$

Распределение тепловых нейтронов при использовании результатов теории возраста. В качестве простого предельного случая рассмотрим бесконечную среду, в которой имеются равномерно распределенные источники замедляющихся нейтронов. При таком распределении источников плотность замедления нейтронов не зависит от пространственных координат. Плотность потока тепловых нейтронов $\varphi_0^{\text{т}}$ в этом случае также не зависит от координат и связана с плотностью замедления q соотношением (в соответствии с определением)

$$\varphi_0^{\text{т}}=q(\tau_{\text{т}})/\Sigma_a^{\text{т}}. \qquad (5.188)$$

Отсюда, учитывая, что плотность потока надтепловых нейтронов согласно (5.160) $\varphi_0^{\text{надт}}(u)\approx q(\tau_{\text{т}})/(\xi\Sigma_s)$, можно получить соотношение $\varphi_0^{\text{т}}/\varphi_0^{\text{надт}}(u)\approx\xi\Sigma_s/\Sigma_a^{\text{т}}$. Таким образом, при заданной плотности потока надтепловых нейтронов поток тепловых нейтронов тем больше, чем выше замедляющая способность вещества.

Используем теперь (5.174) для плотности замедления нейтронов от точечного источника в бесконечной среде при $\tau=\tau_{\text{т}}$ и диффузионную функцию Грина (5.114) для тепловых нейтронов. Тогда согласно формуле (5.115) можно получить следующее выражение для плотности потока тепловых нейтронов в бесконечной среде от точечного источника замедляющихся нейтронов:

$$\varphi_0^{\text{т}}(r)=(q_0/(8\pi Dr))\exp(\tau_{\text{т}}/L^2)\times$$
$$\times\{\exp(-r/L)[1+\operatorname{erf}(r/(2\sqrt{\tau_{\text{т}}})-\sqrt{\tau_{\text{т}}}/L)]-$$

$$-\exp(r/L)[1-\operatorname{erf}(r/(2\sqrt{\tau_{\text{т}}})+\sqrt{\tau_{\text{т}}}/L)]\}, \qquad (5.189)$$

где D и L — коэффициент диффузии и длина диффузии тепловых нейтронов. На большом расстоянии от источника эта формула сводится к следующему виду:

$$\varphi_0^{\text{т}}\approx(q_0/(4\pi D))\exp(\tau_{\text{т}}/L^2)\exp(-r/L)/r. \qquad (5.190)$$

При сравнении этой формулы с выражением для плотности потока замедляющихся нейтронов (5.169) видно, что в соответствии с возрастной теорией на большом расстоянии от источника тепловые нейтроны всегда превалируют. Однако этот вывод некорректен, поскольку возрастная теория несправедлива на больших расстояниях от источника.

Определяя для распределения (5.189) средний квадрат расстояния от источника (места рождения нейтрона) до места, где нейтрон поглощается как тепловой [по формуле типа (5.112), (5.173)], можно получить

$$\overline{r_{\text{т}}^2}=6(\tau_{\text{т}}+L^2)=6M^2, \qquad (5.191)$$

где M^2 — *площадь миграции*, а M — *длина миграции нейтронов*.

Достаточно просто получить формулы, аналогичные выражению (5.189), для плотности потока тепловых нейтронов от других источников замедляющихся нейтронов — плоского источника в бесконечной и конечной среде и т. п., а также от точечного источника в центре сферы и внутри длинной призмы.

Распределение замедляющихся и тепловых нейтронов, обусловленное заданным распределением потока быстрых нейтронов. Погрешность расчетов по возрастной теории особенно высока, когда распределение замедляющихся нейтронов определяется быстрыми нейтронами. В этих случаях распространение возрастной теории на большие расстояния достигается корректным учетом распределения источников замедляющихся нейтронов, т. е. распределения плотности потока быстрых нейтронов $\varphi_0^{\text{б}}(r)$.

Рассмотрим для примера плоскую геометрию. Если распределение быстрых нейтронов подчиняется экспоненциальному закону $\varphi_0^{\text{б}}(x)=Q\exp(-x/\lambda)$, то можно считать, что источником замедляющихся нейтронов служит убыль плотности потока быстрых нейтронов:

$$q_0(x,\tau)=-\delta(\tau)\,d\varphi_0^{\text{б}}(x)/dx=Q\exp(-x/\lambda)\delta(\tau)/\lambda. \qquad (5.192)$$

Подставляя это выражение в уравнение (5.164), получаем

$$\frac{\partial q(x,\tau)}{\partial\tau}-\frac{\partial^2 q(x,\tau)}{\partial x^2}+\frac{q(x,\tau)}{L^2(\tau)}=Q\frac{\exp(-x/\lambda)}{\lambda}\delta(\tau). \qquad (5.193)$$

Отсюда плотность замедления нейтронов при $x>2\sqrt{\tau_{\text{т}}}$ и $x>\lambda$

$$q(x, \tau)=[p(\tau)\varphi_0^6(x)/\lambda]\exp(\tau/\lambda^2), \qquad (5.194)$$

что легко проверяется подстановкой в уравнение. Учитывая связь $q(x, \tau)$ с плотностью потока $\varphi_0(x, u)$, например согласно (5.181), т. е. в приближении Вигнера, можно получить формулу для числового коэффициента накопления нейтронов (см. § 10.3, 11.6), являющегося отношением плотности потока нейтронов в этом интервале к плотности потока быстрых нейтронов:

$$B_{\Delta E}=\frac{1}{\varphi_0^6}\int\limits_{\Delta E}\varphi_0(E)\,dE=\frac{1}{\lambda}\int\limits_{\Delta E}\frac{dE}{\xi\Sigma(E)E}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{\lambda^2}\int\limits_{E}^{E_0}\frac{D(E')\,dE'}{\xi\Sigma(E')E'}-\int\limits_{E}^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')\,dE'}{\xi\Sigma(E')E'}\right]. \qquad (5.195)$$

Здесь в качестве E_0 используется энергия, приписываемая быстрым нейтронам (обычно 1,5—2 МэВ). Поскольку плотность потока замедляющихся нейтронов на большом расстоянии от источника определяется рассеянием быстрых нейтронов в областях, близко расположенных к рассматриваемой точке, погрешность теории возраста в данном случае невелика. Таким образом, точность расчета плотности потока замедляющихся нейтронов в основном определяется точностью задания ведущей группы быстрых нейтронов.

Для рассмотрения поля тепловых нейтронов в этом случае, интегрируя уравнение (5.161) по летаргии в интервале от $u_т$ (верхняя энергетическая граница тепловых нейтронов) до ∞ (соответствует $E=0$) и считая сечения не зависящими от энергии, получаем уравнение диффузии тепловых нейтронов

$$-Dd^2\varphi_0^т/dx^2+\Sigma_a\varphi_0^т(x)=q(x, \tau_т)+q_0^т(x). \qquad (5.196)$$

Здесь $q(x, \tau_т)$ выражается формулой (5.194) при $\tau=\tau_т$. Решая это уравнение при $q_0^т=0$, получаем для бесконечной однородной среды (при $L<\lambda$)

$$\varphi_0^т(x)/\varphi_0^6(x)=\exp(\tau_т/\lambda^2)/[\lambda\Sigma_a(1-L^2/\lambda^2)]. \qquad (5.197)$$

Характерно, что для защиты из тяжелых материалов ослабление нейтронов промежуточных энергий меньше ослабления быстрых нейтронов, т. е. быстрые нейтроны не являются «ведущими». В такой ситуации требуется применение других подходов.

Используем для приближенного анализа поля надтепловых нейтронов в том случае, когда на него нейтроны более высоких энергий оказывают слабое влияние, одногрупповой подход,

основанный на решении уравнений диффузии для этих нейтронов с длиной диффузии, равной длине замедления $L_s=\sqrt{\tau_т}$. Тогда согласно формуле (5.110) для точечного источника можно записать

$$\varphi_0^{надт}(r)=q_0\exp(-r/L_s)/(4\pi L_s^2\Sigma_{зам}r). \qquad (5.198)$$

Здесь $\Sigma_{зам}$ — сечение замедления надтепловых нейтронов. Соответствующая плотность замедления нейтронов при $\tau=\tau_т$ (в предположении, что энергетическое распределение надтепловых нейтронов подчиняется закону $1/E$, т. е. при слабом изменении сечения Σ_s с энергией и малом поглощении надтепловых нейтронов)

$$q(r, \tau_т)=\xi\Sigma_s\varphi_0^{надт}(r, u)\approx\frac{\xi\Sigma_s}{\Delta u}\frac{q_0\exp(-r/L_s)}{4\pi L_s^2\Sigma_{зам}r}=\frac{q_0\exp(-r/L_s)}{4\pi L_s^2 r}, \qquad (5.199)$$

поскольку $\Sigma_{зам}=\xi\Sigma_s/\Delta u$ (см. т. 2, гл. 15), где Δu — ширина рассматриваемого энергетического интервала.

Глава 6

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 6.1. Общая характеристика численных методов решения уравнения переноса излучений в применении к задачам расчета защиты

Рассмотрим в этой главе основные численные детерминистские* методы решения уравнения переноса излучений. Большинство из них может быть применено как к нейтронам, так и к фотонам, а некоторые также к электронам и другим заряженным частицам. Даже из названия методов следует их основная задача — преобразование уравнения переноса к виду, удобному для численных расчетов. По энергетической переменной чаще всего это многогрупповой подход, однако в ряде случаев проводится рассмотрение задачи в дискретных углах этой переменной. В результате уравнение переноса сводится к системе односкоростных уравнений, и поэтому далее изложение различных методов для простоты проводится для односкоростных задач. Различные подходы существуют и при численной обработке угловой переменной — или полиномиальные разложе-

* Метод Монте-Карло, в основе которого лежит вероятностный анализ взаимодействия излучения со средой, рассмотрен в гл. 7.

ния, или дискретно-ординатное представление. В результате интегродифференциальное уравнение Больцмана или интегральное уравнение Пайерлса сводится к системе дифференциальных (по пространственной переменной) уравнений. Такая система преобразуется далее к системе алгебраических уравнений. Переход к ней осуществляется или специальным приемом — таким, как, например, в методе моментов (переход к пространственным моментам функций пространственной переменной), или построением разностных схем — рекуррентных соотношений, позволяющих по известным значениям функций в одних узлах пространственной сетки определять их значения в других узлах.

Существует два подхода к решению систем разностных уравнений — итерационный и безытерационный. Для ускорения сходимости итерационного процесса (т. е. приближения к искомому решению с заданной точностью) используются различные приемы ускорения сходимости.

Большая трудоемкость численного решения уравнения переноса требует использования ЭВМ. К настоящему времени развито довольно много методов решения этого уравнения. В данной главе рассмотрены лишь наиболее широко применяемые из них и те, которые явились серьезной вехой на пути развития методов анализа переноса излучений.

Ряд методов имеет ограниченную область применимости, например метод моментов может быть использован лишь для бесконечной (или полубесконечной) однородной среды. Из методов решения уравнения переноса излучений наибольшего развития для расчетов защиты достигли различные модификации методов дискретных ординат. Метод сферических гармоник в задачах расчета защиты играет гораздо меньшую роль. Приближения низкого порядка этого метода в чистом виде оказались малопригодными к расчету защиты из-за их плохой точности и поэтому могут быть использованы лишь для приближенного сравнения различных вариантов защиты. Гораздо более широко эти приближения используются в комбинации с полуэмпирическим методом (см. гл. 8). Приближения достаточно высокого порядка метода сферических гармоник, некоторые разновидности методов дискретных ординат применяются лишь для одномерных защит.

Точность приближений различного порядка любых методов увеличивается с повышением порядка, и результаты стремятся (сходятся) к точному решению. Однако при этом существенно возрастает трудоемкость расчетов. Поэтому наиболее широко применяются самые экономичные методы и приемы, которые при приемлемых затратах обеспечивают допустимую точность расчетов.

Постоянное расширение возможностей ЭВМ позволяет решать все более сложные задачи — не только одномерные, но и с

двумерной, и даже с трехмерной геометрией. Следует отметить, что применение многих из методов, эффективных при решении одномерных задач, не принесло успеха при решении сложных задач. Так произошло, например, с высокими приближениями метода сферических гармоник. Наибольшие затруднения вызывают и продолжают вызывать большой диапазон ослабления излучений, сложность и криволинейность геометрии реальных протяженных защит, наличие пустот и неоднородностей в защитах, малые размеры источников излучений по сравнению с размерами массива защиты.

Исследуются и отрабатываются многочисленные приемы повышения точности таких расчетов — выбор оптимальных угловых квадратур, разработка и применение численных схем повышенного класса точности, выделение не только нерассеянной части излучения в случае локализованных источников (что эффективно и в одномерных расчетах), а также нескольких первых кратностей рассеяния и расчет их со специальными угловыми квадратурами.

Из всех методов решения уравнения переноса наиболее приспособлены для расчетов неодномерных защит со сложной структурой методы дискретных ординат. Они уступают для указанных расчетов (кроме случаев двумерных защит с границами раздела, параллельными координатным плоскостям или осям) лишь специальному численному методу расчета полей излучений — методу статистических испытаний (методу Монте-Карло), позволяющему проводить расчеты для защиты любой сложности (см. гл. 7). Однако присущие этому методу большие затраты машинного времени и сложности при получении детальных распределений излучения ограничивают его применение при анализе реальных конструкций радиационной защиты лишь их отдельными элементами (узлами).

Трудности проблемы расчета сложных защит методами дискретных ординат следуют из необходимости учета детальной геометрической структуры защит (особенно при наличии пустот). Это вынуждает повышать порядок угловых квадратур N, что, естественно, приводит к возрастанию трудоемкости расчетов. Имеются еще дополнительные факторы этого возрастания. Существует ограничение по выбору шага пространственной разностной сетки ($\Delta x < 2\mu_{мин}/\Sigma$), где $\mu_{мин}$ — минимальное значение направляющего косинуса в угловой квадратуре [см. (6.74)]. Поэтому повышение ее порядка, приводящее к уменьшению $\mu_{мин}$, заставляет уменьшать шаг Δx, т. е. увеличивать число узлов пространственной сетки. Таким образом, трудоемкость расчетов возрастает примерно пропорционально N^2. Использование итерационного подхода [см. (6.120)] при этом приводит к огромной трудоемкости численных расчетов полномасштабных протяженных защит со сложной структурой, неприемлемой для

практических массовых расчетов даже на современных ЭВМ. Отсюда ясна важная роль разработки и совершенствования различных приемов ускорения сходимости итерационных процессов.

При определении путей снижения трудоемкости расчетов применяются и более сложные методы из группы вариационно-синтетических (например, метод конечных элементов), при использовании которых решение неодномерных задач синтезируют из расчетов задач меньшей размерности (так же как комбинация расчетов прямого и сопряженного уравнения переноса).

Именно в связи с необходимостью снижения трудоемкости практических расчетов получили развитие так называемые «инженерные» методы расчета (см. гл. 8), которые хотя несколько и проигрывают «строгим» методам в точности из-за упрощения рассмотрения, но позволяют (часто более оперативно) решать задачи, более сложные по геометрии.

Стремление уменьшить трудоемкость расчетов (без потери точности) заставляет проводить решение уравнения переноса излучений не для всего массива защиты в целом, а для отдельных его составных частей* с постановкой эффективных граничных условий, учитывающих влияние соседних областей: «сошнуровка», «перекрывание», альбедные граничные условия типа (5.4), синтез расчетов для разных геометрий, в том числе различными методами. Например, получение детальных характеристик (в том числе угловых) поля излучений внутри массива защиты методом дискретных ординат при пренебрежении пустотами и использование этих характеристик в качестве граничных условий при расчете прохождения излучений по пустотам в массиве защиты методом Монте-Карло.

§ 6.2. Метод сферических гармоник

Среди численных методов решения кинетического уравнения в первую очередь следует выделить методы полиномиальных разложений, заключающиеся в разложении всех функций угловых переменных в кинетическом уравнении (дифференциальной плотности потока и индикатрисы) по какой-либо системе ортогональных полиномов. В результате интегродифференциальное кинетическое уравнение сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для различных угловых моментов дифференциальной плотности потока излучения.

---

* Следует отметить, что при расчете защиты реактора требуется предварительное применение реакторных программ для ЭВМ для расчета детального распределения источников излучений в активной зоне.

Наиболее интенсивно развит метод сферических гармоник (P_N-метод), в котором используются разложения по полиномам Лежандра, ортогональным в интервале $(-1, +1)$. В дальнейшем изложении методов решения кинетического уравнения будем чаще всего ограничиваться одномерными задачами без азимутальной зависимости источников и решения задачи. Эти ограничения не изменяют сути подхода к задаче в любом из методов; однако снятие этих ограничений приводит к значительному алгебраическому усложнению алгоритмов решения задачи. Все рассмотрение будем проводить для нейтронов.

Плоская геометрия. Рассмотрим случай плоскопараллельной геометрии. Учитывая разложения (5.38), (5.39), запишем для односкоростной задачи (5.16) в плоской геометрии в следующем виде:

$$\mu\partial\varphi(x,\mu)/\partial x+\Sigma(x)\sum_{\nu=0}^{\infty}\left[(2\nu+1)/(4\pi)\right]\times$$

$$\times\varphi_\nu(x)P_\nu(\mu)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\left[(2\nu+1)/(4\pi)\right]\Sigma_{s,\nu}(x)\times$$

$$\times\varphi_\nu(x)P_\nu(\mu)+q(x,\mu). \qquad (6.1)$$

Умножим это уравнение на $2\pi P_l(\mu)$ и проинтегрируем результат по μ в интервале от -1 до $+1$. Используя условие ортогональности полиномов Лежандра (5.46), а также рекуррентное соотношение для этих полиномов

$$\mu P_\nu(\mu)=P_{\nu+1}(\mu)(\nu+1)/(2\nu+1)+P_{\nu-1}(\mu)\nu/(2\nu+1), \qquad (6.2)$$

получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$ld\varphi_{l-1}(x)/dx+(l+1)d\varphi_{l+1}/dx+(2l+1)\Sigma_{tr,l}(x)\varphi_l(x)=(2l+1)q_l(x). \qquad (6.3)$$

Здесь величину

$$\Sigma_{tr,l}=\Sigma-\Sigma_{s,l} \qquad (6.4)$$

при $l\geqslant 1$ можно по существу назвать l-м моментом транспортного сечения. При $l=0$ это $\Sigma_{tr,0}\equiv\Sigma_{ув}$ — сечение увода нейтронов, при $l=1$ это $\Sigma_{tr,1}\equiv\Sigma_{tr}$, т. е. транспортное сечение в обычном смысле слова. В уравнениях (6.3) q_l — гармоники функции источника.

P_N-приближение метода сферических гармоник получается при учете в бесконечной системе уравнений (6.3) первых $(N+1)$ уравнений, причем в последнем из них полагается

$$d\varphi_{N+1}(x)/dx=0. \qquad (6.5)$$

Тогда разложение (5.38) примет вид

$$\varphi(x,\mu)=\sum_{l=0}^{N}\frac{2l+1}{4\pi}\varphi_l(x)P_l(\mu), \qquad (6.6)$$

а система (6.3) из $(N+1)$ уравнений будет содержать $(N+1)$ неизвестную функцию.

Рассмотрим вначале решение однородной системы уравнений, соответствующей системе (6.3). Согласно общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений решение такой системы в каждой из областей постоянства функций $\Sigma_{tr,l}$ может быть представлено в виде

$$\varphi_l(x)=\sum_{i=1}^{p(N)} G_l(k_i)\left[A_i\exp(k_i x)+B_i\exp(-k_i x)\right]. \qquad (6.7)$$

Здесь A_i и B_i — произвольные постоянные интегрирования; k_i — корни характеристического уравнения системы (6.3);

$$\Delta_N(k)=\begin{vmatrix} \Sigma_{tr,0} & k & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ k/3 & \Sigma_{tr,1} & 2k/3 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2k/5 & \Sigma_{tr,2} & 3k/5 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \frac{(N-1)k}{2N-1} & \Sigma_{tr,N-1} & \frac{Nk}{2N-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 & \frac{Nk}{2N+1} & \Sigma_{tr,N} \end{vmatrix}=0, \qquad (6.8)$$

т. е. в P_N-приближении

$$\Delta_N(k_i)=0. \qquad (6.9)$$

Рекуррентные соотношения для функций $G_l(k)$ можно получить подстановкой выражения (6.7) в систему (6.3):

$$\frac{l}{2l+1}kG_{l-1}(k)+\frac{l+1}{2l+1}kG_{l+1}(k)+\Sigma_{tr,l}G_l(k)=0,\ l=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ N \qquad (6.10)$$

при дополнительном условии $G_0=1$. В выражении (6.7) $p(N)$ — целая часть числа $(N+1)/2$, т. е. $p(N)=E[(N+1)/2]$, равная $(N+1)/2$, если N — нечетное число, и $N/2$ при четном N.

Разложим определитель $\Delta_N(k)$ по элементам последнего столбца. Тогда получим следующую рекуррентную формулу для $\Delta_N(k)$:

$$\Delta_N(k)=\Sigma_{tr,N}\Delta_{N-1}(k)-\left[N^2k^2/(4N^2-1)\right]\Delta_{N-2}(k), \qquad (6.11)$$

причем $\Delta_0(k)=\Sigma_{tr,0}\equiv\Sigma_{ув}$; $\Delta_1(k)=\Sigma_{tr,0}\Sigma_{tr,1}-k^2/3\equiv\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}-k^2/3$.

Функции $G_N(k)$ связаны с определителями $\Delta_N(k)$ соотношением

$$G_N(k)=(-1)^N(2N-1)\Delta_{N-1}(k)/(N!k^N),\ N=1,\ 2,\ \dots \qquad (6.12)$$

Справедливость его легко установить, получив отсюда выражение $\Delta_N(k)$ и подставив его в формулу (6.11). Тогда придем к системе (6.10). Легко также получить, что $G_0(k)=1$; $G_1(k)=-\Sigma_{ув}/k$.

Важной величиной, характеризующей свойства P_N-приближения, является наименьший положительный корень уравнения (6.9). Этот корень, называемый часто *характеристическим числом*, определяет распределение излучения вдали от источника. Обозначив его $k^{(N)}$, получим для первых значений N:

$$\left.\begin{aligned} k^{(1)}&=\sqrt{3\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}}\ (P_1\text{-приближение});\\ k^{(2)}&=\sqrt{3\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}\left(1+4\Sigma_{ув}/(5\Sigma_{tr,2})^{-1}\right.}\ (P_2\text{-приближение});\\ k^{(3)}&=\left(M-\sqrt{M^2-35\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}\Sigma_{tr,2}\Sigma_{tr,3}}\right)^{1/2}(P_3\text{-приближение}),\end{aligned}\right\} \qquad (6.13)$$

где $M=35\Sigma_{tr,2}\Sigma_{tr,3}/18+14\Sigma_{ув}\Sigma_{tr,3}/9+3\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}/2$. Эти корни — приближенные значения наименьшего характеристического числа системы (6.3) при $N\to\infty$.

В общем случае запись общего решения неоднородной системы P_N-уравнений довольно сложна. Запишем частное решение этой системы, которое следует добавить к решению однородной системы (6.7), чтобы получить общее решение (для одной группы нейтронов) в случае распределенного изотропного источника $q_0(x)$:

$$\varphi_l'(x)=\sum_{i=1}^{(N+1)/2} c_i p_{li}(x), \qquad (6.14)$$

где $c_i=-3$ при $N=1$ (P_1-приближение);

$$c_i=5(11k_i^2-21)/\left[9(k_i^2-k_j^2)\right],\ i,\ j=1,\ 2;\ j\neq i;\ N=3;$$

$$c_i=-7(33k_i^4-170k_i^2+165)/\left[25\prod_{j\neq i}(k_i^2-k_j^2)\right],\ i,\ j=1,\ 2,\ 3;\ N=5;$$

$$p_{li}(x)=G_l(k_i)\left[\exp(k_i x)\,u(k_i,\ \Sigma,\ x)+(-1)^l\exp(-k_i x)\,u(-k_i,\ \Sigma,\ x)\right];$$

$$u(k_i,\ \Sigma,\ x)=(\Sigma/k_i)^2\int_0^{k_i x} q_0(t)\exp(-t)\,dt.$$

Рассмотрим вопрос о граничных условиях для метода сферических гармоник. Точное граничное условие (5.12) в

теории переноса при нечетном N заменяют системой интегральных соотношений (условия Маршака)

$$\int_{-1}^{0} P_{2i+1}(\mu)\,\varphi(d,\mu)\,d\mu=0\,,\quad i=0,\,1,\,2,\,\ldots,\,(N-1)/2\,. \qquad (6.15)$$

В теории переноса показано, что граничные условия (6.15) в известном строгом смысле являются наилучшими. Подставляя решение в виде ядра (5.38) в эти соотношения, получаем систему алгебраических выражений

$$\sum_{l=0}^{\infty} a_{il}\varphi_l(d)=0\,,\quad i=0,\,1,\,2,\,\ldots,\,(N-1)/2\,, \qquad (6.16)$$

где $a_{il}=(2l+1)\int_{-1}^{0} P_{2i+1}(\mu)\,P_l(\mu)\,d\mu/4\pi$.

Для многослойной среды к условиям на границах рассматриваемой области защиты добавляется требование непрерывности угловой плотности потока на границе раздела различных материалов, что вытекает из требования сохранения числа нейтронов. Если угловую плотность потока на границе раздела слева и справа обозначить $\varphi^{(+)}(x,\mu)$ и $\varphi^{(-)}(x,\mu)$, то условие непрерывности будет

$$\varphi^{(+)}(x,\mu)=\varphi^{(-)}(x,\mu)\,. \qquad (6.17)$$

В P_N-приближении при нечетном N условие (6.17) означает требование непрерывности всех угловых моментов решения φ_l на границах слоев с различными физическими свойствами. При этом число произвольных постоянных интегрирования A_i и B_i в решении (6.7), равное $N+1$, совпадает с числом граничных условий, и задача решается однозначно.

При четных N число постоянных интегрирования меньше числа граничных условий. Эти числа совпадают при использовании в качестве граничных условий соблюдения непрерывности функции угловой плотности тока

$$\mu\varphi^{(+)}(x,\mu)=\mu\varphi^{(-)}(x,\mu)\,. \qquad (6.18)$$

Умножая соотношение (6.18) на $P_l(\mu)$ и интегрируя по $\mathbf{\Omega}$, получаем условия непрерывности на границах раздела функций:

$$l\varphi_{l-1}^{\{+\}}(x)+(l+1)\,\varphi_{l+1}^{\{+\}}(x)=l\varphi_{l-1}^{\{-\}}(x)+(l+1)\,\varphi_{l+1}^{\{-\}}(x)\,. \qquad (6.19)$$

При нечетных N они сводятся к непрерывности всех моментов $\varphi_l(x)$, а при четных N — к непрерывности всех нечетных моментов $\{\varphi_1,\,\varphi_3,\,\ldots,\,\varphi_{N-1}\}$ и комплексов четных моментов $\{\varphi_0+2\varphi_2,\,3\varphi_2+4\varphi_4,\,\ldots,\,(N-1)\,\varphi_{N-2}+N_{\varphi N}\}$. Таким образом, на границах раздела различных сред в P_1-приближении требуется непрерывность плотности потока φ_0 и тока $I=\varphi_1$ в P_2-приближении — непрерывность φ_1 и $\varphi_0+2\varphi_2$, в P_3-приближении — непрерывность φ_0, φ_1, φ_2, φ_3 и т. п. В любом четном P_N-приближении эти условия сводятся к требованию непрерывности функций $\varphi_l(x)-P_l(0)\,\varphi_0(x)$. Таким образом, в четных P_N-приближениях четные моменты $\varphi_{2l}(x)$, в том числе плотность потока φ_0, на границах раздела сред терпят разрыв первого рода (тем больший, чем сильнее различаются свойства граничащих сред).

В случае бесконечных сред вместо условий (5.12) используется условие обращения в нуль при $x\to\infty$ угловой плотности потока $\varphi(x,\mu)$ при любых значениях μ.

***P*$_1$-приближение**. Рассмотрим сначала систему уравнений в P_1-приближении. При $N=1$ из системы (6.3) получаем

$$\left.\begin{aligned} &d\varphi_1(x)/dx+\Sigma_{\text{ув}}\varphi_0(x)=q_0(x)\,;\\ &(1/3)\,d\varphi_0(x)/dx+\Sigma_{tr}\varphi_1(x)=q_1(x)\,. \end{aligned}\right\} \qquad (6.20)$$

Эту систему можно свести к одному уравнению типа уравнения диффузии (5.54)

$$-Dd^2\varphi_0(x)/dx^2+\Sigma_{\text{ув}}\varphi_0(x)=q_0(x)-3Ddq_1/dx\,. \qquad (6.21)$$

Граничные условия (6.15) в этом случае имеют вид

$$\int_{-1}^{0}\mu\varphi(d,\mu)\,d\mu=0\,. \qquad (6.22)$$

Выражение (6.22) указывает на тот факт, что односторонний интегральный ток нейтронов через внешнюю поверхность защиты со стороны вакуума в защиту равен нулю. Учитывая, что в P_1-приближении

$$\varphi(x,\mu)=[\varphi_0(x)+3\mu\varphi_1(x)]/(4\pi)\,, \qquad (6.23)$$

в качестве граничного условия получаем соотношение

$$2\varphi_1(d)-\varphi_0(d)=0\,. \qquad (6.24)$$

Приравнивая в выражениях (6.20) и (6.21) $q_1(x)=0$, приходим к диффузионному приближению (см. § 5.2), более грубому, чем P_1-приближение. Очевидно, что в односкоростных задачах для изотропных источников диффузионное и P_1-приближения совпадают. Оба эти приближения имеют довольно большую погрешность и могут быть использованы при малой анизотропии угловой плотности потока, т. е. в основном для нейтронов промежуточных энергий в слабопоглощающих материалах вдали от источников нейтронов и границы раздела сред.

Рассмотрим бесконечный плоский изотропный источник $q_0(x)=q_0\,\delta(x)$ в бесконечной однородной среде. В этом случае решение уравнения (6.21) имеет вид

$$\varphi_0(x)=(q_0/(2kD))\exp(-kx)\,, \qquad (6.25)$$

где k дается выражением (6.13) при $N=1$:

$$k=\sqrt{\Sigma_{ув}/D}\,. \qquad (6.26)$$

Эти формулы совпадают с формулами теории диффузии (5.55) и (5.60) при $k=1/L$.

P_2-приближение. Из системы (6.3) при $N=2$

$$\left.\begin{aligned} &d\varphi_1(x)/dx+\Sigma_{ув}\varphi_0(x)=q_0(x);\\ &(2/3)\,d\varphi_2(x)/dx+(1/3)\,d\varphi_0/dx+\Sigma_{tr}\varphi_1(x)=q_1(x);\\ &(2/5)\,d\varphi_1(x)/dx+\Sigma_{tr,2}\varphi_2(x)=q_2(x). \end{aligned}\right\} \qquad (6.27)$$

Из последнего уравнения системы (6.27) находим

$$\varphi_2(x)=-2/(\Sigma_{tr,2})\,d\varphi_1(x)/dx+q_2(x)/\Sigma_{tr,2}\,. \qquad (6.28)$$

Исключив из этого равенства с помощью первого уравнения производную $d\varphi_1/dx$, получим

$$\varphi_2(x)=(2\Sigma_{ув}/(5\Sigma_{tr,2}))\,\varphi_0(x)-2/(\Sigma_{tr,2})\,q_0(x)+q_2(x)/\Sigma_{tr,2}\,. \qquad (6.29)$$

Подставив это выражение во второе уравнение, придем к следующей системе уравнений, эквивалентной (6.27):

$$\left.\begin{aligned} &d\varphi_1(x)/dx+\Sigma_{ув}\varphi_0(x)=q_0(x);\\ &(1/3)\,d\Psi_0(x)/dx+\Sigma_{tr}\varphi_1(x)=q_1(x);\\ &\Psi_0(x)=(1+4\Sigma_{ув}/(5\Sigma_{tr,2}))\,\varphi_0(x)+2/(\Sigma_{tr,2})(5q_2-2q_0). \end{aligned}\right\} \qquad (6.30)$$

Граничное условие в P_2-приближении при $x=d$ получим, подставив разложение (6.6) в условие (6.22):

$$(1+4\Sigma_{ув}/(5\Sigma_{tr,2}))\,\varphi_0-2\varphi_1=(q_0-5q_2/2)/(2\Sigma_{tr,2})\,. \qquad (6.31)$$

Система уравнений (6.30) вместе с граничным условием (6.31) переходит в систему уравнений (6.20) и граничные условия (6.24) при $\Sigma_{tr,2}=\infty$ (что соответствует $\varphi_2(x)\to 0$). Если в качестве неизвестных функций в системе уравнений (6.30) в граничном условии принять $\Psi_0(x)$ и $\Psi_1(x)=\varphi_1(x)$, то придем к следующей задаче:

$$\left.\begin{aligned} &d\Psi_1(x)/dx+\alpha\Sigma_{ув}\Psi_0(x)=\alpha f_0(x);\\ &(1/3)\,d\Psi_0(x)/dx+\Sigma_{tr}\Psi_1(x)=f_1(x), \end{aligned}\right\} \qquad (6.32)$$

где

$$\left.\begin{aligned} &\alpha=(1+4\Sigma_{ув}/(5\Sigma_{tr,2}))^{-1};\\ &f_0(x)=q_0(x)+(2\Sigma_{ув}/\Sigma_{tr,2})\,q_2(x);\quad f_1(x)=q_1(x). \end{aligned}\right\} \qquad (6.33)$$

Таким образом, задача сведена к эквивалентной задаче P_1-приближения.

На границе раздела двух сред должны выполняться условия непрерывности функций φ_1 и $\varphi_0+2\varphi_2$. Эти условия равносильны условиям непрерывности функций

$$((1/3)\,\Sigma_{tr})\,d\Psi_0/dx-q_1(x)/\Sigma_{tr} \quad \text{и} \quad \Psi_0(x). \qquad (6.34)$$

После того как решение задачи (6.32) найдено, плотность потока нейтронов можно определить по формуле, полученной из третьего уравнения системы (6.30),

$$\varphi_0(x)=\alpha\{\Psi_0(x)-(2/\Sigma_{tr,2})\,[q_2(x)-2q_0(x)/5]\}\,. \qquad (6.35)$$

Для наглядности систему (6.32) в случае изотропного источника $q_0(x)$ можно привести к следующему виду:

$$-D^*d^2\varphi_0(x)/dx^2+\Sigma_{ув}\varphi_0(x)=q_0^*(x), \qquad (6.36)$$

где

$$D^*=D/\alpha;\quad q_0^*(x)=q_0(x)-\left(\frac{4}{15}\Sigma_{tr}\Sigma_{tr,2}\right)d^2q_0(x)/dx^2\,. \qquad (6.36\,а)$$

Сравнение с уравнением (6.21) показывает, что в P_2-приближении более точный учет анизотропии угловой плотности потока приводит к уточнению коэффициента диффузии и члена источника по сравнению с P_1-приближением. В результате для бесконечного плоского изотропного источника $q_0(x)=q_0\delta(x)$ в бесконечной однородной среде (для односкоростной задачи) решение в P_2-приближении принимает вид

$$\varphi_0(x)=(q_0\alpha/(2kD^*))\exp(-kx)+(4q_0/(15\Sigma_{tr}\Sigma_{tr,2}D^*))\,\delta(x);$$

$$k=\sqrt{\Sigma_{ув}/D^*}\,. \qquad (6.37)$$

Точность решения задачи и ее сложность все более увеличиваются при переходе к более высоким P_N-приближениям (табл. 6.1) — результаты приближаются к точному решению (которое удается получить в случае изотропного рассеяния аналитически, см. гл. 8).

Как видно из табл. 6.1, точность P_3-приближения довольно высока. Сравнение с экспериментальными данными показывает удовлетворительную точность описания P_3-приближением потоков быстрых нейтронов на примере металловодной защиты толщиной 150 см. Для расчета распределения плотности потоков нейтронов промежуточных энергий в защите такой толщины часто достаточно даже P_2-приближения. Степень погрешности P_N-приближений в каждом конкретном случае определяется анизотропией угловой плотности потока нейтронов, которая в первую очередь зависит от степени (эффективного) поглощения

Таблица 6.1. **Значения характеристического числа $k^{(N)}/\Sigma$ при изотропном рассеянии**

$\Sigma_{ув}/\Sigma$	P_1	P_2	P_3	Точное решение
0,1	0,5477	0,5270	0,5256	0,5254
0,5	1,2247	1,0351	0,9888	0,9575
0,7	1,4491	1,1602	1,0801	0,9974

излучения средой, т. е. от отношения сечения увода $\Sigma_{ув}$ нейтронов к полному сечению Σ. Погрешность приближений низкого порядка возрастает с удалением от источника излучения.

Диффузия нейтронов в слабопоглощающих материалах хорошо описывается даже диффузионным и P_1-приближениями. В средах с сильным замедлением, например в водородсодержащих материалах (большая потеря энергии нейтроном при столкновениях с ядрами водорода) или в сильнопоглощающей среде (карбид бора и др.), где имеет место сильная анизотропия угловой плотности потока, точность P_N-приближений низкого порядка существенно ухудшается. Вторым фактором, влияющим на точность приближения, является степень анизотропии рассеяния нейтронов на ядрах среды, связь которой с анизотропией угловой плотности потока нейтронов очевидна. Ясно, что при сильной анизотропии рассеяния для достижения заданной точности требуется более высокое приближение, чем при слабой. Однако и для быстрых нейтронов в тяжелых материалах, когда достаточно велик увод нейтронов за счет неупругого рассеяния и в то же время велика анизотропия упругого рассеяния, для расчета распределения потока на расстояниях до 100—150 см практически достаточны P_3- и P_4-приближения.

В отличие от так называемого согласованного P_N-приближения, когда наибольший учитываемый номер L момента дифференциального сечения рассеяния

$$\Sigma_s(\mu_s)=\frac{1}{4\pi}\sum_{l=0}^{L}(2l+1)\,\Sigma_{s,l}P_l(\mu_s) \qquad (6.38)$$

совпадает с номером приближения N (т. е. $L=N$), в практике расчетов защиты встречаются случаи $L<N$, которые можно назвать *несогласованным P_N-приближением*. При $L<N$ для быстрых нейтронов в случае малых L часто наблюдается сильная зависимость решения задачи от номера L, и иногда повышение L на единицу приводит к большему уточнению решения, чем повышение на единицу номера N.

Для расчета угловой плотности потока $\varphi(x, \mu)$ требуется вычисление не только нулевого момента $\varphi_0(x)$, т. е. плотности потока, но и последующих моментов $\varphi_l(x)$. При известном нулевом моменте это делается довольно просто с помощью системы уравнений (6.3), связывающей различные моменты угловой плотности потока.

Как видно из рис. 6.1, сходимость P_N-приближений, т. е. уменьшение отличия их решения (6.6) от точного с ростом N, для угловой плотности потока $\varphi(x, \mu)$ гораздо хуже, чем для

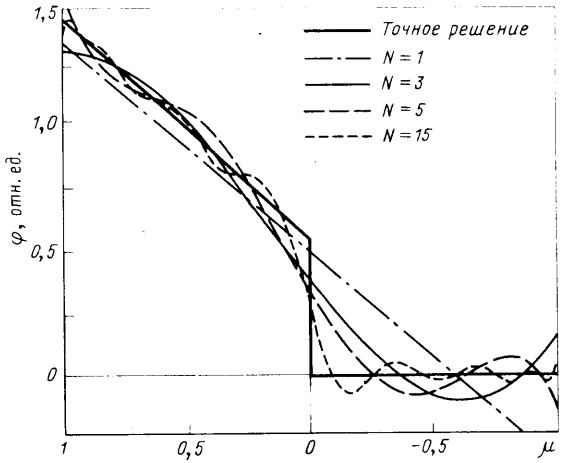


Рис. 6.1. Угловое распределение нейтронов на границе полубесконечной среды при разных N

плотности потока $\varphi_0(x)$, особенно при сильной анизотропии рассеяния и сильном (эффективном) поглощении — уводе. В этом случае существенного уточнения решения задачи расчета угловой плотности потока можно добиться с помощью специального приема. Этот прием состоит в подстановке найденных значений моментов плотности потока в правую часть уравнения, легко получаемого из уравнения (6.1) при стандартной записи (5.17) второго слагаемого левой части, и последующем решении этого дифференциального уравнения с заданной правой частью

$$\mu\frac{\partial\varphi(x,\mu)}{\partial x}+\Sigma(x)\,\varphi(x,\mu)=\sum_{\nu=0}^{L}\frac{2\nu+1}{4\pi}\Sigma_{s,\nu}(x)\,\varphi_\nu(x)\,P_\nu(\mu)+q(x,\mu). \qquad (6.39)$$

Проделаем эту операцию для бесконечной однородной среды вдали от источников. Умножим обе части уравнения (6.39) на $\exp(\Sigma x/\mu)$. Тогда

$$\mu\frac{d}{dx}\left[\exp(\Sigma x/\mu)\,\varphi(x,\mu)\right]=\exp(\Sigma x/\mu)\sum_{\nu=0}^{N}\frac{2\nu+1}{4\pi}\Sigma_{s,\nu}\varphi_\nu(x)\,P_\nu(\mu). \qquad (6.40)$$

Решение этого уравнения имеет вид *

* Необходимо отметить, что этот прием является по существу подстановкой решения, полученного методом сферических гармоник, в правую часть интегрального уравнения Пайерлса (5.35).

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi(x,\mu)=\sum_{\nu=0}^{L}\frac{2\nu+1}{4\pi}\Sigma_{s,\nu}P_\nu(\mu)\times\\
&\times\int_0^x T_\nu(x,x',\mu)\,dx'/\mu+C\exp(-\Sigma x/\mu),\quad \mu>0;\\
&\varphi(x,\mu)=\sum_{\nu=0}^{L}\frac{2\nu+1}{4\pi}\Sigma_{s,\nu}P_\nu(\mu)\int_x^\infty T_\nu(x,x',\mu)\,dx'/\mu,\quad \mu<0\\
&\text{при}\quad T_\nu(x,x',\mu)=\exp\left[-\Sigma(x-x')/\mu\right]\varphi_\nu(x').
\end{aligned}\right\}\quad(6.41)$$

Постоянную C можно определить из граничных условий. Таким образом, проблема отыскания значений угловой плотности потока сведена к проблеме интегрирования функций от моментов плотности углового потока. Как показала практика численных расчетов, суммы (6.41) сходятся с ростом L гораздо быстрее, чем суммы (6.6).

Сферическая геометрия. Уравнения метода сферических гармоник в сферической геометрии получаются аналогично случаю плоской геометрии при использовании выражений (5.38), (5.39), (6.2) и равенства $(1-\mu^2)\,dP_l(\mu)/d\mu=(l+1)(\mu P_l-P_{l+1})$. В результате приходим к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$lr^{l-1}\frac{d}{dr}\left(\frac{\varphi_{l-1}(r)}{r^{l-1}}\right)+(l+1)\frac{1}{r^{l+2}}\frac{d}{dr}(r^{l+2}\varphi_{l+1})+(2l+1)\Sigma_{tr,l}(r)\varphi_l(r)=$$
$$=(2l+1)q_l(r).\qquad(6.42)$$

К этой системе необходимо добавить граничное условие типа (6.16) при $r=R$ и условие в центре сферически-симметричной области $d\varphi/dr=0$ при $r=0$.

Система уравнений метода сферических гармоник для цилиндрических осесимметричных систем получается разложением угловых функций в кинетическом уравнении по сферическим функциям, частным случаем которых являются полиномы Лежандра, и имеет вид более громоздкий, чем система (6.42).

P_N-приближение системы уравнений (6.42) получается аналогично случаю плоской геометрии с использованием равенства типа (6.5).

Граничные условия в P_N-приближении для сферически-симметричных областей в основном подобны случаю плоской геометрии. Особенности имеют место лишь при наличии в рассматриваемых областях защиты незаполненных сферических полостей.

Рассмотрим для простоты лишь P_1- и P_2-приближения. Для точечного изотропного источника, расположенного в начале координат $r=0$ в бесконечной однородной среде (в односкоростной задаче), систему уравнений (6.42) при $N=1$ можно привести к диффузионному уравнению

$$-(D/r)\,d^2[r\varphi_0(r)]/dr^2+\Sigma_{ув}\varphi_0(r)=q_0\delta(r)/(4\pi r^2).\qquad(6.43)$$

Решение этого уравнения есть функция влияния элементарного точечного источника:

$$\varphi_0(r)=G_0(r)=(q_0/(4\pi Dr))\exp(-kr),\qquad(6.44)$$

что совпадает с формулой (5.110) при $k=1/L$.

Как и для плоской геометрии, переход к P_2-приближению существенно уточняет решение задачи в P_1-приближении. За исключением окрестности границ раздела сред (одна-две длины свободного пробега нейтронов), решение задачи в P_2-приближении дает результаты, не слишком отличающиеся от результатов в P_3-приближении.

Для точечного изотропного источника в бесконечной однородной среде (в односкоростной задаче) система (6.47) сводится к виду

$$-(D^*/r^2)\,d^2[r^2\Psi_0(r)]/dr^2+\Sigma_{ув}\Psi_0(r)=q_0\delta(r)/(4\pi r^2).\qquad(6.45)$$

Согласно выражению (6.44) решение уравнения (6.45) имеет вид

$$\Psi_0(r)=(q_0/(4\pi D^*r))\exp(-kr).\qquad(6.46)$$

Перейдя по формуле (6.35) от функции $\Psi_0(r)$ к $\varphi_0(r)$, получим

$$\varphi_0(r)=q_0\alpha\exp(-kr)/4\pi D^*r+[(4/15)\Sigma_{tr}\Sigma_{tr,2}D)]\,q_0\delta(r)/(4\pi r^2).\qquad(6.47)$$

§ 6.3. Другие методы полиномиальных разложений

Метод моментов. К методу сферических гармоник близко примыкает полуаналитический метод моментов, являющийся по существу дальнейшим развитием метода сферических гармоник для бесконечной однородной среды. Рассмотрим вначале случай плоской геометрии. Введем понятие пространственно-углового момента плотности потока нейтронов

$$b_{m,l}=(\Sigma^{m+1}/m!)\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_l(x)x^m dx=(\Sigma^{m+1}/m!)\int_{-\infty}^{\infty}dx x^m\int d\mathbf{\Omega}P_l(\mu)\varphi(x,\mu)\qquad(6.48)$$

и источника нейтронов

$$q_{m,l}=(\Sigma^{m+1}/m!)\int_{-\infty}^{\infty}q_l(x)x^m dx=(\Sigma^{m+1}/m!)\int_{-\infty}^{\infty}dx x^m\int d\mathbf{\Omega}P_l(\mu)\,q(x,\mu).$$

Умножим систему уравнений (6.3) на $\Sigma^{m+1}x^m/m!$ и проинтегрируем по dx от $-\infty$ до ∞. Считая, что при $|x|\to\infty$ плотность потока φ стремится к нулю быстрее функции x^{-m}, получаем систему алгебраических уравнений

$$-l\Sigma b_{m-1,l-1}-(l+1)\Sigma b_{m-1,l+1}+(2l+1)\Sigma_{tr,l}b_{m,l}=(2l+1)q_{m,l}.\qquad(6.49)$$

Моменты $b_{m,l}$ при отрицательных значениях индексов m и l обращаются в нуль. Система (6.49) — замкнутая, и каждый момент $b_{m,l}$ может быть определен из конечного числа

уравнений. Для плоского бесконечного изотропного источника $q_{m,l}=q_o\delta_{m,0}\delta_{l,0}$ и все моменты с различной четностью индексов m и l обращаются в нуль, например $b_{0,1}=b_{1,0}=0$.

Взаимосвязь уравнений (6.49) такова, что для определения $b_{m,l}$ нужно знать моменты $b_{m-1,l-1}$ и $b_{m-1,l+1}$.

Таким образом, для определения моментов плотности потока $b_{m,0}$ требуется предварительно вычислить значения моментов с более высокими L. В частности, для определения первых L четных моментов $\varphi_0(x)$ следует решить систему $L(L+1)/2$ уравнений вида (6.49). При этом требуется вычисление моментов $b_{m,l}$ от $l=0$ до $l=L-m$. Порядок вычисления моментов следующий: $b_{0,0}$, $b_{0,2}$, $b_{1,1}$, $b_{0,4}$, $b_{1,3}$, $b_{2,2}$ и т. д.

В сферически-симметричной задаче пространственно-угловые моменты определяются следующим образом:

$$b_{m,l}=(\Sigma^{m+3}/m!)\int_0^\infty r^{m+2}\varphi_l(r)\,dr. \qquad (6.50)$$

Поступая с системой уравнений (6.42) аналогично случаю плоской геометрии, приходим к системе алгебраических уравнений

$$-l(m+l+1)\Sigma b_{m-1,l-1}-(m-l)\Sigma b_{m-1,l+1}+m(2l+1)\Sigma_{tr,l}b_{m,l}=$$
$$=m(2l+1)q_{m,l}, \qquad (6.51)$$

которая решается аналогично системе (6.49).

Отметим, что в отличие от метода сферических гармоник, где уравнения для угловых моментов решаются приближенно (в предположении о малости некоторых величин), в методе моментов уравнения (6.49) и (6.51) — точные, и их можно решить точно.

После вычисления пространственно-угловых моментов $b_{m,l}$ задача состоит в восстановлении по ним значений угловых моментов плотности потока. Для примера рассмотрим восстановление функции плотности потока $\varphi_0(x)$ в плоской геометрии для плоского изотропного источника по известным L первым четным моментам $b_{m,0}$ (нечетные моменты в этом случае равны нулю). Искомую функцию можно представить в виде набора полиномов различной степени (причем максимальная степень равна $L-1$) так, чтобы L первых четных моментов этого представления с некоторым весом совпали с известными моментами $b_{m,0}$. Выбрав весовую функцию так, чтобы удовлетворить условиям на бесконечности, положим

$$\varphi_0(|x|)=\exp(-k|x|)\sum_{\nu=0}^{L-1}a_\nu U_\nu(k|x|), \qquad (6.52)$$

где k — характеристическое число задачи [см. выражение (6.13)]; a_ν — неизвестные коэффициенты; $U_\nu(x)$ — полиномы ν-й степени относительно x,

$$U_\nu(x)=\frac{(-1)^\nu}{2^\nu\nu!}\left(\frac{d}{dx}-1\right)^{2\nu}\sum_{m=0}^{\nu}\frac{(\nu+m)!x^{\nu-m}}{2^m m!(\nu-m)!}. \qquad (6.53)$$

Первые три полинома имеют вид $U_0(x)=1$; $U_1(x)=(1-x)/2$; $U_2(x)=(3-5x+x^2)/8$. Если ввести в рассмотрение систему дополнительных полиномов $U_\nu^+(x)$, удовлетворяющих условиям биоортогональности $\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-|x|)U_l(x)U_\nu^+(x)\,dx=\delta_{l\nu}$, то такие полиномы определяются выражением

$$U_\nu^+(x)=\frac{1}{2}\sum_{l=0}^{\nu}\frac{(-1)^l}{(2l)!}\binom{\nu}{l}x^{2\nu},$$

где $\binom{\nu}{l}$ — число сочетаний из ν элементов по l.

Тогда для коэффициентов a_ν получается следующее выражение:

$$a_\nu=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_0(x)U_\nu^+(k|x|)\,dx. \qquad (6.54)$$

Подставив сюда выражения для $U_\nu^+(k|x|)$, получим выражения, связывающие коэффициенты a_ν и моменты $b_{m,0}$:

$$a_\nu=\frac{k}{2}\sum_{n=0}^{\nu}(-1)^n\binom{\nu}{n}k^{2n}b_{2\nu,0}.$$

После определения коэффициентов a_ν через моменты $b_{m,0}$ значения a_ν подставляем в формулу (6.52) и получаем искомое решение задачи для плотности потока. Другие угловые моменты потока определяются аналогично.

Возможны и другие формы представления искомой функции плотности потока или ее угловых моментов через любые функции, вид которых соответствует ожидаемому поведению решения задачи, но которые в то же время содержат один или более неопределенных параметров. Например, можно использовать набор экспонент, набор произведения экспоненциальной и степенной функций и т. п. Однако число неопределенных параметров в аппроксимации какой-либо функции должно совпадать с числом известных пространственных моментов этой функции.

Интересен вопрос о порядке приближения метода моментов, т. е. о наивысшем из учитываемых номеров момента L. Требуемое значение L зависит от типа задачи, степени поглощения и анизотропии рассеяния, а также от рассматриваемых расстояний. Первый пространственный момент характеризует природу потока излучения на расстоянии порядка одной длины свободного пробега от источника. С ростом номера моментов им соответствуют все бóльшие расстояния от источника. Согласно практике расчетов методом моментов распределение плотности потока на расстояниях вплоть до 20 длин свободного пробега удовлетворительно описывается 4—6 моментами, для расстояний до 50 длин свободного пробега требуется 10—15 моментов. Точность расчетов угловых моментов потока $\varphi_l(x)$ убывает с ростом номера l, так как при этом уменьшается число учитываемых пространственно-угловых моментов $b_{m,l}$. Поэтому метод моментов, как и метод сферических гармоник, менее подходит для расчетов угловой плотности потока, чем для расчета плотности потока $\varphi_0(x)$, тем более что плохо сходится сумма (6.6).

Точность расчетов методом моментов повышается, если из полного потока выделить поток частиц, не испытавших ни одного соударения с ядрами среды, и становится еще выше, если выделить поток однократно рассеянных частиц. Например, для плоского изотропного источника плотность потока можно представить в виде

$$\varphi_0(x)=E_1(\Sigma|x|)/2+\exp(-k|x|)\sum_{\nu=0}^{L-1}a_\nu U_\nu(k|x|). \qquad (6.55)$$

Моменты нерассеянной части плотности потока (первого слагаемого) легко вычислить исходя из определения моментов (6.50).

Весьма удачен способ представления искомой функции плотности потока рассеянных нейтронов с учетом его асимптотического характера с помощью всего трех моментов (четных). Для точечного изотропного источника

$$\varphi_l(r)=Ar^\nu\exp(-\alpha r), \qquad (6.56)$$

где коэффициенты A, ν, α подбираются таким образом, чтобы первые три четных момента функции (6.56) совпадали с точными. Что касается углового распределения нейтронов в методе моментов при выделении отдельных составляющих плотности потока, то разложение (6.6) при выделении нерассеянного, однократно и даже двукратно рассеянного излучения сходится довольно плохо, особенно при сильном поглощении (или замедлении). Как и в методе сферических гармоник,

существенно уточнить решение задачи в этом случае удается с помощью специального приема (6.41).

Наиболее серьезное ограничение метода моментов состоит в том, что он может быть применен только для бесконечной однородной среды, поскольку при получении моментов (6.48), (6.50) производится интегрирование по всему пространству. Кроме того, метод моментов не слишком удовлетворительно описывает поведение плотности потока излучения вблизи источника, на расстояниях менее длины свободного пробега. Основное достоинство метода моментов — его сравнительная простота и достаточно хорошая точность. Результаты расчетов методом моментов часто используют для определения точности других методов решения уравнения переноса.

$2P_N$-метод. Метод сферических гармоник не очень эффективен при расчетах гетерогенной защиты, поскольку он плохо описывает разрыв угловой плотности потока при $\mu=0$ на границе раздела сред (в плоской геометрии). Для этих задач более подходит $2P_N$-метод, или двойной P_N-метод разложения угловой плотности потока по «полуинтервальным» полиномам, ортогональным на полуинтервалах $(-1,0)$, $(0,1)$. Эти полиномы $P_l^\pm(\mu)$ выражаются через полиномы Лежандра следующим образом:

$$P_l^\pm(\mu)=P_l(2\mu\mp1)H(\mu),$$

где $H(\mu)$ — функция Хевисайда; $H(\mu)=\begin{cases}1 & \text{при } \mu\geqslant 0;\\ 0 & \text{при } \mu<0.\end{cases}$

Полиномы $P_l(2\mu\mp1)$ удовлетворяют условиям ортогональности

$$\pm\int_0^{\pm1}P_l(2\mu\mp1)P_\nu(2\mu\mp1)\,d\mu=\delta_{l\nu}(2l+1).$$

Аналогично угловая плотность потока $\varphi(x,\mu)$ разбивается на две функции $\varphi^\pm(x,\mu)$, соответствующие каждая своему полупространству: $\varphi^\pm(x,\mu)=\varphi(x,\mu)H(\pm\mu)$. Эти функции разлагаются по полуинтервальным полиномам:

$$\varphi^\pm(x,\mu)=\frac{1}{2\pi}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\varphi_l^\pm(x)P_l^\pm(\mu), \qquad (6.57)$$

где

$$\varphi_l^\pm(x)=\pm2\pi\int_0^{\pm1}\varphi^\pm(x,\mu)P_l^\pm(\mu)\,d\mu.$$

В $2P_N$-методе для разложения функции $\varphi(x,\mu)$ и индикатрисы рассеяния используются различные системы ортогональных полиномов [$P_n^\pm(\mu)$ и $P_n(\mu)$ соответственно]. Поэтому между

$\varphi_l^{\pm}(x)$ и $\Sigma_{s,l}$ нет той корреляции, которая обеспечивала простой вид интеграла рассеяния $(2l+1)\Sigma_{s,l}\varphi_l$ в системе уравнений (6.3) в классическом методе сферических гармоник.

При использовании разложений (5.39) и (6.57) в плоской геометрии уравнение (5.17) удается свести к системе дифференциальных уравнений $2P_N$-приближения:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{l+1}{2l+1}\frac{d\varphi_{l+1}^{\pm}}{dx}+\frac{l}{2l+1}\frac{d\varphi_{l-1}^{\pm}}{dx}\pm\frac{d\varphi_l^{\pm}}{dx}\right]+\Sigma\varphi_l^{\pm}=$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{L}(2m+1)\alpha_{lm}^{\pm}\Sigma_{s,m}\sum_{\nu=0}^{N}(2\nu+1)\times$$
$$\times\alpha_{\nu m}^{\pm}\left[\varphi_\nu^{+}+(-1)^{\nu+m}\varphi_\nu^{-}\right]+q_l^{\pm}(x), \qquad (6.58)$$

где $\alpha_{lm}^{\pm}=\pm\int_0^{\pm 1}P_l^{\pm}(\mu)P_m(\mu)\,d\mu$, L — номер приближения индикатрисы рассеяния. Используя свойства полиномов Лежандра, можно показать, что $\alpha_{lm}^{-}=(-1)^{l+m}\alpha_{lm}^{+}$; $\alpha_{l0}^{+}=\delta_{l0}$. Поэтому при изотропном рассеянии правая часть системы уравнений (6.58) становится равной просто $\Sigma_{s,0}\left[\varphi_0^{+}(x)+\varphi_0^{-}(x)\right]$.

В $2P_N$-приближении полагают $\varphi_l^{\pm}(x)=0$ при $l>N$.

Рассмотрим вначале $2P_0$-приближение. Тогда в случае изотропного источника в среде с изотропным рассеянием

$$\pm d\varphi_0^{\pm}/dx+(2\Sigma-\Sigma_{s,0})\varphi_0^{\pm}-\Sigma_{s,0}\varphi_0^{\mp}=2q_0^{\pm}=q_0.$$

Вычитая и складывая эти два уравнения, а также учитывая, что $\varphi_0=\varphi_0^{+}+\varphi_0^{-}$, получаем

$$\left.\begin{aligned}&d\varphi_0/dx+2\Sigma(\varphi_0^{+}-\varphi_0^{-})=0;\\&d(\varphi_0^{+}-\varphi_0^{-})/dx+2(\Sigma-\Sigma_{s,0})\varphi_0=2q_0.\end{aligned}\right\} \qquad (6.59)$$

Эта система сводится к одному уравнению диффузионного типа (5.54) $-(1/2)\Sigma\,d^2\varphi_0/dx^2+2\Sigma_{ув}\varphi_0=2q_0$. Его решение для плоского изотропного источника имеет вид

$$\varphi_0(x)=(2q_0\Sigma/k)\exp(-kx), \qquad (6.60)$$

где характеристическое число $k=2\sqrt{\Sigma\Sigma_{ув}}$. В то же время для изотропного рассеяния в P_1-приближении согласно выражению (6.13) $k=\sqrt{3\Sigma\Sigma_{ув}}$. Сравнение этих величин друг с другом и с P_N-приближением более высокого порядка показывает, что результаты $2P_0$-приближения грубее данных P_1-приближения, но точнее P_0-приближения, согласно которому $\varphi=0$.

Теперь запишем систему уравнений (6.58) в $2P_1$-приближении $(N=1)$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\varphi_1^{\pm}}{dx}\pm\frac{d\varphi_0^{\pm}}{dx}+2\Sigma\varphi_0^{\pm}=\sum_{m=0}^{L}\alpha_{0m}^{\pm}\Sigma_{s,m}R_m(x)+2q_0^{\pm}(x);\\&\frac{1}{3}\frac{d\varphi_0^{\pm}}{dx}\pm\frac{d\varphi_1^{\pm}}{dx}+2\Sigma\varphi_1^{\pm}=\sum_{m=1}^{L}\alpha_{1m}^{\pm}\Sigma_{s,m}R_m(x)+2q_1^{\pm}(x).\end{aligned}\right\} \qquad (6.61)$$

Здесь $R_m(x)=(2m+1)\{\alpha_{0m}^{+}\varphi_0^{+}(x)+\alpha_{0m}^{-}\varphi_0^{-}(x)+3[\alpha_{1m}^{+}\varphi_1^{+}(x)+\alpha_{1m}^{-}\times\varphi_1^{-}(x)\}$. Решение системы (6.61) для задачи с плоским изотропным источником имеет вид

$$\varphi_0^{\pm}(x)=A_1^{\pm}\exp(-k_1x)+A_2^{\pm}\exp(-k_2x), \qquad (6.62)$$

где при изотропном рассеянии

$$k_{1,2}=\left[6\left(2\Sigma-\Sigma_{s,0}\pm\sqrt{3\Sigma^2-3\Sigma\Sigma_{s,0}+\Sigma_{s,0}^2}\right)\right]^{1/2}. \qquad (6.63)$$

При $\Sigma_{s,0}/\Sigma=0{,}5$ характеристическое число k_1 согласно (6.63) равно $k_1=1{,}025$, что несколько точнее (менее чем на 1%) результатов P_2-приближения (см. табл. 6.1).

Особенность $2P_N$-приближения [см. систему (6.61)] состоит в том, что, поскольку при разложении угловой плотности потока и сечения рассеяния используются различные системы ортогональных полиномов, порядок P_L-разложения сечения рассеяния не связан с порядком $2P_N$-приближения угловой плотности потока и может, в частности, существенно его превышать. Это имеет важное значение при расчете распределений высокоэнергетических нейтронов и фотонов.

При расчетах защиты $2P_N$-метод, называемый иногда *модификацией Ивона — Мертенса в методе сферических гармоник*, гораздо более удобен, чем P_N-метод. Это объясняется в первую очередь заметной анизотропией проходящей через защиту части излучения. При этом характер углового распределения нейтронов в направлении переднего полупространства существенно отличается от характера углового распределения нейтронов в обратную сторону. $2P_N$-метод, рассматривающий эти два полупространства отдельно, довольно удобен, и решение быстро сходится. Например, для слабопоглощающих сред в ряде задач точность $2P_2$-приближения превышает точность P_7-приближения. Но больше всего преимущества $2P_N$-приближения проявляются для гетерогенных защит, особенно при наличии материалов, сильно различающихся по ядерно-физическим свойствам, например на границах с сильнопоглощающим материалом, а также в альбедных задачах. В $2P_N$-приближении граничные условия могут быть удовлетворены точно. При облучении внутренней поверхности защиты потоком излучения плотностью $\varphi_{пад}(\mu)$ граничное условие имеет вид

$$\varphi_l^+(0)=\varphi_{l,\text{пад}}.$$

На внешней поверхности защиты

$$\varphi_l^-(d)=0.$$

Следует, однако, отметить, что во внутренних точках слоев сходимость $2P_N$-приближения несколько хуже, чем у обычного P_N-приближения.

Использование конечно-разностных численных схем. Аналитическое решение уравнений полиномиальных приближений удается выполнить лишь в крайне редких случаях: для однородной среды, простых источников и т. п. В практических расчетах с помощью ЭВМ проводится численное решение этих уравнений, основанное на использовании конечно-разностных численных схем. Проиллюстрируем их применение на примере P_N-приближения метода сферических гармоник в плоской геометрии.

Если ввести в рассмотрение векторы $\boldsymbol{\varphi}=|\varphi_{2l}|$, $\mathbf{J}=|\varphi_{2l+1}|$, $\mathbf{q}=|(2l+1)q_{2l}|$, $\mathbf{q}_1=|(2l+1)q_{2l+1}|$ с компонентами φ_{2l}, φ_{2l+1}, ... и т. д. ($l=0, 1, ..., N$), то систему уравнений (6.3) для P_N-приближения можно записать в матричной форме следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\alpha}d\mathbf{J}/dx+\mathbf{a}\boldsymbol{\varphi}=\mathbf{q};\\&\boldsymbol{\beta}d\boldsymbol{\varphi}/dx+\mathbf{b}\mathbf{J}=\mathbf{q}_1.\end{aligned}\right\}\qquad(6.64)$$

Здесь $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ — некоторые числовые квадратные матрицы; $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ — диагональные матрицы вида $\mathbf{a}=\|(1+4l)\Sigma_{tr,2l}\|$; $\mathbf{b}=\|(3+4l)\times\Sigma_{tr,2l+1}\|$. Видна полная аналогия формальной матричной записи системы (6.64) с записью системы уравнений P_1-приближения (6.20).

Граничные условия (6.16) на внешней поверхности защиты также записываются в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{B}\mathbf{J}=0,\quad x=d,\qquad(6.65)$$

где $\mathbf{A}=\|a_{i,2m}\|$; $\mathbf{B}=\|a_{i,2m+1}\|$; $i, m=0, 1, ..., (N-1)/2$. Подобным образом преобразуется запись граничных условий на внутренней поверхности защиты:

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{D}\mathbf{J}=\boldsymbol{\varphi}_{\text{пад}},\quad x=0.\qquad(6.66)$$

Далее весь интервал значений $x[0, d]$ разбивают узловыми точками x_k на частичные интервалы ($k=0, 1, ..., K$), причем обычно делают так, чтобы границы раздела сред располагались в узловых точках (рис. 6.2). Расстояние между соседними узловыми точками конечно-разностной сети x_k должно быть достаточно мало по сравнению со средней длиной свободного пробега. При использовании постоянства сечений между соседними узловыми точками и предположения линейной зависимости моментов плотности потока от пространственной координаты между ними система уравнений (6.64) интегрируется по интервалу (x_{k-1}, x_k) и приводится к виду

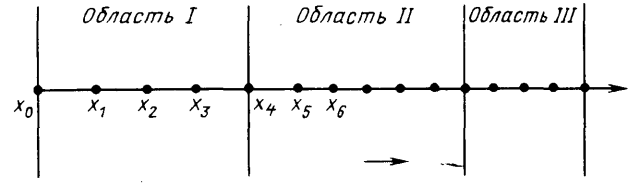


Рис. 6.2. Узлы пространственной сетки в одномерной геометрии

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{a}_k\mathbf{J}_{k-1}+\alpha_k\mathbf{J}_k-\mathbf{b}_k\boldsymbol{\varphi}_{k-1}+\boldsymbol{\beta}_k\boldsymbol{\varphi}_k=\boldsymbol{\psi}_k;\\&-\gamma_k\mathbf{J}_{k-1}+c_k\mathbf{J}_k+\boldsymbol{\delta}_k\boldsymbol{\varphi}_{k-1}+\mathbf{d}_k\boldsymbol{\varphi}_k=\mathbf{f}_k.\end{aligned}\right\}\qquad(6.67)$$

Здесь $\boldsymbol{\varphi}_k$ и $\mathbf{J}_k$ — значения векторов $\boldsymbol{\varphi}$ и $\mathbf{J}$ в точке x_k; матрицы $\mathbf{a}_k$, ..., $\mathbf{d}_k$ связаны с сечениями на рассматриваемом интервале, причем их порядок определяется номером P_N-приближения, а $\boldsymbol{\psi}_k$ и $\mathbf{f}_k$ — с векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}_1$. При этом граничные условия (6.65), (6.66) преобразуются к виду

$$\mathbf{J}_0+\mathbf{d}_0\boldsymbol{\varphi}_0=\mathbf{Q}_0;\qquad(6.68)$$

$$\mathbf{a}_{K+1}\mathbf{J}_K+\mathbf{b}_{K+1}\boldsymbol{\varphi}_K=0.\qquad(6.69)$$

Существуют различные методы решения системы уравнений (6.67), называемые *методами матричной факторизации или прогонки*. Широко используется метод исключения из этой системы величин $\mathbf{J}_k$ и переход к «трехточечной» форме уравнений типа

$$-\mathbf{A}_k\boldsymbol{\varphi}_{k+1}+\mathbf{B}_k\boldsymbol{\varphi}_k-\mathbf{C}_k\boldsymbol{\varphi}_{k-1}=\mathbf{D}_k,\qquad(6.70)$$

связывающей значение искомой функции в трех узловых точках. Решение уравнений (6.70) ищут в виде

$$\boldsymbol{\varphi}_k=\mathbf{E}_{k+1}\boldsymbol{\varphi}_{k+1}+\mathbf{g}_{k+1},\qquad(6.71)$$

где $\mathbf{E}_{k+1}$ — матрица; $\mathbf{g}_{k+1}$ — вектор; их определяют с помощью специальных рекуррентных соотношений

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{E}_{k+1}=(\mathbf{B}_k-\mathbf{C}_k\mathbf{E}_k)^{-1}\mathbf{A}_k;\\&\mathbf{g}_{k+1}=(\mathbf{B}_k-\mathbf{C}_k\mathbf{E}_k)^{-1}(\mathbf{D}_k+\mathbf{C}_k\mathbf{g}_k),\end{aligned}\right\}\qquad(6.72)$$

причем $\mathbf{E}_1=0$; $\mathbf{g}_1=0$, $\mathbf{E}_{K+1}=0$.

Приведем окончательную схему расчета:

1. Начиная с $\mathbf{E}_1=0$, $\mathbf{g}_1=0$ по рекуррентным формулам (6.72) последовательно находят (прямая «прогонка» с возрастанием k) $\mathbf{E}_1=0$, $\mathbf{E}_2$, ..., $\mathbf{E}_k$, ..., $\mathbf{E}_K$, $\mathbf{E}_{K+1}=0$; $\mathbf{g}_1=0$, $\mathbf{g}_2$, ..., $\mathbf{g}_k$, ..., $\mathbf{g}_K$, $\mathbf{g}_{K+1}$.

2. По формуле (6.71) рассчитывают значения $\boldsymbol{\varphi}_k$, причем расчет ведут в сторону убывающих значений k, т. е. «прогоняют» в обратном направлении (отсюда термин прогонка):

$$\boldsymbol{\varphi}_K = \mathbf{g}_{K+1};\ \boldsymbol{\varphi}_{K-1}, \ldots, \boldsymbol{\varphi}_k, \ldots, \boldsymbol{\varphi}_2, \boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_0.$$

Значения вектора $\mathbf{J}_k$ определяют из соотношения

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{M}_k \boldsymbol{\varphi}_k + \mathbf{N}_k, \tag{6.72а}$$

где $\mathbf{M}_k$, $\mathbf{N}_k$ — матрица и вектор, связанные с $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{C}_k$, причем в соответствии с (6.68) $\mathbf{M}_0 = -\mathbf{d}_0$; $\mathbf{N}_0 = \mathbf{C}_0$.

Некоторые другие способы вывода формул матричной прогонки [например, способ использования принципа инвариантности — без исключения $\mathbf{J}_k$ из системы (6.67)] приведены в разделе, посвященном методам дискретных ординат.

§ 6.4. Методы дискретных ординат

В начальный период развития теории переноса излучений в практике расчетов защиты наиболее широко применялся метод сферических гармоник. Наряду с многими достоинствами недостатками этого метода являются довольно плохая сходимость решения при сильном поглощении (или замедлении) и требование применения приближений высокого порядка, что усложняет рассмотрение задачи описания сильной анизотропии угловой плотности потока излучения, имеющей место при прохождении больших толщин защиты. Кроме того, при вычислениях по этому методу возникают погрешности из-за приближенной постановки условий на границах различных сред, что сужает возможности применения метода сферических гармоник к гетерогенным многослойным защитам.

Во многих задачах более перспективно применение так называемых методов дискретных ординат (методов численного интегрирования кинетического уравнения), впервые предложенных Виком и далее детально разработанных Чандрасекаром. Основная идея методов дискретных ординат (или дискретных направлений) состоит в том, что угловая плотность потока излучения аппроксимируется функцией, определенной в дискретных узлах угловой переменной. Выбор узлов зависит от формулы численного интегрирования, используемой при вычислении интеграла рассеяния в кинетическом уравнении.

Методы дискретных ординат наиболее развиты для плоской геометрии, поэтому вначале рассмотрим их применение в этой геометрии. Запишем уравнение (5.17) для нейтронов в однородной среде

$$\mu \partial \varphi(x, \mu)/\partial x + \Sigma \varphi(x, \mu) = \int_{-1}^{+1} d\mu' \Sigma_s(\mu' \to \mu) \varphi(x, \mu') + q(x, \mu). \tag{6.73}$$

Интеграл рассеяния в правой части аппроксимируется формулой численного интегрирования (N — четно) — квадратурной суммой:

$$\int_{-1}^{+1} d\mu' \Sigma_s(\mu' \to \mu) \varphi(x, \mu') = \sum_{j=-N/2}^{N/2} a_j \Sigma_s(\mu'_j \to \mu) \varphi(x, \mu'_j), \tag{6.74}$$

где веса a_j и узлы μ_j определяются квадратурной формулой и не зависят от подынтегрального выражения. При этом всегда $\sum_{j=-N/2}^{N/2} a_j = 2$ и обычно, хотя и не обязательно, $a_j = a_{-j}$; $\mu_{-j} = -\mu_j$; $\mu_j \neq 0$; $j = -N/2, -N/2+1, \ldots -1, +1, +2, \ldots, N/2$. При использовании равенства (6.74) интегродифференциальное уравнение (6.73) можно приближенно заменить системой линейных (алгебраических по μ, дифференциальных по x) уравнений, которая решается обычными методами:

$$\mu_i \frac{\partial \varphi(x, \mu_i)}{\partial x} + \Sigma \varphi(x, \mu_i) = \sum_{j=-N/2}^{N/2} a_j \Sigma_{s,i,j} \varphi(x, \mu_j) + q(x, \mu_i) = Q_i(x). \tag{6.75}$$

Здесь

$$\Sigma_{s,i,j} = \Sigma_s(\mu'_j \to \mu_i). \tag{6.76}$$

Таким образом, в отличие от метода сферических гармоник, при применении которого от угловой переменной переходят к моментам угловой плотности потока, в методах дискретных ординат непрерывный ряд значений угловой переменной заменяется дискретным рядом переменных μ_i (отсюда и название — метод дискретных ординат).

Систему уравнений (6.75) часто называют *системой уравнений D_N-приближения*, поэтому далее будем использовать это название. В методе дискретных ординат при подготовке констант $\Sigma_{s,i,j}$ (6.76) возможны два способа их вычисления: расчет суммы (6.38) и использование непосредственно явного вида угловой зависимости дифференциального сечения рассеяния.

При нулевых источниках решение уравнения (6.75) имеет вид

$$\varphi(x, \mu_i)=\sum_{j=-N/2}^{N/2}\frac{A_j\Sigma_{s,i,j}}{\Sigma+\nu_j\mu_i}\exp(\nu_j x), \qquad (6.77)$$

где A_j — постоянные, определяемые из граничных условий; ν_j — корни характеристического уравнения, получаемого подстановкой решения (6.77) в уравнение (6.75).

Если дифференциальное сечение рассеяния выражается формулой (6.38), то при $L<N/2$ характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$\left|\delta_{lm}-(2l+1)\frac{\Sigma_{s,l}}{2}\sum_{i=N/2}^{N/2}\frac{a_i P_l(\mu_i)P_m(\mu_i)}{\Sigma+\nu\mu_i}\right|=0. \qquad (6.78)$$

Например, при $L=1$ это уравнение записывается следующим образом:

$$\begin{vmatrix}1-(\Sigma_{s,0}/2)\sum_i a_i/(\Sigma+\nu\mu_i) & -(3\Sigma_{s,1}/2)\sum_i a_i\mu_i/(\Sigma+\nu\mu_i)\\ -(\Sigma_{s,0}/2)\sum_i a_i\mu_i/(\Sigma+\nu\mu_i) & 1-(3\Sigma_{s,1}/2)\sum_i a_i\mu_i^2/(\Sigma+\nu\mu_i)\end{vmatrix}=0. \qquad (6.79)$$

В случае неоднородной защиты на поверхности раздела сред с различными ядерно-физическими свойствами функция $\varphi(x, \mu_i)$ непрерывна: $i=-N/2+1, \ldots, 1, \ldots, N/2$. Естественно, что этот тип граничных условий гораздо более точен, чем условие непрерывности моментов плотности углового потока $\varphi_i(x)$ в методе сферических гармоник.

В теории переноса показано, что одномерные уравнения D_{2N}-приближения метода Вика — Чандрасекара эквивалентны уравнениям P_{2N-1}-приближения метода сферических гармоник при выборе в качестве μ_i *узлов Гаусса*, т. е. корней уравнения

$$P_{2N}(\mu_i)=0. \qquad (6.80)$$

Тогда погрешность приближения (6.74) (при данном N) оказывается минимальной по сравнению с любыми другими вариантами узлов. Различие порядка приближения метода сферических гармоник и метода дискретных ординат обусловлено тем, что в первом методе для P_{2N}-приближения число характеристик (параметров) решения — угловых моментов (вместе с нулевыми) — равно $2N+1$, а во втором для D_{2N}-приближения число характеристик решения — корней уравнения (6.80) — равно $2N$. В частности, при $N=3$: $\mu_{\pm1}=\pm0{,}2386$; $\mu_{\pm2}=\pm0{,}6612$; $\mu_{\pm3}=\pm0{,}9325$. Соответствующие квадратурные веса определяются соотношением

$$a_j=2(1-|\mu_j|)^2/[(2N+1)P_{2N+1}(\mu_j)]^2.$$

Если формулу (6.74) применить к каждому из интервалов $(-1, 0)$ и $(0, 1)$ и принять для этих узлов корни полиномов

$$P_N(2\mu_i\mp1)=0, \qquad (6.81)$$

получается $2D_N$-приближение метода дискретных ординат, эквивалентное $2P_{N-1}$-приближению полиномиального метода Ивона — Мертенса. При этом, в частности, при $N=3$: $\mu_{\pm1}=\pm0{,}1127$; $\mu_{\pm2}=\pm0{,}5000$; $\mu_{\pm3}=\pm0{,}8873$.

Учитывая, что индикатрису рассеяния в расчетах методом дискретных ординат можно рассматривать в P_L-приближении (причем значение L может как угодно отличаться от N), получаем общее обозначение приближения решения задачи в этом методе: $D_{2N}P_L$ — при использовании узлов квадратуры согласно (6.80) и $2D_NP_L$ — при использовании узлов согласно (6.81).

Для аппроксимации угловой зависимости решения между отдельными узлами (направлениями) функцию $\varphi(x, \mu)$ выражают в виде интерполяционного полинома

$$\varphi(x, \mu)=\sum_i \varphi(x, \mu_i)L_i(\mu), \qquad (6.82)$$

где $L_i(\mu)$ — интерполяционные множители Лагранжа,

$$L_i(\mu)=\prod_{i'\neq i}(\mu-\mu_{i'})/\prod_{i'\neq i}(\mu_i-\mu_{i'}). \qquad (6.83)$$

Полиномиальный метод и метод Вика — Чандрасекара эквивалентны в том смысле, что интерполяционный полином (6.82), построенный по значениям решения, найденного D_{2N}-методом, при $L\leqslant 2N$ совпадает с соответствующим P_{2N-1}-приближением или стремится к нему при $N\to\infty$ в зависимости от точности описания граничных условий (аналогично для $2D_N$- и $2P_{N-1}$-приближений).

Методы дискретных ординат в двух- и трехмерной прямоугольной геометрии принципиально мало отличаются от плоской геометрии — лишь увеличивается количество переменных и решение задачи становится более громоздким. Для угловых переменных вводится квадратурная сетка $\{\mathbf{\Omega}_m\}$ $(m=1, \ldots, M)$ с соответствующими весами $a_m>0$. Каждое направление $\mathbf{\Omega}_m$ может быть задано, например, своими сферическими координатами (μ_m, ψ_m). Интегралы по углу от $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$, например $\varphi_0(\mathbf{r})$ или интеграл рассеяния, заменяются квадратурной суммой типа

$$\varphi_0(\mathbf{r})=\int\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\,d\mathbf{\Omega}\approx$$
$$\approx\sum_{m=1}^{M}a_m\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}_m);\quad\sum_{m=1}^{M}a_m=4\pi. \qquad (6.84)$$

В криволинейной геометрии (например, при сферической симметрии задач как одномерных, так и двумерных) узлы $\mathbf{\Omega}_m$

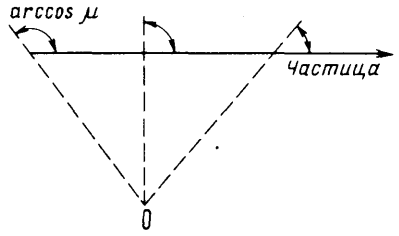


Рис. 6.3. Изменение направляющего косинуса частицы, проходящей через среду без столкновений, в криволинейной системе координат

одновременно используются и для аппроксимации дифференциальной части уравнения переноса, что накладывает дополнительные ограничения на класс допустимых квадратур. Это объясняется тем, что в криволинейной геометрии параметры, характеризующие направление движения частицы, изменяются при ее прохождении через среду, даже если она не испытывает столкновений, и, следовательно, вводится дополнительная связь между уравнениями, описывающими движение частиц в отдельных дискретных направлениях. Например, в сферической геометрии μ (косинус угла между радиусом-вектором $\mathbf{r}$ и направлением движения частицы $\mathbf{\Omega}$) непрерывно возрастает по мере того, как частица проходит через среду (рис. 6.3). В связи с этим в отличие от плоской геометрии необходимо вычисление производных по угловым переменным в уравнении переноса. Для расчета таких производных вначале решают уравнение переноса в выделенных направлениях, вдоль которых угловые переменные не изменяются при перемещениях частиц. В сферической геометрии это $\mu=\pm 1$, т. е. по прямой к центру и от центра, и при этом коэффициент $(1-\mu^2)/r$ перед $\partial\varphi/\partial\mu$ в уравнении (5.13) равен нулю. Тогда для известных значений источника q_0 уравнение можно решить аналогично более простому случаю плоской геометрии. В цилиндрической геометрии, кроме $\mu=\pm 1$, т. е. для движения частицы параллельно оси цилиндра, таким направлениям соответствует $\sin\psi=0$, т. е. движение частицы к оси цилиндра или от нее. Полученные результаты для выделенных направлений затем можно использовать в качестве граничных условий при решении уравнения переноса для других направлений. Такой подход используется при расчете задач с криволинейной геометрией S_N-методом (см. ниже).

Если дифференциальный оператор в уравнении переноса содержит производную по азимутальному углу ψ [см. (5.15)], то узлы в (6.84) обычно располагают на параллелях с постоянными значениями $\mu=\mu_l$ в количестве M_l на l-й параллели, достаточном для аппроксимации указанной производной. Тогда

$$\varphi_0(\mathbf{r})\approx\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M_l}a_{lm}\varphi(\mathbf{r},\ \mu_l,\ \psi_{lm}). \qquad (6.85)$$

Направления с $\mu=\mu_l$, $\psi=\pi$ $(l=1,\ ...,\ L)$, для которых угловые производные в $(\mathbf{\Omega}\nabla)$ обращаются в нуль, часто включают в число узлов квадратурной формулы (с нулевым весом)*. Существование физической симметрии рассматриваемых задач дает дополнительные условия для выбора квадратурной сетки.

Метод Вика — Чандрасекара не получил широкого применения, в первую очередь из-за трудностей при рассмотрении задач с криволинейной геометрией. Для этих задач более удобным для реализации на ЭВМ оказался S_N-метод.

S_N-метод. Рассмотрим общие принципы S_N-метода, основные идеи которого сформулированы Карлсоном, на примере сферически-симметричной задачи. Исходной в S_N-методе (так же как в DS_N, см. ниже) является интегродифференциальная форма уравнения переноса. Аналогично уравнению (6.73) для сферической геометрии можно получить

$$\mu\frac{\partial\varphi(r,\ \mu)}{\partial r}+\frac{1-\mu^2}{r}\frac{\partial\varphi(r,\ \mu)}{\partial\mu}+\Sigma\varphi(r,\ \mu)=\int_{-1}^{+1}d\mu'\Sigma_s(\mu'\to\mu)\varphi(r,\ \mu')+$$

$$+q(r,\ \mu)=Q(r,\ \mu). \qquad (6.86)$$

Интервал изменения $\mu[-1,\ +1]$ делится на N подынтегралов — сегментов*1 (не обязательно одинаковых) точками μ_j, причем $\mu_0=-1$; $\mu_N=1$. Внутри каждого подынтервала $\mu_{j-1}\leqslant\mu\leqslant\mu_j$ угловое распределение аппроксимируется линейной функцией*2

$$\varphi(r,\ \mu)=[(\mu-\mu_{j-1})\varphi(r,\ \mu_j)+(\mu_j-\mu)\varphi(r,\ \mu_{j-1})]/\Delta\mu_j, \qquad (6.87)$$

где $\Delta\mu_j=\mu_j-\mu_{j-1}$. Подставив (6.87) в (6.86), проведем усреднение уравнения по интервалу $\Delta\mu_j$: проинтегрируем по μ от μ_{j-1} до μ_j и разделим результат на $\Delta\mu_j$. Тогда, обозначая угловыми скобками $\langle\ \rangle_j$ такие усредненные величины, получаем

$$\langle\mu\partial\varphi/\partial r\rangle_j=[d\varphi(r,\ \mu_j)/dr]\langle\mu(\mu-\mu_{j-1})\rangle_j/\Delta\mu_j+$$

$$+[d\varphi(r,\ \mu_{j-1})/dr]\langle\mu(\mu_j-\mu)\rangle_j/\Delta\mu_j;$$

$$\langle(1-\mu^2)\partial\varphi/\partial\mu\rangle_j=[\varphi(r,\ \mu_j)-\varphi(r,\ \mu_{j-1})]\langle 1-\mu^2\rangle_j/\Delta\mu_j;$$

$$\langle\varphi\rangle_j=[\varphi(r,\ \mu_j)+\varphi(r,\ \mu_{j-1})]/2.$$

В результате уравнение (6.86) преобразуется в систему N обыкновенных дифференциальных уравнений $(j=1,\ ...,\ N)$

---

* При одномерной сферической геометрии так поступают с направлением, характеризуемым значением $\mu=-1$.

*1 От слова segment происходит название метода.

*2 Напомним здесь о линейности функции $\varphi(\mu)$ в диффузионном приближении.

$$(a_j d/dr + b_j/r + \Sigma)\varphi(r, \mu_j) + (\bar{a}_j d/dr - b_j/r + \Sigma)\varphi(r, \mu_{j-1}) = \\ = Q(r, \mu_j) + Q(r, \mu_{j-1}), \quad (6.88)$$

где

$$\left.\begin{aligned} a_j &= 2\langle \mu(\mu - \mu_{j-1})\rangle_j / \Delta\mu_j = (2\mu_j + \mu_{j-1})/3; \\ \bar{a}_j &= 2\langle \mu(\mu_j - \mu)\rangle_j / \Delta\mu_j = (\mu_j + 2\mu_{j-1})/3; \\ b_j &= 2\langle 1 - \mu^2\rangle_j = 2(3 - \mu_j^2 - \mu_j\mu_{j-1} - \mu_{j-1}^2)/(3\Delta\mu_j). \end{aligned}\right\} \quad (6.89)$$

Отметим, что соответствие метода дискретных ординат методу сферических гармоник в случае S_N-метода можно трактовать как некоторое соответствие S_N- $2P_{N/2-1}$-приближению метода сферических гармоник, поскольку число характеристик решения в этих приближениях совпадает: число угловых интервалов в S_N-приближении равно N, так же как число угловых моментов (вместе с нулевым) в $2P_{N/2-1}$-приближении равно $2(N/2-1+1)=N$. Система N уравнений (6.88) содержит $(N+1)$ неизвестных функций $\varphi(r, \mu_j)$. В сферической геометрии $(N+1)$-м уравнением может служить уравнение переноса (6.86) при $\mu=\mu_0=-1$, т. е.

$$(d/dr + \Sigma)\varphi(r, \mu_0 = -1) = Q(r, \mu_0 = -1). \quad (6.90)$$

Этим и завершается S_N-преобразование функций угловой переменной. Последнее уравнение можно считать одним из элементов системы уравнений (6.88) при $j=0$, принимая, в частности, $b_0=0$. Проверим балансность полученных уравнений (6.88) S_N-приближения. Для этого, вначале проинтегрировав уравнение (6.86) по μ, получим уравнение для плотности потока φ_0 и тока J

$$(d/dr + 2/r)J(r) + \Sigma\varphi_0(r) = Q_0(r), \quad (6.91)$$

которое выражает баланс частиц. Это легко увидеть, если обе части равенства умножить на $4\pi r^2$ и проинтегрировать от a до b. Полученный результат — балансное соотношение

$$4\pi b^2 J(b) - 4\pi a^2 J(a) = 4\pi \int_a^b r^2 [Q_0(r) - \Sigma\varphi_0(r)]\, dr \quad (6.92)$$

показывает, что количество частиц, проходящих через поверхность $r=b$ и поверхность $r=a$, различается числом частиц, появившихся в сферическом слое $a \leqslant r \leqslant b$ за счет источника Q за вычетом частиц, выбывших при взаимодействии с ядрами в нем. Теперь умножим j-е уравнение системы (6.88) на $\Delta\mu_j$ и просуммируем полученные таким образом уравнения этой системы по j от 1 до N. При этом учтем, что в соответствии с формулами (5.42) и (6.89) плотность потока и тока в S_N-приближении при применении формулы трапеций для численного интегрирования

$$\varphi_0(r) = 2\pi \sum_{j=0}^{N} \delta_j \varphi(r, \mu_j); \quad J(r) = 2\pi \sum_{j=0}^{N} c_j \varphi(r, \mu_j). \quad (6.93)$$

Здесь $\delta_j = (\Delta\mu_j + \Delta\mu_{j+1})/2\ (j \neq 0;\ j \neq N)$; $\delta_0 = \Delta\mu_1/2$; $\delta_N = \Delta\mu_N/2$; $c_j = \delta_j(a_j + \bar{a}_{j+1})\ (j \neq 0;\ j \neq N)$; $c_0 = a_0\delta_0$; $c_N = a_N\delta_N$. В результате получим уравнение, совпадающее с уравнением баланса (6.91). Таким образом, приходим к выводу, что если в каждой точке r набор функций $\varphi(r, \mu_j)$ удовлетворяет системе уравнений (6.88), то баланс частиц соблюдается *.

Для наглядности и сравнения с P_N-приближением рассмотрим случай плоской геометрии с изотропным рассеянием с нулевым источником при разбиении интервала $(-1, 1)$ на N равных частей. При этом в системе (6.88) можно положить: $b_j=0$; $l_j=2/N$; $\mu_j=2j/(N-1)$; $a_j=2(j-1/3)/(N-4/3)$; $a_{j+1}=2(j+1/3)/(N-2/3)$; $\delta_j=2/N$; $c_j=4j/N^2$.

Тогда система S_N-уравнений (6.88) примет вид

$$(d/dx)[a_j\varphi(x, \mu_j) + \bar{a}_j\varphi(x, \mu_{j-1})] + \Sigma[\varphi(x, \mu_j) + \varphi(x, \mu_{j-1})] = \\ = \Sigma_{s,0}\varphi_0,\ j=0, 1, 2, \ldots, N. \quad (6.94)$$

В качестве независимой переменной введем также плотность потока

$$\varphi_0 = 2\pi[\varphi(\mu_0) + 2\varphi(\mu_1) + \ldots + 2\varphi(\mu_{N-1}) + \varphi(\mu_N)]/N.$$

Так как имеется $(N+1)$ уравнений и $(N+2)$ неизвестных, требуется дополнительное уравнение.

Используем уравнение переноса при $\mu=0$, а именно: $\varphi(0) = \Sigma_{s,0}\varphi_0/(2\Sigma)$. (Для точек x^* на границе раздела сред, где угловая плотность потока претерпевает разрыв, под $\varphi(0)$ подразумевается полусумма предельных значений угловой плотности потока при $\mu \to 0$, $x \to x^*$ справа и слева от границы раздела.)

Из очевидной по физическому смыслу ограниченности значений угловой и полной плотности потока на границах различных сред следует требование непрерывности функций

$$a_j\varphi(\mu_j) + \bar{a}_j\varphi(\mu_{j-1}),\ j=1, 2, \ldots, N, \quad (6.95)$$

поскольку для этого согласно (6.94) они должны быть дифференцируемыми. Это условие несколько отличается от обычного требования S_N-метода о непрерывности каждой функции $\varphi(\mu_i)$, и фактически это есть следствие предположения, что нейтроны распределены по каждому интервалу μ, а не сконцентрированы в дискретных узлах. Хотя ток J, вычисляемый из условий (6.95), непрерывен, плотность потока φ_0 на поверхности раздела претерпевает разрыв, как в случае четного P_N-приближения.

---

* Разностные схемы, использующие баланс частиц, в математической литературе называют консервативными.

Рассмотрим S_2-приближение ($N=2$). При этом $\varphi_0 = 2\pi[\varphi(1)+2\varphi(0)+\varphi(-1)]/2$; $J=2\pi[\varphi(1)-\varphi(-1)]/3$. Суммируя уравнения (6.94) при $j=1$ и $j=-1$, получаем

$$dJ(x)/dx+(\Sigma-\Sigma_{s,0})\varphi_0(x)=0. \qquad (6.96)$$

Вычитая эти же уравнения, получаем

$$J(x)=-(1/(3\Sigma))(d/dx)(1+\Sigma_{ув}/(3\Sigma))\varphi_0(x). \qquad (6.97)$$

Уравнения (6.96) и (6.97) можно свести к диффузионному уравнению типа (5.56) с характеристическим числом:

$$k=1/L=\sqrt{3\Sigma_{ув}\Sigma(1+\Sigma_{ув}/3\Sigma)}. \qquad (6.98)$$

Сравнение (6.98) с выражениями для k (6.13) в P_1- и P_2-приближениях при изотропном рассеянии показывает, что S_2-приближение (наинизшее из всех S_N) точнее P_1-приближения, однако менее точно, чем P_2-приближение.

Так как основной целью S_N-метода, как и любого метода решения уравнения переноса, является его преобразование в форму, удобную для его численного решения, следующим шагом является дальнейшее преобразование уравнения (6.98) по пространственной переменной в систему конечно-разностных уравнений. Рассматривая сферу радиусом R, разделим область $0\leqslant r\leqslant R$ на K интервалов (r_{k-1}, r_k), задав значения r_k таким образом, чтобы в эти значения входили поверхности раздела различных материалов (если сфера гетерогенная). Если принять, что сечения Σ и источник Q постоянны в пределах каждого интервала $\Delta r_k = r_k - r_{k-1}$ и равны Σ_k и $Q_{k-1/2}$ соответственно, то при интегрировании системы уравнений (6.88), умноженной на $4\pi r^2$, по каждому такому интервалу в предположении линейной пространственной зависимости дифференциальной плотности потока получим «четырехточечное» разностное уравнение для величин $\varphi_{k,j}=\varphi(r_k, \mu_j)$:

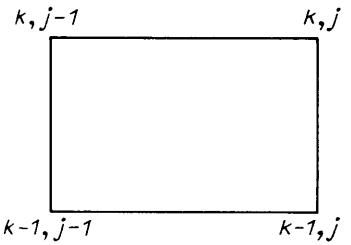
$$a_{k,j}\varphi_{k,j}+b_{k,j}\varphi_{k-1,j}+c_{k,j}\varphi_{k,j-1}+d_{k,j}\varphi_{k-1,j-1}=\Delta\mu_j Q_{k-1/2,j}. \qquad (6.99)$$

Здесь коэффициенты $a_{k,j}$, $b_{k,j}$, $c_{k,j}$, $d_{k,j}$ являются функциями μ_j, μ_{j-1}, r_k, Δr_k, Σ_k. Аналогично можно получить разностный аналог уравнения (6.90):

$$\varphi_{k-1,0}=\alpha_k\varphi_{k,0}+\beta_k Q_{k-1/2,0}, \qquad (6.100)$$

где α_k, β_k — функции r_k, Δr_k, Σ_k. Таким образом, видно, что конечно-разностная система уравнений S_N-метода получается из исходного уравнения переноса (6.86), представляющего собой запись баланса частиц в элементарной ячейке фазового пространства (r, μ), формальным интегрированием по разностной ячейке пространства (r_{k-1}, r_k), (μ_{j-1}, μ_j) (рис. 6.4). Как

Рис. 6.4. Ячейка конечно-разностной сетки в S_N-методе



было показано выше для угловой переменной, например, такое интегрирование не нарушает баланса.

Что касается пространственной переменной, то приближения линейной зависимости $\varphi(r)$ и постоянства Q в пределах ячейки, принятые выше, естественно, не нарушают балансности и по этой переменной. Вместе с тем эти приближения не являются обязательными, и в общем случае при получении системы (6.99) могут быть приняты какие-либо другие предположения относительно $\varphi(r)$ и $Q(r)$ в пределах ячейки. Только при наличии таких предположений можно установить связь значений этих функций на границах ячейки и значений, усредненных по ячейке, и получить конкретные выражения для коэффициентов $a_{k,j}$, $b_{k,j}$, $c_{k,j}$, $d_{k,j}$.

При формулировке указанной связи при различных вариантах способа получения системы разностных уравнений S_N-методом учитывается требование соблюдения баланса частиц в ячейке. И более того, в некоторых схемах используются специальные балансные соотношения, получаемые интегрированием по ячейке системы уравнений (6.88) с весом $(r-r_k)^m$, $(m=1, 2, ...)$.

Теперь опишем численный алгоритм решения разностной системы (6.99) для задачи с граничным условием (5.14). При заданном источнике Q согласно условию (5.14) полагают $\varphi_{K,j}=0$. Пользуясь уравнением (6.100), определяют $\varphi_{K-1,0}$ и последовательно остальные $\varphi_{k,0}$, а затем, используя уравнение (6.99), находят $\varphi_{K-1,j}$ при $j=1, 2, ..., N/2$ (т. е. для частиц с направлением движения к центру сферы). Затем в таком же порядке вычисляют $\varphi_{K-2,j}$ при $j=1, 2, ..., N/2$. Значение φ при $r=0$ получают из уравнения (6.100). При переходе от r_k к r_{k-1} при $\mu_j\leqslant 0$ в памяти ЭВМ запоминаются значения $\varphi_{k-1,j}$ $(j=0, 1, ..., N/2)$. Одновременно по этим значениям вычисляется сумма (6.93) для учета уточнения $\varphi_0(r)$ в следующем итерационном приближении. Таким образом, расчет $\varphi_{k,j}$ и слагаемых в φ_0 ведется при $-1\leqslant\mu_j\leqslant 0$ циклами по убывающим значениям r_k: $k=K-1, K-2, ..., 0$, а внутри каждого цикла — по последовательности точек (r_k, μ_j), находящихся на одном радиусе при $j=0, 1, ..., N/2$. Такой порядок расчета позволяет в случае многозонных задач не производить при

каждом вычислении нового значения $\varphi_{k,j}$ выборку из памяти значений Σ и Q, зависящих только от r, а сделать такую выборку 1 раз при расчете $\varphi_{k,j}(j=0, 1, ..., N/2)$. Расчет $\varphi_{k,j}$ при $j=N/2+1, ..., N$ и слагаемых в φ_0 начинается с $k=1$ по формуле (6.99), затем расчеты повторяются для $k=2, ..., K$. Для контроля устойчивости описанной процедуры расчета целесообразно дополнительно просчитать $\varphi_{k,N}$ по разностному аналогу уравнения (6.86) при $\mu=1$

$$(d/dr+\Sigma)\,\varphi(r, 1)=Q(r, 1), \tag{6.101}$$

а именно

$$\varphi_{k-1,N}=\alpha'_k\varphi_{k,N}+\beta'_k Q_{k-1/2,N}, \tag{6.102}$$

где α'_k, β'_k — функции r_k, Δr_k, Σ_k. Результаты такого расчета сравниваются с ранее полученными. Функция $\varphi_1(r)$ рассчитывается после того, как найдена функция $\varphi_0(r)$; для этого используются разностный аналог уравнения баланса (6.92) и условие $\varphi_1(0)=0$.

Как видно, численный алгоритм решения задач переноса S_N-методом довольно прост и удобен для реализации на ЭВМ.

Для наглядности иллюстрации недостатков S_N-метода рассмотрим случай однородной среды в плоской геометрии. Обозначим правую часть уравнения (5.17) через $Q(x, \mu)$ и введем пространственную сетку с ячейками $\Delta x_k=x_k-x_{k-1}$. Проинтегрируем это уравнение по такой ячейке для выделенного направления μ_j. Усредненное по ячейке значение угловой плотности потока $\bar{\varphi}$ выразим как среднеарифметическое значений φ на границах ячейки

$$\bar{\varphi}_{k,j}=(\varphi_{k-1,j}+\varphi_{k,j})/2. \tag{6.103}$$

Такая численная схема ячейки носит название «алмазной» разности и широко используется в расчетах. Тогда можно записать

$$\mu_j(\varphi_{k,j}-\varphi_{k-1,j})/\Delta x_k+\Sigma(\varphi_{k,j}+\varphi_{k-1,j})/2=Q_{k-1/2,j}. \tag{6.104}$$

Отсюда

$$\varphi_{k,j}=\frac{1-\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)}{1+\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)}\varphi_{k-1,j}+Q_{k-1/2,j}\frac{\Delta x_k/\mu_j}{1+\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)} \quad \text{при } \mu_j>0; \tag{6.105}$$

$$\varphi_{k-1,j}=\frac{1+\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)}{1-\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)}\varphi_{k,j}-Q_{k-1/2,j}\frac{\Delta x_k/\mu_j}{1-\Sigma\Delta x_k/(2\mu_j)} \quad \text{при } \mu_j<0. \tag{6.106}$$

Величина $\Sigma\Delta x_k/\mu_j$ соответствует «оптическому» расстоянию, проходимому частицей в k-й ячейке в направлении μ_j. Видно, что даже если $\varphi_{k-1,j}$ и $Q_{k-1/2,j}$ положительны, то уравнение

(6.108) может приводить к отрицательным значениям* $\varphi_{k,j}$ при $\Sigma\Delta x_k/\mu_j>2$. Этот факт — одна из основных причин погрешности S_N-метода, приводящая в некоторых случаях к значительным осцилляциям пространственного распределения плотности потока. Поэтому S_N-метод не очень хорошо описывает прохождение излучений на большие расстояния. Особенно это характерно для разбиения всей области изменения углов на равные промежутки, так как при этом плохо описывается распределение частиц, рассеянных на малые углы.

Для уменьшения масштабов таких осцилляций разработан ряд специальных численных приемов (алгоритмов корректировки расчета), к сожалению, оказавшихся достаточно эффективными лишь в простых задачах и увеличивающих трудоемкость расчетов.

Дискретный S_N-метод. Вслед за первоначальным вариантом S_N-метода был развит так называемый дискретный S_N-метод (DS_N), являющийся дальнейшим усовершенствованием численной обработки дискретно-ординатного представления уравнения переноса с использованием идей S_N-метода. Так же как и в любых вариантах методов дискретных ординат, в нем используются некоторые дискретные направления ($\arccos\bar{\mu}_j$), но в отличие от обычного S_N-метода не делается каких-либо предположений о форме углового распределения частиц в выбранных угловых интервалах $\Delta\mu_j=\mu_{j+1/2}-\mu_{j-1/2}$. Как видно, в отличие от S_N-метода границам этих интервалов приписываются полуцелые номера, причем $\mu_{1/2}=-1$; $\mu_{N+1/2}=1$.

Уравнение (6.88) заменяется уравнением следующего вида:

$$(\bar{\mu}_j d/dr+b_j/r+\Sigma)\,\varphi(r, \bar{\mu}_j)-(b_j/r)\,\varphi(r, \mu_{j-1/2})=Q(r, \bar{\mu}_j), \tag{6.107}$$

где $\mu_{j-1/2}\leqslant\bar{\mu}_j\leqslant\mu_{j+1/2}$ $(j=1, 2, ..., N)$, а при $j=1$ на основании уравнения (6.90) $b_1=0$.

Принципиальное отличие S_N- и DS_N-методов в том, что искомыми величинами в S_N-методе являются величины угловой плотности потока в дискретных направлениях $\arccos\mu_j$, т. е. локальные (по углу) значения, а в DS_N-методе — усредненные по угловым интервалам значения угловой плотности потока, приписываемые выделенным направлениям $\arccos\bar{\mu}_j$. В частности, в S_N-методе N — число угловых интервалов, а в DS_N-методе N — число выделенных направлений. Уравнение (6.107) представляет собой фактически уравнение баланса частиц в j-м угловом интервале, связывающее эти усредненные значения $\varphi(r,\bar{\mu}_j)$ с $\varphi(r, \mu_{j-1/2})$, т. е. с φ на одной из границ интервала. Такие усредненные значения подвержены ос-

* Отсюда следует ограничение по выбору шага разностной сетки по пространству: $\Sigma\Delta x<2|\mu_j|$ при любых μ_j, используемых в данном расчете.

цилляциям существенно меньше, чем локальные значения в угловых узлах.

Уравнение (6.107) необходимо дополнить выражением для $\varphi(r, \mu_{j-1/2})$, и с точки зрения экстраполяции естественно выбрать

$$\varphi(r, \mu_{j-1/2}) = \alpha_j \varphi(r, \bar{\mu}_j) - (\alpha_j - 1)\varphi(r, \mu_{j-3/2}), \quad j = 2, \ldots, N, \qquad (6.108)$$

где $\alpha_j = \Delta\mu_j/(\bar{\mu}_j - \mu_{j-1/2})$; $\varphi(r, \mu_{1/2}) = \varphi(r, -1)$ подчиняется уравнению (6.90). Плотность потока и тока частиц выражают в следующем виде:

$$\varphi_0(r) = 2\pi \sum_{j=1}^{N} \Delta\mu_j \varphi(r, \bar{\mu}_j); \quad J(r) = 2\pi \sum_{j=1}^{N} \Delta\mu_j \bar{\mu}_j \varphi(r, \bar{\mu}_j). \qquad (6.109)$$

Требование сохранения баланса частиц, т. е. эквивалентность суммы уравнений (6.107) для $j = 1, 2, \ldots, N$ уравнению (6.91), согласующемуся с (6.109), приводит к системе уравнений, из которых можно определить коэффициенты уравнения (6.107). В результате решения этой системы получают

$$b_j = 2\left[\bar{\mu}_j - (\alpha_j/\Delta\mu_j) \sum_{i=1}^{j} \Delta\mu_i \bar{\mu}_i\right]. \qquad (6.110)$$

Следует отметить, что строгих правил определения значений $\bar{\mu}_j$ в пределах выбранных угловых интервалов $\Delta\mu_j$ не существует. В тех задачах, где угловые распределения частиц хорошо описываются* разложением по сферическим гармоникам невысокого порядка [небольшие N в (6.66)], для выбора $\bar{\mu}_j$ можно воспользоваться квадратурами типа Гаусса (6.80) или (6.81). Поэтому D_N- и $2D_{N/2}$-приближения можно считать частными случаями DS_N-приближения. Из других вариантов угловых квадратур рассмотрим лишь простую и эффективную ES_N-квадратуру, предложенную Карлсоном.

Опишем построение одномерных ES_N-квадратур для первого октанта пространства телесных углов: $\mu \in [0, 1]$; $\psi \in [0, \pi/2]$. Разделим октант на $M = N(N+2)/8$ частей (N — четное) с одинаковым телесным углом $a = 4\pi/[N(N+2)]$ параллелями $\mu = \mu_{j+1/2}$ $(j = 0, 1, \ldots, N/2)$ и меридиональными дугами $\psi = \psi_{l, j+1/2}$ $(l = 0, 1, 2, \ldots, (N/2) - j + 1)$, так чтобы j-й слой по μ состоял из $((N/2) - j + 1)$ равных частей (рис. 6.5).

Тогда координаты параллелей (границы ячеек по μ)

$$\mu_{j \pm 1/2} = 1 - (N - 2j + 2)[N - 2(j - 1 \pm 1)]/[N(N+2)], \qquad (6.111)$$

а координаты центров ячеек

* К таким задачам не относятся, например, задачи расчета многослойных гетерогенных защит, случаи наличия пустот и локализованных источников небольших размеров в защите, решение уравнения переноса фотонов.

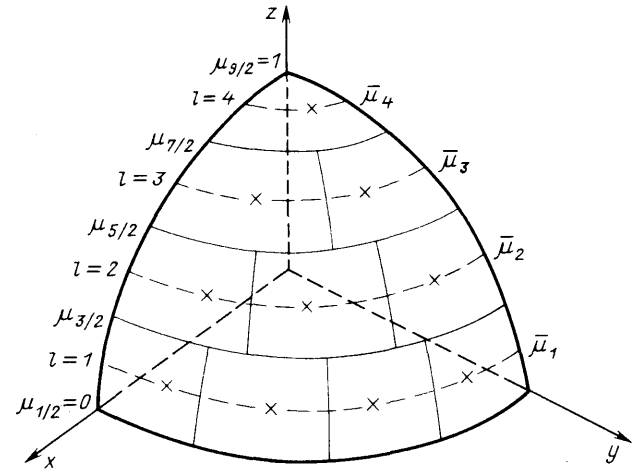


Рис. 6.5. Узлы ES_8-квадратуры

$$\tilde{\mu}_j = (\mu_{j-1/2} + \mu_{j+1/2})/2 = 1 - (N - 2j + 2)^2/[N(N+2)]. \qquad (6.112)$$

Узлы ES_N-квадратуры находят по формулам

$$\bar{\mu}_j = \tilde{\mu}_j + f\mu_{j-1/2} \text{ при } j > 1, \quad \bar{\mu}_1 = \tilde{\mu}_1. \qquad (6.113)$$

Параметр f определяют из условия сохранения при переходе к угловой квадратуре интеграла

$$\int_{-1}^{+1} \mu^2 d\mu = \sum_{j=1}^{N} \Delta\mu_j \bar{\mu}_j^2/3.$$

Пример ES_N-квадратуры для $N = 8$: $\Delta\mu_1 = 0{,}4$; $\Delta\mu_2 = 0{,}3$; $\Delta\mu_3 = 0{,}2$; $\Delta\mu_4 = 0{,}1$; $\bar{\mu}_1 = 0{,}2$; $\bar{\mu}_2 = 0{,}5563$; $\bar{\mu}_3 = 0{,}8100$; $\bar{\mu}_4 = 0{,}9641$. На остальные семь октантов ES_N-квадратура распространяется по законам симметрии относительно координатных плоскостей.

Итоговое разностное уравнение DS_N-приближения по угловым и пространственным переменным получается интегрированием уравнения (6.107) по ячейке пространственной сетки. При этом для общности обозначений границы этих ячеек, так же как границы угловых интервалов, обозначают полуцелыми индексами.

Численная обработка DS_N-метода существенно проще обычного S_N-метода, а также метода Вика — Чандрасекара, особенно для криволинейной геометрии. Как в одномерной, так и в неодномерной геометрии разностное уравнение DS_N-метода представляет собой уравнение баланса частиц в ячейке фазового пространства. В неодномерной геометрии это уравнение связывает усредненную по всей ячейке угловую плотность потока со

значениями угловой плотности потока, усредненными по отдельным граням ячейки. Разработано и используется в практике расчетов много вариантов разностных схем, выражающих эту связь. Простейшим вариантом является уже упомянутая схема «алмазной» разности. К хорошим результатам в задачах расчета прохождения излучений на большие расстояния в однородных защитах приводит «экспоненциальная» схема по пространственной переменной: $\varphi_k=(\varphi_{k-1/2}\varphi_{k+1/2})^{1/2}$. Однако ее точность может быть неудовлетворительной для сложных гетерогенных задач. Практика численных расчетов с использованием различных вариантов численных схем показывает, что не существует оптимальной схемы, универсальной для задач с любой геометрией, и для разных задач оказываются предпочтительными разные схемы.

Метод характеристик (метод интегрирования по «лучам»). Эта модификация метода дискретных ординат основана на интегрировании характеристической формы уравнения переноса (5.34) вдоль характеристики $\boldsymbol{\xi}=\xi\boldsymbol{\Omega}$ в пределах ячейки пространственной сетки. При таком интегрировании получаем соотношение, имеющее определенное сходство с интегральным уравнением Пайерлса (5.35):

$$\varphi(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=\varphi(\mathbf{r}^*,\boldsymbol{\Omega})\exp\left[-\int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|}\Sigma(\mathbf{r}')\,d\xi\right]+$$
$$+\int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|}Q(\mathbf{r}',\boldsymbol{\Omega})\exp\left[-\int_\xi^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|}\Sigma(\mathbf{r}'')\,d\xi'\right]d\xi. \qquad (6.114)$$

Здесь $\mathbf{r}'=\mathbf{r}^*+\xi\boldsymbol{\Omega}$; $\mathbf{r}''=\mathbf{r}^*+\xi'\boldsymbol{\Omega}$, а $\mathbf{r}^*$ — точка, где луч направления $\boldsymbol{\Omega}$, проходящий через точку $\mathbf{r}$, входит в рассматриваемую ячейку. В задачах с прямоугольной геометрией координаты вектора $\boldsymbol{\Omega}$ постоянны вдоль характеристики, в задачах с криволинейной геометрией они зависят от пространственных координат.

Поскольку разностная пространственная сетка выбирается так, чтобы границы раздела зон входили в число точек этой сетки, сечения постоянны внутри каждой ячейки. Если учесть это обстоятельство и принять Q постоянной внутри ячейки, то (6.114) примет вид

$$\varphi(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=\varphi(\mathbf{r}^*,\boldsymbol{\Omega})\exp(-\Sigma|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|)+$$
$$+Q(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})[1-\exp(|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|)]/\Sigma. \qquad (6.115)$$

В криволинейной геометрии, когда большинство точек r^* не совпадает с узлами пространственной разностной сетки r_{k-1} и r_k, величина $\varphi(\mathbf{r}^*,\boldsymbol{\Omega})$ находится интерполяцией между известными из предыдущей итерации [см. (6.120)] значениями этой функции в указанных узлах.

Введение разностной сетки по угловым переменным в методе характеристик производится так, что границы угловых интервалов совпадают с узлами квадратурной формулы $\boldsymbol{\Omega}_m$ (т. е. здесь имеет место определенная аналогия с S_N-методом). Однако положение с функциями угловой переменной заметно осложнено по сравнению с S_N-методом в связи с тем, что в криволинейной геометрии при переходе по характеристике от r_{k-1} к r_k значение $\mu=\cos(\hat{\boldsymbol{\Omega}},\mathbf{r})$ изменяется [это видно, например, для сферической геометрии из уравнения характеристики $r(1-\mu^2)^{1/2}=\text{const}$]. Поэтому интерполяция φ должна происходить не по пространственной, а по угловой переменной. Использование более сложных, чем линейная интерполяция по μ, интерполяционных формул типа (6.82), конечно, уточняет решение задачи. Однако более важным при интерполяции в задачах со сложной геометрией является учет особенностей в пространственных и угловых производных φ вдоль линий, касательных к поверхностям раздела различных сред.

Следует отметить, что описанной выше интерполяции можно, в принципе, избежать в простых задачах (с малым количеством слоев небольшой толщины) путем специального подбора узлов разностной сетки r_k, μ_j, чтобы все точки r^* входили в число узлов r_k. Однако это приводит к необходимости использования разных угловых сеток (а значит, и разных угловых квадратур) при разных r, что существенно усложняет алгоритм решения задачи.

В случае плоской геометрии в соответствии с формой записи дифференциального оператора уравнения переноса (5.17) характеристикой является линия x/μ и уравнение переноса (6.75) интегрируется вдоль этой линии по ячейке $\Delta x_k=(x_{k-1},\,x_k)$:

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_{k+1}(\mu_i)=\varphi_k(\mu_i)\exp\left(-\frac{\Sigma\Delta x_k}{\mu_i}\right)+\frac{1}{\mu_i}\times\\
&\times\int_{x_k}^{x_{k+1}}Q_i(x')\exp\left[-\frac{\Sigma(x_{k+1}-x')}{\mu_i}\right]dx' \text{ при } \mu_i>0;\\
&\varphi_k(\mu_i)=\varphi_{k+1}(\mu_i)\exp\left(-\frac{\Sigma\Delta x_k}{|\mu_i|}\right)+\frac{1}{|\mu_i|}\int_{x_k}^{x_{k+1}}\times\\
&\times Q_i(x')\exp\left[-\frac{\Sigma(x'-x_k)}{|\mu_i|}\right]dx' \text{ при } \mu_i<0.
\end{aligned}\right\} \qquad (6.116)$$

Как видно, в случае плоской геометрии нет необходимости в интерполяции. Если вынести среднее значение Q_i, равное $Q_i^{k+1/2}$, из-под знака интеграла, получим

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{k+1}(\mu_i)\approx C_i\varphi_k(\mu_i)+(1-C_i)\,Q_i^{k+1/2}/\Sigma \text{ при } \mu_i>0;\\ \varphi_k(\mu_i)\approx C_i\varphi_{k+1}(\mu_i)+(1-C_i)\,Q_i^{k+1/2}/\Sigma \text{ при } \mu_i<0,\end{aligned}\right\} \quad (6.117)$$

где $C_i=\exp\left[-\Sigma\Delta x_k/|\mu_i|\right]$.

В частности, при линейной зависимости $Q_i(x)$ внутри ячейки

$$Q_i^{k+1/2}=(Q_i^k+Q_i^{k+1})/2.$$

Существует много вариантов разностных схем, используемых в методе характеристик и отличающихся как представлением пространственной зависимости функции источника Q в уравнении (6.114) или ему подобном (6.116), записанном для плоской геометрии: линейная, квадратичная, экспоненциальная и т. д., так и требованиями выполнения различных условий при переходе к конечно-разностной форме уравнения переноса. Используются также различные предположения о пространственной зависимости φ внутри ячейки.

Наиболее простая разностная схема получается при предположении линейной зависимости φ в ячейке. В частности, в плоской геометрии из системы (6.116) с учетом зависимости Q от φ получается результирующая система, которая в матричной форме записывается следующим образом:

$$\mathbf{A}_k^{\pm}\boldsymbol{\varphi}_{k+1}^{\pm}+\mathbf{B}_k^{\pm}\boldsymbol{\varphi}_k^{\pm}+\mathbf{C}_k\left(\boldsymbol{\varphi}_{k+1}^{\mp}+\boldsymbol{\varphi}_k^{\mp}\right)=\mathbf{q}_k^{\pm}. \quad (6.118)$$

Величины $\varphi_k(\mu_i)$ являются компонентами вектора $\boldsymbol{\varphi}_k^{+}$ при $\mu_i>0$ и компонентами вектора $\boldsymbol{\varphi}_k^{-}$ при $\mu_i<0$. Элементы матриц $\mathbf{A}_k^{\pm}$, $\mathbf{B}_k^{\pm}$, $\mathbf{C}_k$ выражаются через значения μ_i, Δx_k, Σ_k, $\Sigma_{s,i,j,k}$, а компонентами векторов $q_k^{\pm}$ служат величины $q_k(\pm\mu_i)$, являющиеся усредненными значениями функции $q(x, \pm\mu_i)$ на интервале Δx_k.

Как видно в итоге, система разностных уравнений метода характеристик получается интегрированием по специальной ячейке фазового пространства — вдоль выделенных «лучей» — траекторий частиц в этом пространстве. Однако в отличие от S_N-метода, являющегося балансным, значения $\varphi(\mathbf{r}^*, \boldsymbol{\Omega})$ при различных r^* оказываются не связанными друг с другом, кроме как через формулы интерполяции, которые не содержат в себе условий баланса. Поэтому разностная схема метода характеристик не является консервативной.

При приближениях одинакового порядка метод характеристик, использующий интегральную форму уравнения переноса, более точен, чем S_N- и DS_N-методы (использующие интегродифференциальную форму уравнения переноса) при расчете угловых распределений излучения. Однако для однородных сред функция плотности потока, рассчитанная S_N- и DS_N-методами, меньше отличается от точного решения, чем результаты расчета методом характеристик, основывающимся на неконсервативных численных схемах. Для гетерогенной

защиты, особенно с криволинейной геометрией, более точные результаты дает метод характеристик.

В последнее время разработаны и усовершенствуются различные комбинации DS_N-метода и метода характеристик, когда используется, с одной стороны, уравнение (6.114), а с другой, — соотношения баланса частиц в разностной ячейке фазового пространства. Именно так строятся так называемые численные схемы повышенного порядка точности.

Наряду с успешным применением методов дискретных ординат для задач с простой геометрией при решении этими методами задач со сложной геометрией возникают затруднения, для устранения которых используются специальные приемы. В расчетах для задач с локализованными источниками или пустотами часто наблюдаются пространственные колебания плотности потока излучения, обусловленные трудностью описания излучения этих источников (или поля «прострельного» излучения за пустотой в защите) с помощью ограниченного числа угловых узлов («эффекты луча»). В таких задачах некоторые лучи направлений $\boldsymbol{\Omega}_m$, проходящие через какую-то конкретную точку $\mathbf{r}_k$, исходят из области размещения источника, а лучи, проходящие через соседние точки, могут исходить из областей вне источника. Для борьбы с такими эффектами и повышения точности расчета приходится использовать большее количество угловых узлов, по крайней мере при счете соударений первых кратностей, специальные асимметричные угловые квадратуры (с увеличением числа узлов в диапазонах тех направлений, где угловые распределения частиц резко изменяются) и т. д. Это приводит к возрастанию трудоемкости расчетов, и для компенсации этого уменьшают число пространственных узлов. Для уменьшения следующей отсюда погрешности расчетов используют специальные разностные схемы (так называемых сглаживающих и проекционных типов).

Итерационный подход. В уравнениях, рассмотренных выше, от φ зависит не только левая часть, но и правая часть Q. Запишем уравнение (5.16) в операторном виде:

$$\hat{L}\varphi=\hat{S}\varphi+q, \quad (6.119)$$

где $\hat{L}$ — оператор левой части уравнения переноса; $\hat{S}$ — оператор интеграла рассеяния. При решении дискретно-ординатных разностных уравнений в большинстве случаев используют итерационный подход (метод исследовательных приближений). При реализации такого подхода в интеграл рассеяния подставляют результат предыдущей итерации. Если $\varphi^{(n)}$ — n-я итерация для дифференциальной плотности потока, то

$$\hat{L}\varphi^{(0)}=q;\ \hat{L}\varphi^{(1)}=\hat{S}\varphi^{(0)}+q;\ \ldots;\ \hat{L}\varphi^{(n)}=\hat{S}\varphi^{(n-1)}+q. \quad (6.120)$$

Итерационный процесс завершается при выполнении во всех точках пространственной сетки $\mathbf{r}_k$ двух критериев:

$$\left|\frac{\varphi^{(n)}(\mathbf{r}_k,\,\Omega)-\varphi^{(n-1)}(\mathbf{r}_k,\,\Omega)}{\varphi^{(n)}(\mathbf{r}_k,\,\Omega)}\right|\leqslant\varepsilon_1;\quad\left|\frac{\varphi_0^{(n)}(\mathbf{r}_k)-\varphi_0^{(n-1)}(\mathbf{r}_k)}{\varphi_0^{(n)}(\mathbf{r}_k)}\right|\leqslant\varepsilon_2,\quad(6.121)$$

где ε_1, ε_2 — заданные точности сходимости итераций. При $\Sigma_s/\Sigma\sim 1$ итерационный процесс сходится очень медленно. Поэтому используют различные приемы ускорения сходимости. С помощью оператора ускорения $\hat{U}$ находится «ускоренное» приближение $\tilde{\varphi}^{(n)}$:

$$\tilde{\varphi}^{(n)}=\hat{U}\,\varphi^{(n)}.\quad(6.122)$$

По характеру оператора $\hat{U}$ различают линейные итерационные схемы и нелинейные (когда оператор $\hat{U}$ не является линейной функцией φ), стационарные (когда $\hat{U}\varphi$ не изменяется в процессе итераций) и нестационарные (в которых $\hat{U}$ может зависеть от номера итераций).

Для примера опишем один из эффективных приемов ускорения сходимости — метод средних потоков. В плоской геометрии используется соотношение

$$\hat{\varphi}^{(n)}(x,\,\mu)=m^{\pm}(x)\,\varphi^{(n)}(x,\,\mu),\quad(6.123)$$

где индекс «+» принимается для $\mu>0$, индекс «−» — для $\mu<0$. Подставляя это выражение в уравнение переноса и граничные условия и производя интегрирование по интервалам μ $[-1,\,0]$, $[0,\,1]$, получаем систему уравнений для коэффициентов $m\pm(x)$. Этот метод очень эффективен для задач с одномерной геометрией.

Высокая скорость сходимости отличает также приемы расщепления (или переменных направлений), в которых каждый итерационный шаг разбивается на ряд более простых операций, а введение свободных параметров позволяет добиться оптимальных показателей вычислительного процесса.

Безытерационный подход. При решении дискретно-ординатных разностных уравнений в одномерной плоской геометрии хорошие результаты показывает метод матричной факторизации (см. § 6.3). Применительно к методам дискретных ординат его реализуют следующим образом. Значения $\varphi(x,\,\mu_j)$ при каждом фиксированном x объединяют в два вектора $\boldsymbol{\varphi}^+$ и $\boldsymbol{\varphi}^-$, компоненты которых φ_j отвечают различным направлениям: от источника и к источнику (т. е. с $\mu>0$ и $\mu<0$ соответственно). Далее используют принцип инвариантности законов переноса излучения, известный под названием принципа инвариантности Амбарцумяна. Заключается он в том, что законы отражения и пропускания излучений средой инвариантны по отношению к малым перемещениям или поворотам этой среды. Метод, основанный на этом принципе, часто называют методом инвариантного погружения. Одна из формулировок принципа инвариантности выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{\varphi}^+(x)=\hat{R}(x)\,\boldsymbol{\varphi}^-(x)+\hat{T}(x)\,\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}},\quad(6.124)$$

где $\hat{R}(x)$ — оператор отражения излучения слоем защиты толщиной x; $\hat{T}(x)$ — оператор пропускания излучения этим слоем; $\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}}$ — функция, описывающая граничные условия на облучаемой поверхности слоя защиты [см. (5.3)]. При дискретно-ординатном представлении* угловых распределений $\hat{R}$ и $\hat{T}$ превращаются в обычные матрицы $\mathbf{R}$ и $\mathbf{T}$. Отсюда и происходит иногда используемое название метода «матрицы пропускания».

При введении пространственной разностной сетки соотношение (6.124) приобретает вид

$$\boldsymbol{\varphi}_k^+=\mathbf{R}_k\boldsymbol{\varphi}_k^-+\mathbf{T}_k\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}},\quad(6.125)$$

где $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{T}_k$ — матрицы отражения и пропускания излучения слоем $(0,\,x_k)$. Подставляя эту формулу в систему (6.118), получают рекуррентные соотношения для матриц $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{T}_k$:

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{R}_{k+1}=-\mathbf{U}_k^{-1}\left[\mathbf{C}_k-(\mathbf{C}_k+\mathbf{B}_k^+\mathbf{R}_k)(\mathbf{B}_k^-+\mathbf{C}_k\mathbf{R}_k)^{-1}(\mathbf{A}_k^+)^{-1}\right];\\&\mathbf{T}_{k+1}\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}}=\mathbf{U}_k^{-1}\left[\mathbf{q}_k^+-\mathbf{B}_k^+\mathbf{T}_k\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}}-\right.\\&\left.-(\mathbf{C}_k+\mathbf{B}_k^+\mathbf{R}_k)(\mathbf{B}_k^-+\mathbf{C}_k\mathbf{R}_k)^{-1}(\mathbf{q}_k^--\mathbf{C}_k\mathbf{T}_k\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}})\right],\end{aligned}\right\}\quad(6.126)$$

где

$$\mathbf{U}_k=\mathbf{A}_k^+-(\mathbf{C}_k+\mathbf{B}_k^+\mathbf{R}_k)(\mathbf{B}_k^-+\mathbf{C}_k\mathbf{R}_k)^{-1}\mathbf{C}_k.$$

Эти соотношения позволяют рассчитать $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{T}_k$ последовательно, начиная с $\mathbf{R}_0=0$ и $\mathbf{T}_0=\mathbf{E}$ (единичная диагональная матрица). Из (6.118) и (6.125) можно также получить соотношения

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\varphi}_{k+1}^-=\mathbf{V}_{k+1}\boldsymbol{\varphi}_{k+1}^-+\mathbf{W}_{k+1};\\&\mathbf{V}_{k+1}=-(\mathbf{B}_k^++\mathbf{C}_k\mathbf{R}_k)^{-1}(\mathbf{A}_k^-+\mathbf{C}_k\mathbf{R}_{k+1});\\&\mathbf{W}_{k+1}=(\mathbf{B}_k^-+\mathbf{C}_k\mathbf{R}_k)^{-1}\left[\mathbf{q}_k^--\mathbf{C}_k\boldsymbol{\varphi}^+_{\text{пад}}(\mathbf{T}_{k+1}-\mathbf{T}_k)\right].\end{aligned}\right\}\quad(6.127)$$

Эти соотношения позволяют по известным условиям на внешней границе рассматриваемой области защиты, т. е. $\boldsymbol{\varphi}_K^-$ [$\boldsymbol{\varphi}_K^-=0$ при выполнении условия (5.12)], найти $\boldsymbol{\varphi}_k^-$, а затем по (6.125) $\boldsymbol{\varphi}_k^+$ для всех k, начиная с $k=K$.

При вычислениях на ЭВМ следует учитывать, что матрицы $\mathbf{R}$ и $\mathbf{T}$ для области защиты данной толщины не зависят от смежных слоев защиты и могут быть сохранены в памяти ЭВМ для использования при расчетах любой многослойной защиты, содержащей эту область (заданной толщины). Таким образом, в принципе возможен прямой расчет плотности потока излучения, пропущенного защитой (полного и дифференциального), без

* Использование принципа (6.124) возможно и в $2P_N$-представлении плотности потока частиц и операторов $\hat{R}$ и $\hat{T}$.

детальных вычислений распределения потоков излучения внутри защиты. Такой способ в основном применяется для γ-излучения, поскольку, кроме специального случая расчетов радиационного энерговыделения в защите, знания распределения потоков γ-излучения внутри защиты для характеристики ослабляющих свойств защиты не требуется. Кроме того, достаточно хорошее знание ядерно-физических свойств материалов по отношению к ослаблению γ-излучения (в отличие от нейтронов, для которых современный уровень знания ядерных сечений пока не удовлетворяет требованиям практики расчета защиты) обеспечивает целесообразность однократного вычисления матриц **R** и **T** и последующего их хранения в памяти ЭВМ. Характерно, что в этом случае обычно используют уравнение переноса излучения, записанное не для плотности потока излучения, а для самих функций пропускания и отражения.

В отличие от расчетов для γ-излучения в практике расчетов защиты от нейтронов требуется знать не только плотность пропущенного защитой нейтронного потока, но и его распределение по глубине защиты, что необходимо для вычисления распределения источников вторичного γ-излучения. Использование принципа инвариантности и в этом случае приводит к существенной экономии вычислительного времени для решения задачи. При этом объем вычислений увеличивается прямо пропорционально росту толщины защиты в отличие, например, от метода Монте-Карло, где этот объем возрастает гораздо сильнее. Поэтому в практике расчетов сплошной защиты все шире применяется метод дискретных ординат с использованием принципа инвариантности. Особенно целесообразно применение этого метода для расчета композиций протяженных многослойных защит, т. е. большинства реальных защит.

§ 6.5. Групповой анализ уравнения переноса излучений

При расчете переноса излучений существенные затруднения вызывает корректное рассмотрение энергетической зависимости плотности потока излучения, в особенности нейтронов, из-за нерегулярного и сложного вида энергетической зависимости нейтронных сечений. Наиболее широко при установлении зависимости характеристик поля излучений от энергетической переменной используется групповой подход, когда нейтроны (или фотоны) с достаточно близкими энергиями объединяют в группы. Вся область изменения энергии разбивается на отдельные групповые интервалы $\Delta E_i = | E_i, E_{i-1} |$ и отыскиваются значения дифференциальной плотности потока нейтронов (фотонов) каждой группы

$$\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_{E_i}^{E_{i-1}} \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE \tag{6.128}$$

как интеграла по энергии от функции $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ в пределах этих интервалов. (Далее для простоты будем говорить в основном о нейтронах.) При этом в групповой модели уравнения переноса энергетическая зависимость сечений и источников аппроксимируется кусочно-постоянными функциями, принимающими постоянное значение в пределах каждого энергетического интервала.

Проинтегрировав уравнение переноса (5.1) по энергии в пределах i-й энергетической группы, получим для суммарной плотности потока нейтронов этой группы $\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ уравнение

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) + \Sigma^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\,\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \sum_{j=1}^{i} \int d\mathbf{\Omega}' \Sigma_s^{j\to i}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})\,\varphi^j(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}') + \tilde{q}^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}). \tag{6.129}$$

Здесь использованы такие обозначения:

$$\Sigma^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_{\Delta E_i} \Sigma(\mathbf{r}, E)\,\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE \Big/ \int_{\Delta E_i} \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE; \tag{6.130}$$

$$\Sigma_s^{j\to i}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega}) = \int_{\Delta E_i} dE \int_{\Delta E_j} dE' \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \to E, \mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})\,\varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}') \Big/ \int_{\Delta E_j} \varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')\, dE'; \tag{6.131}$$

$$\tilde{q}^i(r, \mathbf{\Omega}) = \int_{\Delta E_i} q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, dE. \tag{6.132}$$

Таким образом, полный интеграл по dE' представлен как сумма интегралов по отдельным группам ΔE_j. Тогда уравнение (6.129) при использовании групповых сечений (6.130), (6.131) строго тождественно уравнению (5.1) в смысле получаемых с их помощью значений групповых потоков нейтронов. Здесь следует отметить угловую зависимость усредненных полных сечений, вытекающую из различия энергетического спектра нейтронов, движущихся в разных направлениях, при наличии градиента нейтронного потока. Однако групповые сечения типа (6.130), (6.131) получать весьма трудно. Они зависят от неизвестного заранее энергетического и углового распределения нейтронов в каждой точке, т. е. от искомого решения задачи, причем самой детальной информации об этом решении. Кроме

того, для возможности расчетов на ЭВМ для хранения значений групповых сечений в каждой пространственной точке (тем более зависящих от двух углов) требуются чересчур большие объемы машинной памяти. Поэтому проводят усреднение групповых сечений по пространству внутри однородных зон, учитывая постоянство элементарных ядерных сечений (не групповых) внутри каждой такой зоны. Для компенсации погрешностей расчетов при использовании таких констант при усреднении сечений применяют формализм теории возмущений. В этой теории вводятся: понятие функций, сопряженных плотности потока нейтронов, а также сопряженные кинетические уравнения, которым удовлетворяют эти функции. Если известно значение функции дифференциальной плотности потока $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, то любую физическую величину, линейно связанную с этой функцией, можно выразить в виде линейного функционала

$$J_p = \iiint \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega} \qquad (6.133)$$

или его производных типа

$$J_p = \iint \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{r}dE. \qquad (6.134)$$

Здесь $p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ — известная функция, характеризующая связь рассматриваемой величины с φ (функция чувствительности приборов, измеряющих рассчитываемый функционал *). Например, выражение для мощности дозы нейтронов в некоторой произвольной точке $\mathbf{r}'$ можно записать так:

$$J_p(\mathbf{r}') = P(\mathbf{r}') = \iiint \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, \delta_{\text{экв}}(E)\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}, \qquad (6.135)$$

где $\delta_{\text{экв}}(E)$ — удельная мощность эквивалентной дозы ** (соответствующая единичной плотности потока излучения с энергией E). Отсюда видно, что в данном случае $p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \delta_{\text{экв}}(E)\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$.

Согласно теореме взаимности в теории переноса значения функционалов J_p можно определить также через функцию $\varphi_p^*(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, сопряженную с плотностью потока $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, и мощность источников излучения $q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$:

$$J_p = \iiint \varphi_p^*(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\, d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}. \qquad (6.136)$$

* Отметим разницу между функционалом и оператором. Оператор [см., например, запись уравнения переноса в виде (6.119)] связывает одну функцию с другой, а функционал сопоставляет функции число.

** Не путать с обозначением δ-функции.

В отличие от универсальной сопряженной функции, исследуемой при расчете критичности реакторов — *ценности нейтронов*, при расчете защиты используются различные сопряженные функции, каждая из которых относится к определенному функционалу. При этом вместо ценности используют термин *опасность*. Опасность нейтронов $\varphi_p^*(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ характеризует вклад в функционал J_p от нейтронного потока единичной плотности в точке $\mathbf{r}$ с энергией E в направлении $\mathbf{\Omega}$. Таким образом, существуют разные функции φ_p^*, характеризующие опасность нейтронов для различных процессов. В частности, существует опасность нейтронов по отношению к мощности дозы за защитой и по отношению к плотности полного потока нейтронов в какой-либо точке защиты или на ее границе.

Рассматривая соотношение (6.136), можно толковать физический смысл сопряженной функции следующим образом. Функция $\varphi_p^*(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ описывает изменение полного числа актов определенного процесса взаимодействия с нейтронами, характеризуемого функцией $p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$, в зависимости от координаты $\mathbf{r}$, энергии нейтронов E и направления $\mathbf{\Omega}$. Функция $\varphi_0^*(\mathbf{r}, E) = \int d\mathbf{\Omega}\varphi_p^*(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ соответствует изменению того же функционала в зависимости от координаты нейтрона и его энергии. Сопряженная функция φ_p^* описывает как бы «качество» нейтронов по отношению к определенному процессу, в то время как основная функция φ дает количественную характеристику нейтронного потока. При этом функция q в функционале J_p [см. формулу (6.136)] характеризует количественную сторону, а функция p в этом функционале [см. (6.136)] — качественную сторону процесса. Функция φ_p^* удовлетворяет уравнению, сопряженному с уравнением (5.1), при условии замены $q(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ величиной $p(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$.

Если записать кинетическое уравнение для плотности потока нейтронов в виде $\hat{L}\varphi = q$, где $\hat{L}$ — оператор кинетического уравнения, то сопряженное уравнение записывается так: $\hat{L}^*\varphi_p^* = p$. Здесь $\hat{L}^*$ — сопряженный оператор (по Лагранжу), определяемый с помощью равенства, тождественного совокупности соотношений (6.133), (6.136):

$$\iiint d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}\varphi_p^*(\hat{L}\varphi) = \iiint d\mathbf{r}dEd\mathbf{\Omega}\varphi(\hat{L}^*\varphi_p^*).$$

Переход к «модельным» кусочно-постоянным сечениям и функциям при многогрупповом подходе будем рассматривать как возмущение параметров среды. Запишем основное и сопряженное уравнения переноса для этого возмущения (возмущение будем отмечать штрихом):

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi'(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) + \Sigma'(\mathbf{r}, E)\varphi'(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \int d\mathbf{\Omega}' \int_E^\infty dE' \Sigma_s'(\mathbf{r}, E' \to E,$$

$$\Omega'\to\Omega)\varphi'(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')+q'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega); \qquad (6.137)$$

$$-\Omega\nabla\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)+\Sigma'(\mathbf{r},\ E)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=\int d\Omega'\int_0^E dE'\Sigma_s(\mathbf{r},\ E\to E',$$

$$\Omega\to\Omega')\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')+p'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega); \qquad (6.138)$$

Для простоты рассмотрим нулевые граничные условия для функции опасности:

$$\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=0 \text{ на } S \text{ при } (\Omega\cdot\mathbf{n})>0. \qquad (6.139)$$

Такие условия означают, что опасность нейтронов, покидающих защиту, равна нулю *.

Умножим уравнение (5.1) на $\varphi_p^{*'}$, а сопряженное уравнение (6.138) — на φ и проинтегрируем по всей области изменения пространственных и энергетической переменных. Вычитая одно из полученных соотношений из другого, приходим к следующему выражению **:

$$\int d\mathbf{r}\int dE\left[\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\Omega\nabla\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)+\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\Omega\nabla\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\right]+$$
$$+\int d\mathbf{r}\int dE\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\left[\Sigma(\mathbf{r},\ E)-\Sigma'(\mathbf{r},\ E)\right]+$$
$$+\int d\mathbf{r}\int dE\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\int dE'\int d\Omega'\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')\left[\Sigma_s(\mathbf{r},\ E\to E',\right.$$
$$\left.\Omega\to\Omega')-\Sigma_s'(\mathbf{r},\ E\to E',\ \Omega\to\Omega')\right]-\int d\mathbf{r}\int dE\left[q(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\times\right.$$
$$\left.\times\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)-p'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\right]=0. \qquad (6.140)$$

Здесь изменен порядок интегрирования в последнем слагаемом. Рассмотрим интеграл $\int d\mathbf{r}\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\Omega\nabla\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)$. Используя теорему Гаусса — Остроградского

$$\int d\mathbf{r}(\Omega\nabla)\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=\int_S d\mathbf{r}_S|\Omega\mathbf{n}|\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega),$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности S, можно записать следующее соотношение:

$$\int d\mathbf{r}\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\Omega\nabla\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=-\int d\mathbf{r}\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\Omega\nabla\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)+$$
$$+\int_S d\mathbf{r}_S|\Omega\mathbf{n}|\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega).$$

Отсюда, учитывая граничные условия (5.2) и (6.139), можно установить, что первое слагаемое выражения (6.140) обращается в нуль.

Соответственно формулам (6.134), (6.136) на основе теоремы взаимности можно записать выражения для возмущенного функционала:

$$J_p'=\int d\mathbf{r}\int dE p'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=\int d\mathbf{r}\int dE q'(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega). \qquad (6.141)$$

Используя это соотношение, получаем для последнего слагаемого формулы (6.140)

$$-\int d\mathbf{r}\int dE(q\varphi_p^{*'}-p'\varphi)=-\delta J_p+\int d\mathbf{r}\int dE(p'-p)\varphi+$$
$$+\int d\mathbf{r}\int dE(q'-q)\varphi_p^{*'}, \qquad (6.142)$$

где $\delta J_p=J_p'-J_p$.

В результате выражение (6.140) принимает вид

$$\delta J_p=\int d\mathbf{r}\int dE\left[\Sigma(\mathbf{r},\ E)-\Sigma'(\mathbf{r},\ E)\right]\varphi\varphi_p^{*'}+\int d\mathbf{r}\int dE(p'-p)\varphi+$$
$$+\int d\mathbf{r}dE(q'-q)\varphi_p^{*'}-\int d\mathbf{r}\int dE\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\int dE'\int d\Omega'\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')\times$$
$$\times\left[\Sigma_s(\mathbf{r},\ E\to E',\ \Omega\to\Omega')-\Sigma_s'(\mathbf{r},\ E\to E',\ \Omega\to\Omega')\right]. \qquad (6.143)$$

Смысл применения теории возмущений к групповому анализу кинетического уравнения состоит в том, чтобы при переходе к групповой модели, т. е. при «возмущении» задачи, выбранные групповые параметры обеспечивали минимальную ошибку в искомом функционале. Для этого его вариацию приравниваем нулю, т. е. $\delta J_p=0$. Таким образом, условие (6.143) является основой для такого определения возмущенных, т. е. среднегрупповых, параметров задачи, чтобы рассчитываемый функционал не изменился при переходе к групповому рассмотрению. Оно, конечно, не определяет эти параметры однозначно, но указывает путь их определения.

Представим в выражении (6.143) полный интеграл по энергии как сумму отдельных интегралов по dE в пределах отдельных групповых интегралов ΔE_i и потребуем, чтобы все четыре слагаемых в этом соотношении порознь обращались в нуль. Запишем полученные выражения в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{\nu}\sum_{i=1}^{I}\int_{V_\nu}d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i}dE\left[\Sigma(\mathbf{r},\ E)-\Sigma^{i(\nu)}\right]\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=0;\\
&\sum_{\nu}\sum_{i=1}^{I}\int_{V_\nu}d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i}dE\left[\bar p^i(\mathbf{r},\ \Omega)-p(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\right]\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=0;\\
&\sum_{\nu}\sum_{i=1}^{I}\int_{V_\nu}d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i}dE\left[\bar q^i(\mathbf{r},\ \Omega)-q(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\right]\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)=0;\\
&\sum_{\nu}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}\left[\int_{V_\nu}d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i}dE\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\int_{\Delta E_j}dE'\int d\Omega'\varphi_p^{*'}\times\right.\\
&\times(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')\Sigma_s(\mathbf{r},\ E\to E',\ \Omega\to\Omega')-\int_{V_\nu}d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i}dE\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \Omega)\times\\
&\left.\times\int_{\Delta E_j}dE'\int d\Omega'\varphi_p^{*'}(\mathbf{r},\ E',\ \Omega')\Sigma_s^{i\to j(\nu)}(\Omega\to\Omega')\right]=0.
\end{aligned}\right\} \qquad (6.144)$$

---

* Исключая случай, когда функция p' включает в себя $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_s)$. В таком случае рассмотрение усложняется.

** Напомним, что здесь $d\mathbf{r}\equiv dV$.

Здесь I — число энергетических групп; V_ν — фиксированные зоны рассматриваемой области, которые можно характеризовать набором групповых параметров $\Sigma^{i(\nu)}$ и $\Sigma_s^{i\to j(\nu)}$; $\bar{q}^i$ и $\bar{p}^i$ — средние значения функций q' и p' в пределах i-й группы.

Из равенств, аналогичных первому соотношению (6.141) и записанных для каждой зоны и каждой группы, можно получить формулу

$$\Sigma^{i(\nu)}(\mathbf{\Omega})=\frac{\int\limits_{V_\nu} d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_i} dE\,\Sigma(\mathbf{r},\,E)\,\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})}{\int\limits_{V_\nu} d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_i} dE\,\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})}. \tag{6.145}$$

Физический смысл угловой зависимости групповых значений полных сечений заключается во влиянии различия спектра нейтронов, движущихся в разных направлениях [подобно формуле (6.130)], и различия их опасности.

Из равенств, аналогичных второму и третьему из соотношений (6.144) и записанных для каждой группы, получим формулы *

$$\bar{p}^i(\mathbf{r},\,\mathbf{\Omega})=\int\limits_{\Delta E_i} dEp(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\varphi(\mathbf{r},\;E,\,\mathbf{\Omega})\Big/\int\limits_{\Delta E_i} dE\,\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega}); \tag{6.146}$$

$$\bar{q}^i(\mathbf{r},\,\mathbf{\Omega})=\int\limits_{\Delta E_i} dEq(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\Big/\int\limits_{\Delta E_i} dE\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega}). \tag{6.147}$$

Отсюда, в частности, следует, что в общем случае даже при изотропности источников эффективные групповые источники в многогрупповой системе уравнений становятся анизотропными из-за зависимости опасности нейтронов (их удельного вклада в рассчитываемый функционал) от направления их движения. Однако при постоянстве функции $\varphi_p^{*\prime}$ для различных энергий в пределах группы формула (6.147) упрощается и сводится к операции простого усреднения:

$$\bar{q}^i(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega})=\frac{1}{\Delta E_i}\int\limits_{\Delta E_i} dEq(\mathbf{r},\;E,\;\mathbf{\Omega}). \tag{6.148}$$

Анализ последнего из соотношений (6.144) связан с определенными сложностями. Из подобных ему равенств, записанных для каждой точки $\mathbf{r}$ каждой группы, можно получить

$$\int d\mathbf{\Omega}'\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi(\mathbf{r},\;E,\;\mathbf{\Omega})\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\;E',\;\mathbf{\Omega}')\,\Sigma_s^{i\to j}(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega}\to\mathbf{\Omega}')=$$

$$=\int d\mathbf{\Omega}'\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi(\mathbf{r},\;E,\;\mathbf{\Omega})\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\;E',\;\mathbf{\Omega}')\,\Sigma_s(\mathbf{r},\;E\to E',\;\mathbf{\Omega}\to\mathbf{\Omega}'). \tag{6.149}$$

Приравняем в интегралах по угловой переменной подынтегральные выражения в обеих частях этого соотношения. Тогда

$$\Sigma_s^{i\to j}(\mathbf{r},\,\mathbf{\Omega}\to\mathbf{\Omega}')=\frac{\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E',\,\mathbf{\Omega}')\,\Sigma_s(\mathbf{r},\,E\to E',\,\mathbf{\Omega}\to\mathbf{\Omega}')}{\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E',\,\mathbf{\Omega}')}. \tag{6.150}$$

Таким образом, дифференциальное сечение рассеяния усредняется по энергетическому спектру угловой плотности потока нейтронов в направлении их движения до рассеяния.

Подобное соотношение можно получить для параметров каждой зоны:

$$\Sigma_s^{j\to i(\nu)}(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})=\frac{\int\limits_{V_\nu} d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi(\mathbf{r},\,E',\,\mathbf{\Omega}')\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\Sigma_s(\mathbf{r},\,E'\to E,\,\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})}{\int\limits_{V_\nu} d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j} dE'\varphi(\mathbf{r},\,E',\,\mathbf{\Omega}')\int\limits_{\Delta E_i} dE\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})}. \tag{6.151}$$

Систему групповых уравнений, в которых используются константы (6.145), (6.151), получают интегрированием уравнения (6.147) с возмущенными параметрами по энергии в пределах каждого интервала ΔE_i. При этом рассматривают возмущенные параметры, постоянные в пределах каждой ν-й зоны и равные (6.145), (6.150), т. е. при $\mathbf{r}\in V_\nu$

$$\Sigma'(\mathbf{r},\;E)=\Sigma^{i(\nu)}\quad\text{при}\quad E\in\Delta E_i;$$

$$\Sigma_s'(\mathbf{r},\;E'\to E,\;\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})=\Sigma_s^{j\to i}(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\quad\text{при}\quad E'\in\Delta E_j,\;\;E\in\Delta E_i.$$

Тогда согласно соотношению (6.143) при переходе от точного решения к групповому рассмотрению сохраняется значение функционала J_p, по отношению к которому определена функция φ_p^*. В результате интегрирования уравнения (6.147) получаем следующую систему уравнений:

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi^i(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega})+\Sigma^{i(\nu)}(\mathbf{\Omega})\,\varphi^i(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega})=\sum_{j=1}^{I}\int d\mathbf{\Omega}'\Sigma_s^{j\to i(\nu)}(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\,\varphi^j(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega}')+$$
$$+q^i(\mathbf{r},\;\mathbf{\Omega}), \tag{6.152}$$

---

* Из формулы (6.146) можно получить выражение искомого функционала в групповом представлении

$$J_p=\int d\mathbf{r}\int dE\int d\mathbf{\Omega}p(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})\,\varphi(\mathbf{r},\,E,\,\mathbf{\Omega})=\int d\mathbf{r}\int d\mathbf{\Omega}\sum_{i=1}^{I}\bar{p}^i(\mathbf{r},\,\mathbf{\Omega})\,\varphi^i(\mathbf{r},\,\mathbf{\Omega}).$$

где $q^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}) = \int\limits_{\Delta E_i} dE\bar{q}^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}) = \Delta E_i \bar{q}^i_{\cdot}(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$. Здесь для упрощения записи опущены штрихи, а интеграл по dE' представлен в виде суммы интегралов по отдельным группам, причем константы из-под знаков интеграла вынесены. Кроме того, учтена угловая зависимость усредненного полного сечения [согласно выражению (6.145)].

Таким образом, решение системы уравнений (6.152) с постоянными (по зонам) коэффициентами и специальным образом определенными групповыми источниками (6.147) соответствует тому же значению функционала J_p, что и решение системы (6.129) с переменными коэффициентами. И если решение системы (6.129) универсально в том смысле, что с его помощью можно получить любой функционал, то система (6.152), более простая из-за постоянства констант в каждой зоне, строго говоря, справедлива лишь при расчете конкретного функционала.

При постоянстве $\varphi^{*'}_p$ как функции энергии в пределах каждой группы согласно формуле (6.148) справедливо соотношение $q^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}) = \int\limits_{\Delta E_i} dEq(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega}) = \bar{q}^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$, т. е. имеет место совпадение членов источника в системах уравнений (6.129) и (6.152).

Решение многогрупповой системы уравнений (6.129), так же как и системы (6.152), с помощью существующих вычислительных программ не учитывает угловую зависимость усредненных полных сечений непосредственно в явном виде. Поэтому проводят некоторые преобразования этой системы. Для каждой группы определяют угол Ω^i_0, для которого сечение $\Sigma^{i\,(\nu)}$ минимально [т. е. $\Sigma^{i\,(\nu)}(\Omega^i_0) = \Sigma^{i\,(\nu)}_{\text{мин}}$], и далее прибавляют к обеим частям системы уравнений (6.152) $(\Sigma^{i\,(\nu)}_{\text{мин}} - \Sigma^{i\,(\nu)}(\Omega))\,\varphi^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$. Тогда

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}) + \Sigma'_{\text{мин}}\varphi^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}) = \sum_{j=1}^{i}\int d\mathbf{\Omega}'\tilde{\Sigma}^{j\to i}_s(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\,\varphi^j(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}') + q^i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}). \tag{6.153}$$

Здесь

$$\tilde{\Sigma}^{j\to i}_s(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega}) = \Sigma^{j\to i}_s(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega}) + \delta_{ij}\left[\Sigma^i_{\text{мин}} - \Sigma^i(\mathbf{\Omega})\right]\delta(\mathbf{\Omega}'-\mathbf{\Omega}) \tag{6.154}$$

и индекс зоны опущен. В частности, $\tilde{\Sigma}^{j\to i}_s(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega}^i_0) \equiv \Sigma^{j\to i}_s(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega}^i_0)$.

Поскольку полное сечение обычно убывает с возрастанием энергии в области быстрых нейтронов, а нейтронный поток в направлении прямо вперед характеризуется наиболее жестким энергетическим спектром (из-за малого изменения энергии нейтронов при рассеянии на малые углы), минимальному сечению в группе должно обычно соответствовать направление

прямо вперед, т. е. $\mu = 1$. Аналогичная ситуация наблюдается и в случае резонансной структуры сечений, т. е. нейтроны с энергиями, соответствующими минимумам сечений, обладают наибольшей степенью анизотропии углового распределения.

Формулы (6.145), (6.151), (6.154) усреднения для групповых констант служат основой при расчетах этих констант в табличном виде как функций косинуса угла рассеяния μ_s (см. § 6.5) Однако из-за простоты более широко используется P_L-представление, т. е. разложение по сферическим гармоникам, дифференциального сечения рассеяния

$$\Sigma_s(E'\to E,\ \mu_s) = \sum_{n=0}^{L}\left[(2n+1)/(4\pi)\right]\Sigma_{s,n}(E'\to E)\,P_n(\mu_s) \tag{6.155}$$

с учетом того, что это сечение, характеризующее процесс рассеяния, зависит (при пренебрежении эффектом поляризации) не от направлений $\mathbf{\Omega}'$ и $\mathbf{\Omega}$ порознь, а только от их скалярного произведения $\mathbf{\Omega}'\cdot\mathbf{\Omega} = \mu_s$. Для простоты рассмотрим азимутально симметричные задачи, т. е. задачи с решением, не зависящим от азимутального угла ψ, как, например, в случае одномерной сферической геометрии или плоской геометрии с источниками, не зависящими от азимута (или по крайней мере рассмотрим интегралы от решения по азимутальному углу, т. е. $\int\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})\,d\psi$). Подставим разложение (6.155) для функции $\Sigma_s(\mu_s)$, а также разложения по сферическим гармоникам функции плотности потока нейтронов (5.38) и их опасности в формулу (6.151) и умножим обе части полученного соотношения на знаменатель правой части. Затем, проинтегрировав результат по $d\mathbf{\Omega}$ и $d\mathbf{\Omega}'$ и использовав при этом теорему сложения полиномов Лежандра (5.45), получим

$$\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\,\Sigma^{j\to i\,(\nu)}_{s,n}\int\limits_{V_\nu}d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j}dE'\varphi_n(\mathbf{r},\ E')\int\limits_{\Delta E_i}dE\varphi^{*'}_n(\mathbf{r},\ E) = \sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\times$$

$$\times\int\limits_{V_\nu}d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j}dE'\varphi_n(\mathbf{r},\ E')\int\limits_{\Delta E_i}dE\varphi^{*'}_n(\mathbf{r},\ E)\,\Sigma_{s,n}(\mathbf{r},\ E'\to E). \tag{6.156}$$

Приравнивая соответствующие слагаемые в этих суммах, т. е. пренебрегая их взаимной корреляцией, получаем

$$\Sigma^{j\to i\,(\nu)}_{s,n} = \frac{\int\limits_{V_\nu}d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j}dE'\varphi_n(\mathbf{r},\ E')\int\limits_{\Delta E_i}dE\varphi^{*'}_n(\mathbf{r},\ E)\,\Sigma_{s,n}(\mathbf{r},\ E'\to E)}{\int\limits_{V_\nu}d\mathbf{r}\int\limits_{\Delta E_j}dE'\varphi_n(\mathbf{r},\ E')\int\limits_{\Delta E_i}dE\varphi^{*}_n(\mathbf{r},\ E)}. \tag{6.157}$$

При переходе от формы представлений угловой зависимости групповых дифференциальных сечений рассеяния в явном

(дискретном) виде (6.151) к ее разложению по полиномам Лежандра (6.157) целесообразен такой же переход и для формы представления угловой зависимости полных сечений (6.145). Подставляя разложения φ и $\varphi_p^{*\prime}$ в первое из соотношений (6.144) и интегрируя полученное выражение по $d\mathbf{\Omega}$, получаем для каждой зоны

$$\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_{V_v} d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i} dE\left[\Sigma(\mathbf{r}, E)-\Sigma^{i(v)}\right]\varphi_n(\mathbf{r}, E)\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)=0. \quad (6.158)$$

Потребуем равенства нулю каждого из слагаемых суммы (6.158). Для совместимости получаемых таким образом выражений, учитывая угловую зависимость групповых полных сечений, следует отказаться от независимости величины $\Sigma^{i(v)}$ от номера слагаемого n. Тогда

$$\Sigma_n^{i(v)}=\frac{\int_{V_v} d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i} dE\Sigma(\mathbf{r}, E)\,\varphi_n(\mathbf{r}, E)\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)}{\int_{V_v} d\mathbf{r}\int_{\Delta E_i} dE\varphi_n(\mathbf{r}, E)\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)}. \quad (6.159)$$

Физический смысл зависимости групповых полных сечений от индекса n, т. е. от номера углового момента потока, вытекает из их угловой зависимости, о чем упоминалось выше. Следует отметить, что величины Σ_n, определяемые формулой (6.159), не являются моментами функции $\Sigma(\mathbf{\Omega})$ [см. формулу (6.145)].

Результирующую многогрупповую систему уравнений переноса нейтронов при P_L-представлении индикатрисы рассеяния получают аналогично процедуре, изложенной выше, интегрированием по энергии уравнения (5.1) после подстановки в него разложений (6.36), (6.155) и использования теоремы сложения полиномов Лежандра (5.45):

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{4\pi}\Sigma_n^{i(v)}\varphi_n^i(\mathbf{r})P_n(\mu)=\sum_{j=1}^{i}\sum_{n=0}^{L}\frac{2n+1}{4\pi}\Sigma_{s,n}^{j\to i(v)}\varphi_n^j(\mathbf{r})\times$$

$$P_n(\mu)+q^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}). \quad (6.160)$$

Из этой системы, проводя далее преобразование подобно переходу от (6.152) к (6.153), получаем (индекс зоны опускаем)

$$\mathbf{\Omega}\nabla\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})+\Sigma_{L+1}^i\varphi^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})=\sum_{j=1}^{i}\sum_{n=0}^{L}\frac{2n+1}{4\pi}\tilde{\Sigma}_{s,n}^{j\to i}\varphi_n^j(\mathbf{r})\,P_n(\mu)+$$

$$+q^i(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}). \quad (6.161)$$

Здесь $\tilde{\Sigma}_{s,n}^{j\to i}=\Sigma_{s,n}^{j\to i}-\delta_{ij}(\Sigma_n^i-\Sigma_{L+1}^i)$. При этом предполагалось, что для $n>L$ выполняется соотношение $\Sigma_n^i=\Sigma_{L+1}^i$.

Как видно из формул усреднения сечений, групповые константы зависят от неизвестных функций плотности потока

нейтронов и сопряженной с ней, а точнее, от самой детальной информации об этих функциях. Такую информацию не обеспечивает даже уже полученное решение системы групповых уравнений, и для определения необходимых для усреднения сечений внутригрупповых спектров из рассчитанных значений групповых потоков приходится использовать различные приближенные подходы. Это вполне допустимо, поскольку групповые константы описываются дробными функционалами функций φ и φ_p^*, и степень погрешности констант существенно меньше степени погрешности этих функций. Уточнение констант и последующее уточнение функций φ и φ_p^* можно проводить итерационно, учитывая при первых итерациях, например, результаты дополнительных расчетов с увеличенным числом групп, но в приближении низшего порядка, например диффузионном. В процессе решения задач со сложной геометрией для усреднения сечений при первых итерациях могут быть использованы результаты расчетов упрощенных моделей этих задач с меньшей размерностью, например, одномерных.

Учитывая однородность материала в каждой зоне, т. е. постоянство ядерных сечений внутри зон, формулы (6.145), (6.151), (6.157), (6.159) можно преобразовать:

$$\Sigma^{i(v)}(\mathbf{\Omega})=\int_{\Delta E_i} dE\,\Sigma^{(v)}(E)\,\psi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})\Big/\int_{\Delta E_i} dE\psi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega}); \quad (6.162)$$

$$\Sigma_s^{j\to i(v)}(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})=$$

$$=\frac{\int_{\Delta E_j} dE'\int_{\Delta E_i} dE\,\Sigma_s^{(v)}(E'\to E, \mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\int_{V_v} dr\varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}{\int_{\Delta E_j} dE'\int_{\Delta E_i} dE\int_{V_v} dr\varphi(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})}; \quad (6.163)$$

$$\Sigma_n^{i(v)}=\int_{\Delta E_i} dE\,\Sigma^{(v)}(E)\,\psi_n^{(v)}(E)\Big/\int_{\Delta E_i} dE\psi_n^{(v)}(E); \quad (6.164)$$

$$\Sigma_{s,n}^{j\to i(v)}=\frac{\int_{\Delta E_j} dE'\int_{\Delta E_i} dE\,\Sigma_{s,n}^{(v)}(E'\to E)\int_{V_v} dr\varphi_n(\mathbf{r}, E')\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)}{\int_{\Delta E_j} dE'\int_{\Delta E_i} dE\int_{V_v} dr\varphi_n(\mathbf{r}, E')\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)}, \quad (6.165)$$

где $\psi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})=\int_{V_v} d\mathbf{r}\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})\,\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$; $\psi_n^{(v)}(E)=\int_{V_v} d\mathbf{r}\times$ $\times\,\varphi_n(\mathbf{r}, E)\,\varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)$.

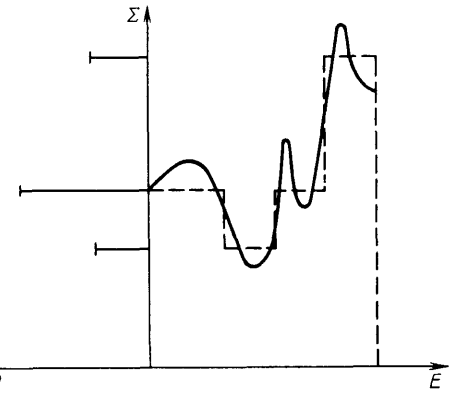
В случае слабой пространственной зависимости энергетических спектров плотности потока нейтронов и функции опасности в пределах каждой зоны, когда быстро устанавливается равновесный спектр и приближенно можно предста-

вить решения в виде $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi(\mathbf{r})\Phi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})$; $\varphi_p^{*\prime}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi^*(\mathbf{r})\Phi^{*(v)}(E, \mathbf{\Omega})$, формулы усреднения (6.162)—(6.165) несколько упрощаются. В них можно заменить функцию $\psi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})$ произведением $\Phi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})\Phi^{*(v)}(E, \mathbf{\Omega})$, интеграл $\int d\mathbf{r}\varphi\varphi_p^{*\prime}$ — произведением $\Phi^{(v)}(E', \mathbf{\Omega}')\Phi^{(v)}(E, \mathbf{\Omega})$ и соответственно $\psi_n^{(v)}(E)$ — произведением $\Phi_n^{(v)}(E)\Phi_n^{*(v)}(E)$, а $\int d\mathbf{r}\varphi_n(\mathbf{r}, E') \times \varphi_n^{*\prime}(\mathbf{r}, E)$ — произведением $\Phi_n^{(v)}(E')\Phi_n^{*(v)}(E)$. Дальнейшее упрощение таких формул усреднения сечений получается в случае слабого различия функции опасности нейтронов разных энергий в пределах каждой группы. Тогда остается только усреднение по функции $\Phi(E, \mathbf{\Omega})$ или ее гармоникам, т. е. по равновесному или в данном случае совпадающему с ним интегральному спектру нейтронов рассматриваемой зоны $\int d\mathbf{r}\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$. При сильном пространственном изменении энергетического спектра нейтронов (водородсодержащие материалы и среды с резко выраженной резонансной структурой сечений) пренебрежение при усреднении сечений функцией $\varphi^*(\mathbf{r})$ может привести к заметным погрешностям в результатах расчетов. Расчеты с использованием групповых констант, получаемых при таком подходе, правильно описывают лишь полное число процессов того или иного типа (столкновений и рассеяний) в среде. Детальное же пространственное распределение излучения в среде, и особенно вблизи ее границы, описывается неточно, что приводит к погрешности расчета функционалов, характеризующих поле излучения за защитой. Эта погрешность зависит от ширины энергетических групп и уменьшается с увеличением числа групп. Если число групп не очень велико (например, для нейтронов — менее 25—30), зоны достаточно протяженных размеров [в случае пренебрежения учетом функции $\varphi^*(\mathbf{r})$] следует разбивать на отдельные участки, в пределах которых изменение энергетической зависимости плотности потока нейтронов не слишком велико. Это приводит к появлению зон, имеющих один и тот же состав, но различные интегральные энергетические спектры, а следовательно, разные эффективные константы, т. е. к увеличению числа зон.

Форма записи многогрупповой системы уравнений переноса γ-излучения и формул усреднения сечений его взаимодействия с веществом при определении групповых констант такая же, как и для нейтронов.

Метод подгрупп. Этот метод основан на использовании специальной разновидности групповой модели, позволяющей, используя групповые сечения, получаемые без учета $\varphi_p^{*\prime}$ при усреднении, но постоянные внутри каждой зоны, уточнить расчет поля нейтронов в резонансной области энергий, где сечение сильно флуктуирует с энергией, и в области, где резонансы начинают сливаться. Это дает приемлемую информацию не только для расчета искомого функционала, но и

Рис. 6.6. $p(\Sigma)$-представление функции $\Sigma(E)$



подобно решению системы (6.129) с переменными коэффициентами — о детальном распределении таких нейтронов. В частности, корректно описываются области вблизи границ раздела сред, концентрированных источников нейтронов и в глубине слоев защиты, т. е. те, для которых применение группового подхода с постоянными коэффициентами приводит к погрешностям.

Идея метода состоит в том, что нейтроны каждой энергетической группы разбивают на несколько подгрупп так, чтобы в каждой подгруппе объединялись нейтроны со сравнительно близкими значениями полных сечений взаимодействия со средой. Например, в одну группу объединяют резонансные нейтроны, в другую — межрезонансные. Вводится функция $p(\Sigma)$ — плотность вероятности найти в энергетическом интервале ΔE значение сечения, равное Σ. Значение такой функции позволяет легко определить средние по ΔE значения любой функции сечений $\langle f(\Sigma)\rangle = \int p(\Sigma) f(\Sigma)\, d\Sigma$. Функция $p(\Sigma)$ обычно аппроксимируется суммой нескольких δ-функций (рис. 6.6), соответствующих отдельным группам.

Из-за близости сечений нейтронов в пределах одной подгруппы эффекты резонансного самоэкранирования для них не существенны. Поэтому распределение нейтронных подгрупп в среде можно рассчитывать без итераций по заранее составленным эффективным константам, зависящим от состава среды, но не зависящим от ее размеров и характеристики соседних слоев. Вероятность перехода из одной подгруппы в другую берут пропорциональной статистическому весу подгруппы, в которую переходят нейтроны при рассеянии. Плотность полного группового потока определяется как сумма плотностей потоков нейтронов всех подгрупп данной группы.

Для расчета однородной защиты с использованием подгрупповой модели после небольших усовершенствований могут быть приспособлены многогрупповые программы расчета. Однако для расчета с помощью подгрупповой модели гетерогенной защиты требуются специальные программы. Сложность составления таких программ и их громоздкость сдерживают применение метода подгрупп.

Дискретно-энергетический подход к решению уравнения переноса излучения. Альтернативой групповой модели уравнения переноса излучения является анализ этого уравнения для дискретных узлов по энергии, когда энергия рассматривается как дискретная переменная. Такой анализ имеет смысл при рассмотрении большого числа узлов энергетической переменной, когда с приемлемой степенью достоверности удается описать детальный ход энергетической зависимости сечений. Между узлами энергетической переменной E_k обычно предполагается линейный ход этой зависимости. Но даже в случае достаточно плавных сечений число узлов E_k должно быть настолько велико, чтобы на интервалах между этими узлами на всех расстояниях до источника можно было пренебречь отличием рассчитываемого спектра от некоторого стандартного $\Phi(E)$, используемого при расчете квадратурных весов для интеграла рассеяния, и не переусреднять сечения.

Уравнение переноса (5.1) для нейтронов с энергией E_k в форме, подобной системе уравнений (6.160), имеет вид

$$\boldsymbol{\Omega}\nabla\varphi(\mathbf{r}, E_k, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma(E_k)\varphi(\mathbf{r}, E_k, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_j \sum_n [(2n+1)/(4\pi)]\,\Sigma_{s,n} \times$$
$$\times (E_j \to E_k)\,\omega_{j(k)}\varphi_n(\mathbf{r}, E_j) + q(\mathbf{r}, E_k, \boldsymbol{\Omega}), \qquad (6.166)$$

где E_k, E_j — узлы энергетической переменной; $\Sigma(E_k)$ и $\Sigma_s(E_k \to E_j)$ — сечения в точках E_k. Квадратурные веса $\omega_{j(k)}$ определяются выбором формулы численного интегрирования для интеграла рассеяния. В простейшем случае

$$\omega_{j(k)} = \int_{\Delta E_j} \Sigma_s(E \to E_k)\,\Phi(E)\,dE / [\Sigma_s(E_j \to E_k)\,\Phi(E_j)], \qquad (6.167)$$

где ΔE_j — энергетический интервал, включающий точку E_j (обычно границы этих интервалов выбирают посередине между узлами). В частности, при $\Sigma_s(E \to E_k) = \text{const}$ и $\Phi(E) = \text{const}$ на интервале ΔE_j $\omega_{j(k)} = \Delta E_j$.

Алгебраическая эквивалентность дискретно-энергетической формы (6.166) и групповой формы уравнения переноса (6.161) позволяет при наличии данных по сечениям использовать для расчетов детальной энергетической зависимости плотности потока излучения практически любую многогрупповую программу расчета защиты на ЭВМ. Число рассматриваемых узлов по энергии совпадает с числом энергетических групп в программе. По существу такие «многоточечные» расчеты являются «мультигрупповыми».

При рассмотрении какой-либо энергетической области с одинаковым числом групп и узлов многогрупповые расчеты, конечно, точнее, поскольку усреднение сечений в групповом подходе включает более детальный анализ их энергетической

зависимости. Поэтому дискретно-энергетические расчеты целесообразно проводить лишь при необходимости получения детальных спектров, в основном в исследовательских работах.

Усреднение сечений. При усреднении сечений для достаточно протяженных зон интегральный энергетический спектр нейтронов в ν-й зоне $\Phi_0^{(\nu)}(E)$ можно в первом приближении описать равновесным спектром $\Phi_0(E)$ в бесконечной однородной среде, в которую помещены равномерно распределенные источники спектра $q_0^{(\nu)}(E) = \int d\mathbf{r}\,d\boldsymbol{\Omega}\,q(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$. Функция $\Phi_0(E)$ удовлетворяет уравнению (5.19). Это уравнение удается решить аналитически лишь в некоторых частных случаях [см. например, формулы (5.137), (5.138), (5.142), (5.143) для сред с упругим рассеянием нейтронов]. В большинстве случаев такой информации недостаточно для расчета групповых констант, и приходится проводить более сложное рассмотрение.

Основой анализа внутригрупповых спектров является использование метода сферических гармоник. Применение этого метода [см. получение односкоростной системы уравнений (6.3)] к уравнению (5.1) в плоской геометрии дает следующую систему уравнений:

$$\frac{n+1}{2n+1}\frac{\partial\varphi_{n+1}(x, E)}{\partial x} + \frac{n}{2n+1}\frac{\partial\varphi_{n-1}(x, E)}{\partial x} + \Sigma(E)\varphi_n(x, E) = \int_E^\infty dE'\Sigma_{s,n}(E' \to E) \times$$
$$\times \varphi_n(x, E') + q_n(x, E). \qquad (6.168)$$

При слабом изменении сечений в интервале упругого замедления $\Delta E_{\text{зам}}$ в средах из тяжелых или средних ядер спектр нейтронов изменяется также слабо. Поэтому при изотропности неупругого рассеяния с небольшой степенью погрешности можно при $n > 0$ вынести $\varphi_n(x, E)$ из-под знака интеграла в правой части уравнения (6.168). Тогда (при $n > 0$)

$$\Sigma_{tr,n}(E)\varphi_n(x, E) = -\frac{n+1}{2n+1}\frac{\partial\varphi_{n+1}(x, E)}{\partial x} - \frac{n}{2n+1}\frac{\partial\varphi_{n-1}(x, E)}{\partial x} +$$
$$+ q_n(x, E). \qquad (6.169)$$

Здесь $\Sigma_{tr,n}(E) = \Sigma(E) - \Sigma_{s,n}(E)$; $\Sigma_{s,n}(E) = \int_E^{E+\Delta E_{\text{зам}}} dE'\Sigma_{s,n}(E' \to E)$.

Интегрируя эту систему по пространству и предполагая, что спектр градиента какого-либо момента нейтронного потока подобен спектру самого момента, получаем систему P_N-уравнений для функций $\Phi_n(E)$:

$$\Sigma_{tr,n}(E)\Phi_n(E) = -\frac{n+1}{2n+1}\Phi_{n+1}(E) - \frac{n}{2n+1}\Phi_{n-1}(E) + q_n(E), \qquad (6.170)$$

которая может быть достаточно точно решена на ЭВМ численно. Если пренебречь влиянием высших моментов на

низшие, т. е. первым слагаемым правой части, и влиянием анизотропии источников, то приближенно при $n>0$

$$\Phi_n(E)\sim\Phi_{n-1}(E)/\Sigma_{tr,n}(E). \qquad (6.171)$$

Таким образом, $\Phi_1(E)\sim\Phi_0(E)/\Sigma_{tr}(E)$; $\Phi_2(E)\sim\Phi_0(E)/[\Sigma_{tr}(E)\times\Sigma_{tr,2}(E)]$ и т. д.

В средах, сечения которых изменяются с энергией нейтронов резонансно, нейтронный спектр испытывает резкие резонансные колебания. При этом происходит самоэкранировка резонансов, заключающаяся в снижении значений эффективных сечений с удалением от источника. Для случая малых градиентов потока в слабопоглощающей среде из тяжелых или средних ядер (при отсутствии в среде ядер водорода) в предположении изотропности неупругого рассеяния справедливо приближенное выражение для резонансной микроструктуры спектра $\Phi_n(E)$

$$\Phi_n(E)\approx R(E)\left[\sum_{l=0}^{n} a_{n-l}\Big/\Sigma^{l+1}(E)\right]. \qquad (6.172)$$

Здесь $R(E)$ — плавная функция энергии, так же как и коэффициенты a_l, определяемые рекуррентным соотношением ($a_0=1$):

$$a_l=\frac{\sum_{k=0}^{l-1} a_{l-1-k}\left[\int_{E}^{E+\Delta E_{\text{зам}}} dE'\Sigma_{s,k}(E'\to E)/\Sigma^{k+2}(E')\right]}{\left[1-\int_{E}^{E+\Delta E_{\text{зам}}} dE'\Sigma_{s,k}(E'\to E)/\Sigma(E')\right]}. \qquad (6.173)$$

Таким образом, для вычисления энергетической зависимости угловых моментов нейтронного потока необходимы данные по корреляции дифференциальных и полных сечений, а именно: необходимо знать величины типа $\Sigma_s(E'\to E,\mu_s)/\Sigma^k(E')$ при $k=1, 2, \ldots$, усредненные по достаточно узким интервалам ΔE. Эти данные могут быть получены из экспериментов по пропусканию пучков моноэнергетических нейтронов в исследуемых средах в геометрии узкого пучка. Подстановка (6.172) в выражения групповых констант (6.164), (6.165) позволяет определять эти константы. В случае наличия в среде ядер водорода или других легких ядер становится существенной пространственная зависимость спектра нейтронов. При этом следует учитывать при усреднении сечений зависимость от функции $\varphi_p^{*\prime}$, рассмотрение задачи усложняется, и константы следует определять итерационным путем.

Решение многогрупповых задач расчета переноса излучения. Формулировка многогрупповых систем уравнений переноса нейтронов и фотонов в виде систем последовательных односкоростных уравнений удобны для численного решения с помощью ЭВМ. Для метода дискретных ординат — это системы (6.153), (6.166), для метода сферических гармоник — система, подобная

(6.3), например в плоской геометрии ($\Sigma^i_{tr,n}=\Sigma^i_n-\Sigma^{i\to i}_{s,n}$):

$$nd\varphi^i_{n-1}(x)/dx+(n+1)\,d\varphi^i_{n+1}/dx+(2n+1)\,\Sigma^i_{tr,n}\varphi^i_n(x)=(2n+1)\times\left[\sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s,n}\varphi^i_n(x)+(2n+1)\,q^i_n(x)\right]. \qquad (6.174)$$

Аналогичным образом можно записать многогрупповые системы для метода моментов, $2P_N$-метода и др.

Одни и те же вычислительные программы для ЭВМ, разработанные для решения подобных систем уравнений, в настоящее время используются как для нейтронов, так и для фотонов, естественно, с разными групповыми константами. Универсальность подхода облегчает практическое проведение расчетов в реальной ситуации, когда один вид излучения (нейтроны) формирует источники другого вида излучения (фотоны).

Следует отметить, что ранее для фотонов был более широко принят не групповой подход, а дискретно-энергетическое рассмотрение, например при применении метода моментов. Объясняется это наличием аналитической зависимости для дифференциального сечения рассеяния фотонов и плавным характером этой зависимости. При переходе к групповому рассмотрению для фотонов несколько возрастает подготовительная работа над константами — появляется операция усреднения сечений. Однако затраты машинного времени все же уменьшаются при использовании возможности сокращения числа энергетических групп по сравнению с числом дискретных энергетических узлов.

В свою очередь нерегулярность энергетической зависимости нейтронных сечений способствовала рассмотрению усредненных по энергии характеристик и развитию группового подхода при расчете нейтронных полей. Возможность использования многогрупповых программ расчета защиты для дискретно-энергетического анализа позволяет проводить детальные исследования энергетических спектров нейтронов в энергетических областях с плавным характером изменения нейтронных сечений.

Наиболее широко для расчетов полей излучения в защитных композициях применяются различные модификации метода дискретных ординат. Из зарубежных вычислительных программ, использующих этот метод, широко распространена программа одномерного расчета ANISN (Discrete Ordinate Transport Code with Anisotropic Scattering), из отечественных — система программ РОЗ (Расчет одномерной защиты). Информация по полям излучения внутри защитных композиций, в том числе по угловым распределениям, получаемая с помощью этих программ, может быть использована при расчете прохождения излучения по различным неоднородностям в защите. Все эти

программы обладают возможностью решения многогрупповых систем уравнений не только для плотности потока излучения, но и для систем сопряженных уравнений (для обеспечения возможности применения теории возмущений и оптимизации защиты).

Основным фактором, ограничивающим в настоящее время применение таких программ для расчета прохождения излучений в протяженных защитных композициях, является лишь недостаточная надежность и точность данных по нейтронным сечениям. Поэтому большое значение имеет уточнение этих данных путем «подгонки» к результатам различных защитных экспериментов результатов расчетов, проведенных для условий, идентичных условиям эксперимента.

Из многогрупповых программ двумерного расчета защиты следует отметить модификации программ DOT (Two-Dimensional Discrete Ordinate Transport Code), РАДУГА, TWOTRAN и PALLAS. Для возможности расчета полей излучения в больших массивах защитных композиций (протяженностью несколько метров) такие программы предусматривают поэтапный расчет (по частям) с постановкой соответствующих граничных условий облучения и отражения, когда результаты расчета одного этапа используют в качестве исходных данных при расчете следующего этапа. На разных этапах возможно использование приближений различного порядка, допустим, расчет прострела излучения по пустотам требует более густых угловых сеток, т. е. возрастания номера приближения. Порядок приближения может быть разным для нейтронов различных энергий, например для быстрых нейтронов и коротковолнового γ-излучения он более высок. В целях уменьшения затрат машинного времени можно для разных групп использовать различные пространственные сетки, например применять более густые сетки для тех групп (и тех зон), где сечения возрастают, и наоборот. При задании распределения источников излучения (интеграла деления по активной зоне реактора) используются результаты реакторных расчетов.

В трехмерной геометрии число расчетных узлов, необходимых для представления больших объемов защиты, настолько возрастает, что расчеты становятся чрезмерно громоздкими и нереализуемыми на практике на современных ЭВМ. Тем не менее известны попытки анализа защиты с трехмерной геометрией с помощью синтетических методов.

Этапность расчетов при проектировании радиационной защиты сложных источников излучений (например, реактора, см. гл. 15, т. 2) требует последовательного применения различных программ, когда результаты расчета по одной программе после некоторых преобразований служат исходными данными для расчета по другой программе. При этом в зависимости от

стадии проекта требуется различная точность расчетов, т. е. возможно применение программ разного класса. Необходимость автоматизации переходов от одних программ к другим побуждает к созданию пакетов прикладных программ, примером которых могут служить различные варианты интенсивно разрабатываемого в последнее время пакета «ЗАЩИТА».

§ 6.6. Погрешности решения уравнения переноса излучений

Погрешность расчетов защиты обусловлена многими факторами. На первом месте следует поставить неадекватность расчетной модели реальной геометрии защиты и источника излучений, обычно трехмерной (например, гомогенизация, неучет детальной структуры конструкции и т. д.). Далее идет погрешность используемого метода расчета. Эта погрешность может оказаться существенно выше для полуэмпирических методов расчета, чем для строгих методов решения уравнения переноса излучений. Следует, однако, отметить, что, несмотря на это, полуэмпирические методы часто оказываются более подходящими для решения практических задач, особенно при их сложной геометрии.

Погрешность методов расчета защиты, основанных на решении уравнения переноса излучений, обусловлена выбором: а) порядка аппроксимации пространственной зависимости решения (шага пространственной сетки); б) порядка аппроксимации угловой зависимости решения (угловой квадратуры или номера приближения в методе сферических гармоник); в) приближения индикатрисы рассеяния; г) алгоритма решения (численной схемы, итерационной схемы и т. д.). С повышением порядка аппроксимаций и номера приближения соответствующая составляющая погрешности расчетов уменьшается и начиная с какого-то приближения может быть обеспечена достаточно малой.

Пример анализа погрешности, обусловленной выбором численной схемы, разобран в § 6.4 для S_N-метода.

В настоящее время существует достаточно большое количество численных схем, и их количество постоянно пополняется. Многие из них приводят к уменьшению погрешностей результатов расчетов, но, правда, чаще всего за счет возрастания их трудоемкости.

В целом задача определения погрешности расчетов защиты, особенно вариантов реальных полномасштабных защит, является чрезвычайно сложной. И практически погрешность расчета в таких случаях может быть установлена лишь в результате сопоставления с соответствующими экспериментальными данными (кстати, также обладающими определенной погрешностью). Однако для задач с одномерной геометрией (иногда и

для двумерных композиций с простой структурой) методическая погрешность расчета может быть сведена к минимуму повышением номера приближения и выбором порядка аппроксимации. В этих случаях определяющей будет константная компонента погрешности, т. е. погрешность, обусловленная неопределенностью используемых констант. Основным рабочим инструментом расчета константной погрешности служат формализм теории возмущений для уравнения переноса излучений, элементы которой изложены в § 6.5, и достижения по ее развитию и усовершенствованию.

Константная погрешность расчетов. Практический результат по ее оценке может быть получен фактически лишь при применении теории малых возмущений, т. е. при пренебрежении отличием $\varphi_p^{*\prime}$ от φ_p^*, при использовании групповой модели переноса излучений.

Тогда рассчитываемый функционал J (индекс p для простоты далее опускаем) является функцией множества групповых констант $\mathbf{\Sigma}=\{\Sigma_i\}$ [сюда входят полные сечения, парциальные сечения межгрупповых переходов, их гармоники и т. д.; i — номер группы, но в данном случае, строго говоря, это номер константы ($i=1, \ldots, N$)]. Изменение функционала J, обусловленное целым набором малых изменений $\delta\Sigma_i$, может быть выражено разложением в ряд Тейлора, т. е. возмущенное значение функционала

$$J'=J(\mathbf{\Sigma}+\delta\mathbf{\Sigma})\simeq J(\mathbf{\Sigma})+\sum_i\frac{\partial J}{\partial\Sigma_i}\delta\Sigma_i+\sum_i\frac{\partial^2 J}{\partial\Sigma_i^2}\frac{\delta^2\Sigma_i}{2}+\ldots \qquad (6.175)$$

Ограничиваясь линейным членом разложения (далее эту модель будем называть линейной теорией возмущений), получаем выражение для изменения функционала при независимых друг от друга малых изменениях сечений $\delta\Sigma_i=\Sigma_i'-\Sigma_i$

$$\Delta J_{\text{лтв}}=(J'-J)_{\text{лтв}}\approx\sum_i(\partial J/\partial\Sigma_i)\,\delta\Sigma_i\,. \qquad (6.176)$$

Функциональную производную $\partial J/\partial\Sigma_i$ называют функцией чувствительности функционала J к изменению сечения Σ_i. Соответствующее относительное изменение функционала

$$\delta J/J\simeq\sum_i S_{\Sigma_i}\delta\Sigma_i/\Sigma_i\,, \qquad (6.177)$$

где

$$S_{\Sigma_i}=\frac{\partial J}{J}\Big/\frac{\partial\Sigma_i}{\Sigma_i} \qquad (6.178)$$

— коэффициент чувствительности (нормированная функция чувствительности) функционала к сечению Σ_i, характеризующий, на

сколько процентов изменится функционал при изменении сечения на 1%.

При анализе коэффициентов чувствительности обычно используют выражение для вариации функционала типа (6.116), полученное из сотношения (6.143), проинтегрированного по $d\mathbf{\Omega}$, и имеющее в групповом представлении при δq, $\delta p=0$ следующий вид:

$$\delta J=-\int d\mathbf{r}\int d\mathbf{\Omega}\sum_i\varphi^i\left[\varphi^{*i}\delta\Sigma_i-\int d\mathbf{\Omega}'\varphi^{*j}\delta\Sigma_s^{i\to j}(\mu^s)\right]. \qquad (6.179)$$

Отсюда видно, что для какого-то определенного материала

$$S_{\Sigma_i}=-\Sigma_i\int d\mathbf{r}\int d\mathbf{\Omega}\varphi^i\varphi^{*i}/J; \qquad (6.180)$$

$$S_{\Sigma_{s,n}^{i\to j}}=\Sigma_{s,n}^{i\to j}\int d\mathbf{r}\varphi_n^i\varphi_n^{*j}/J\,. \qquad (6.181)$$

Здесь проводится интегрирование по объему тех слоев защиты, где присутствует рассматриваемый материал. В практических расчетах оказывается, что линейное приближение (6.176) и, значит, соответствующая формула (6.177) несправедливы при достаточно больших отклонениях сечений (20—30%). При определении соответствующих поправок учтем, что в векторном виде набор коэффициентов чувствительности $\mathbf{S}=\{S_{\Sigma_i}\}$ можно записать следующим образом:

$$\mathbf{S}(\mathbf{\Sigma})=\frac{\mathbf{\Sigma}}{J}\frac{dJ}{d\mathbf{\Sigma}}, \qquad (6.182)$$

а каждая компонента вектора $\mathbf{S}$ имеет вид

$$S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma})=\frac{\Sigma_i}{J}\frac{dJ}{d\Sigma_i}. \qquad (6.183)$$

Отсюда можно записать

$$d\ln J=dJ/J=\sum_i S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma})\,d\Sigma_i/\Sigma_i\,. \qquad (6.184)$$

Значит, возмущенное значение функционала

$$J'=J\exp\int_{\mathbf{\Sigma}}^{\mathbf{\Sigma}'}\sum_i S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma}'')\,d\Sigma_i''/\Sigma_i''\,. \qquad (6.185)$$

Для расчета этого значения необходимо знать вид функции $S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma})$. Из формул (6.180), (6.181) видна пропорциональность $S_{\Sigma_i}\sim\Sigma_i$. Отсюда следует, что $S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma}'')/\Sigma_i''\approx S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma})/\Sigma_i$ и

$$J'=J\exp\int_{\mathbf{\Sigma}}^{\mathbf{\Sigma}'}\sum_i S_{\Sigma_i}(\mathbf{\Sigma})\,d\Sigma_i''/\Sigma_i=J\exp\left(\sum_i S_{\Sigma_i}\delta\Sigma_i/\Sigma_i\right). \qquad (6.186)$$

Таким образом, в достаточно общем случае зависимость возмущения функционала от возмущения сечения оказывается нелинейной:

$$\delta J/J = \exp\left(\sum_i S_{\Sigma_i}\delta\Sigma_i/\Sigma_i\right) - 1. \qquad (6.187)$$

Однако видно, что при малых возмущениях сечений это соотношение сводится к линейной формуле (6.178).

В расчетах полей излучения используют набор групповых констант, известных с некоторой погрешностью. Эти константы Σ_i могут рассматриваться как случайные величины, каждая из которых подчиняется своему статистическому закону распределения $\psi_\Sigma(\Sigma_i)$. В расчетах обычно используются средние значения этих случайных величин $\bar{\Sigma}_i = \int \Sigma_i \psi_\Sigma(\Sigma_i)\, d\Sigma_i$. Очевидно, что расчетное значение функционала является функцией не только Σ_i, а и вероятностных законов распределения $\psi_\Sigma(\boldsymbol{\Sigma})$. И при учете статистического характера распределений сечений среднее значение функционала $\bar{J}$ должно вычисляться как математическое ожидание (см. гл. 7)

$$\bar{J}(\boldsymbol{\Sigma}) = \int J\psi(J)\, dJ = \int J(\boldsymbol{\Sigma})\,\psi_\Sigma(\boldsymbol{\Sigma})\, d\boldsymbol{\Sigma}. \qquad (6.188)$$

И в общем случае это среднее значение функционала не равно значению функционала как функции средних сечений: $\bar{J}(\boldsymbol{\Sigma}) \neq J(\bar{\boldsymbol{\Sigma}})$. Для характеристик меры отклонения $\bar{J}(\boldsymbol{\Sigma})$ от $J(\bar{\boldsymbol{\Sigma}})$ можно ввести статистическую поправку

$$\omega_J = \bar{J}(\boldsymbol{\Sigma})/J(\bar{\boldsymbol{\Sigma}}). \qquad (6.189)$$

С учетом статистической природы погрешностей сечений нормированная дисперсия (квадрат относительного среднего квадратического отклонения, см. гл. 7) функционала выражается следующим образом:

$$(\Delta J/J)^2 \equiv D_0 J = M\left\{(\delta J/\bar{J})^2\right\}, \qquad (6.190)$$

где $M(x)$ обозначает математическое ожидание (см. гл. 7). При подстановке (6.178) в (6.190) получаем

$$D_0 J = M\left\{\sum_i\sum_{i'} S_{\Sigma_i} S_{\Sigma_{i'}} (\delta\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i)(\delta\Sigma_{i'}/\bar{\Sigma}_{i'})\right\} = \sum_i\sum_{i'} S_{\Sigma_i} S_{\Sigma_{i'}} \times$$
$$\times M\left\{(\delta\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i)(\delta\Sigma_{i'}/\bar{\Sigma}_{i'})\right\}. \qquad (6.191)$$

Здесь последний сомножитель является элементом ковариационной матрицы $\hat{\mathbf{W}}$, т. е. средним значением произведения относительных отклонений различных сечений, взвешенного по закону распределения $\psi_\Sigma(\Sigma_i, \Sigma_{i'})$:

$$\operatorname{cov}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})/(\bar{\Sigma}_i\bar{\Sigma}_{i'}) = \int\left[(\Sigma_i - \bar{\Sigma}_i)/\bar{\Sigma}_i\right] \times$$
$$\times\left[(\Sigma_{i'} - \bar{\Sigma}_{i'})/\bar{\Sigma}_{i'}\right]\psi_\Sigma(\Sigma_i, \Sigma_{i'})\, d\Sigma_i d\Sigma_{i'}.$$

Элементы такой ковариационной матрицы обычно определяются из библиотек корреляционных матриц и средних квадратических относительных погрешностей сечений (стандартных отклонений $\Delta\Sigma = \sqrt{D\Sigma}$):

$$\operatorname{cov}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})/(\bar{\Sigma}_i\bar{\Sigma}_{i'}) = \operatorname{corr}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})(\Delta\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i)(\Delta\Sigma_{i'}/\bar{\Sigma}_{i'}). \qquad (6.192)$$

Элементами корреляционных матриц являются коэффициенты корреляции (безразмерные ковариации)

$$\operatorname{corr}(\Sigma_i, \Sigma_{i'}) = \frac{\operatorname{cov}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})}{\Delta\Sigma_i\Delta\Sigma_{i'}}. \qquad (6.193)$$

Диагональные члены ($i = i'$) ковариационных матриц представляют собой нормированные дисперсии сечений $\Delta^2\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i^2$. Для тех случаев, когда значения сечений Σ_i можно считать независимыми величинами, коэффициенты их корреляции обращаются в нуль (за исключением диагональных коэффициентов, по определению равных единице) и

$$D_0 J = \sum_i S_{\bar{\Sigma}_i}^2 \Delta^2\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i^2 = \sum_i S_{\bar{\Sigma}_i}^2 (D_0\Sigma_i). \qquad (6.194)$$

При учете влияния статистической неопределенности сечений обычно предполагают, что сечения $\boldsymbol{\Sigma}$ подчиняются нормальному закону распределения:

$$\psi_\Sigma(\boldsymbol{\Sigma}) = (2\pi)^{-N/2}(\det\hat{\mathbf{W}})^{-1/2}\exp\left[-(1/2)(\boldsymbol{\Sigma}-\bar{\boldsymbol{\Sigma}})^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{W}}^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}-\bar{\boldsymbol{\Sigma}})\right]. \qquad (6.195)$$

Здесь индекс «т» означает транспонирование: $\det\hat{\mathbf{W}}$ — детерминант матрицы $\hat{\mathbf{W}}$. При подстановке зависимости (6.195) в формулу (6.188) и использовании для $J(\boldsymbol{\Sigma})$ выражения (6.186) в результате ряда математических преобразований оказывается, что

$$\bar{J}(\boldsymbol{\Sigma}) = J(\bar{\boldsymbol{\Sigma}})\exp\left\{(1/2)\left[\sum_i\sum_{i'} S_{\Sigma_i} S_{\Sigma_{i'}} \operatorname{cov}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})/(\bar{\Sigma}_i\bar{\Sigma}_{i'})\right]\right\}, \qquad (6.196)$$

т. е.

$$\omega_J = \exp\left[(1/2)\sum_i\sum_{i'} S_{\Sigma_i} S_{\Sigma_{i'}} \operatorname{corr}(\Sigma_i, \Sigma_{i'})(\Delta\Sigma_i/\bar{\Sigma}_i)(\Delta\Sigma_{i'}/\bar{\Sigma}_{i'})\right].$$

Отсюда видно, что при принятых допущениях всегда $\omega_J > 1$, т. е. результат расчета функционала, выполненного со средними значениями групповых сечений, несколько меньше истинного значения функционала.

Следует отметить, что описанный выше формализм пригоден также при учете погрешности интенсивности, спектра и распределения источников излучений, неопределенности функции отклика детектора (удельных дозовых характеристик излучений и т. п.), технологического разброса плотности материалов защиты, отклонений размеров отдельных слоев в пределах допусков и т. д.

Глава 7

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 7.1. Основы метода Монте-Карло

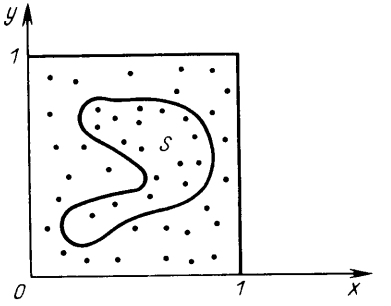
Метод Монте-Карло — это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. Часто этот метод называют также методом случайных испытаний, так как расчет по методу Монте-Карло заключается в случайной выборке из некоторой генеральной совокупности в соответствии с определенными вероятностными законами.

Для большей наглядности рассмотрим простой пример. Пусть необходимо вычислить площадь произвольной плоской фигуры S (рис. 7.1). Выберем в квадрате N случайных точек. Обозначим через N' число точек, попавших при этом внутрь S. Геометрически очевидно, что площадь приближенно равна отношению N'/N, причем чем больше N, тем точнее будет оценка.

В применении к решению задач теории переноса нейтронов или фотонов сущность метода Монте-Карло состоит в том, что сложный стохастический процесс прохождения частиц в веществе рассматривается как последовательность конечного числа элементарных случайных событий. К таким событиям относятся рождение частиц в источнике, движение без взаимодействия на некотором пути, взаимодействие какого-либо типа и, если частица при этом не поглощается, снова движение до следующего взаимодействия. Зная вероятность каждого из этих событий, можно воспроизвести движение (траекторию) определенной частицы в веществе. Далее из анализа достаточно большого количества траекторий можно определить различные характеристики поля излучения.

Если при расчете по методу Монте-Карло точно моделируются реальные вероятностные законы, то такой способ расчета называют аналоговым. В основе аналоговых методов лежат простые соображения, что привлекательно с практической точки зрения. Однако если изучаемые события происходят в реальной

Рис. 7.1. К определению площади фигуры методом Монте-Карло



системе очень редко, то это же будет наблюдаться и в модельной аналоговой системе. Следовательно, может случиться, что огромный объем вычислений даст мало ценной информации. Разработано много способов, позволяющих при расчетах по методу Монте-Карло получать больше полезной информации. Такие модификации часто называют «способами уменьшения дисперсии».

Отметим еще три особенности метода. Первая — относительная простота вычислительного алгоритма. Как правило, составляется программа для прослеживания одной истории, а затем эта процедура N раз повторяется. Вторая — хорошая приспособленность метода к решению задач переноса в многомерных геометриях. И третья — погрешности вычислений обычно пропорциональны $1/\sqrt{N}$, т. е. метод нецелесообразно применять там, где требуется очень высокая точность вычислений.

Случайные величины. Метод Монте-Карло является вероятностным по своей природе, поэтому напомним специфическую терминологию и некоторые положения теории вероятностей.

Основное понятие в теории вероятностей — событие, под которым понимается тот или иной исход эксперимента. События комбинируются с помощью элементарных операций теории множеств. Полученные таким способом события также относятся к возможным исходам данного эксперимента. Событие, включающее все возможные исходы эксперимента, называется достоверным и обозначается через Ω. Вероятность определяется как вещественная функция на множестве событий, удовлетворяющая условиям: 1) $p(\varnothing)=0$, $p(\Omega)=1$, $0\leqslant p(\omega)\leqslant 1$ для любого ω; 2) $p\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}\omega_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}p(\omega_i)$, если $\omega_i\bigcap\omega_j=\varnothing$, $i\neq j$, где ω_i — i-е событие; $\varnothing$ — невозможное событие.

В точках ω множества Ω могут быть заданы вещественные функции. Пусть $\xi(\omega)$ — такая функция и $\lambda(t)=\{\omega:\xi(\omega)\leqslant t\}$, что означает множество всех точек ω, для которых $\xi(\omega)\leqslant t$. Если при любом t множество $\lambda(t)$ является событием, то функция ξ называется случайной величиной на Ω. Или наоборот, если ξ — случайная величина на Ω, то для любого t определена вероятность

$$p(\xi\leqslant t)=p\{\omega\,|\,\xi(\omega)\leqslant t\}.$$

Эту вероятность принято называть функцией распределения случайной величины и обозначать $F(t)=p(\xi\leqslant t)$. Отметим некоторые свойства функции распределения:

1) $F(t)$ — монотонно неубывающая функция;

2) $F(-\infty)=0$, $F(\infty)=1$;

3) $F(b)-F(a)=p(a<\xi\leqslant b)$, $a<b$;

4) если $F(t)$ имеет производную в точке t, которую называют плотностью распределения случайной величины и обозначают через $f(t)$, то $\lim\limits_{\Delta\to 0} p(t-\Delta/2<\xi\leqslant t+\Delta/2)=f(t)\,\Delta$.

Случайная величина и ее функция распределения называются дискретными, если $F(x)$ — ступенчатая функция с конечным числом скачков в любом конечном интервале. Для полного описания такой функции достаточно задать последовательность x_1, x_2, ... значений, которые может принимать случайная величина, и соответствующие вероятности p_1, p_2, ..., при этом

$$F(x)=\sum_{x_i\leqslant x} p_i. \tag{7.1}$$

Для непрерывных случайных величин должна существовать $F'(x)=f(x)$ и быть непрерывной всюду, кроме возможно конечного числа точек на любом конечном интервале. В этом случае

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt. \tag{7.2}$$

Важную роль в теории метода Монте-Карло имеет равномерно распределенная в интервале (a, b) случайная величина с плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases} 1/(b-a) & \text{при } a\leqslant x\leqslant b;\\ 0 & \text{— в остальных случаях}\end{cases} \tag{7.3}$$

и нормально распределенная случайная величина с плотностью распределения

$$f(x)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-x^2/2),\quad -\infty\leqslant x\leqslant\infty. \tag{7.4}$$

Каждой случайной величине ξ отвечает ее среднее значение или математическое ожидание, которое обозначается $M\xi$. В общем случае математическое ожидание случайной величины ξ с функцией распределения $F(x)$ равно

$$\mathbf{M}\xi=\int_{-\infty}^{\infty} x\,dF(x)=m. \tag{7.5}$$

Математическое ожидание n-й степени величины ξ, т. е. $\mathbf{M}\xi^n$, называется n-м моментом случайной величины ξ. Часто

используются моменты $\mu_n=\mathbf{M}(\xi-m)^n$, которые называются центральными моментами. Особенно важен второй центральный момент, который называется дисперсией и используется как мера рассеяния случайной величины вокруг ее среднего значения m. Для дисперсии используется обозначение

$$\mathbf{D}\xi=\mathbf{M}(\xi-m)^2=\sigma^2, \tag{7.6}$$

а σ называется стандартным отклонением. Нормально распределенная случайная величина с $f(x)$ в виде (7.4) имеет $\mathbf{M}\xi=0$ и $\mathbf{D}\xi=1$.

В одном эксперименте может наблюдаться более одной случайной величины. Тогда выше введенные понятия обобщаются на многомерный случай. Пусть это будут две непрерывные случайные величины ξ и η. Для них вводятся совместная плотность распределения $f(x, y)$, частичные плотности распределения для каждой из величин, например для ξ

$$f_\xi(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\,dy, \tag{7.7}$$

и условные плотности распределения $f(x\,|\,y)$ и $f(y\,|\,x)$. Функция $f(y\,|\,x)$, например, представляет плотность распределения случайной величины η при условии, что значение ξ находится в единичном интервале вокруг x. Значение этой функции

$$f(y\,|\,x)=f(x, y)/f_\xi(x). \tag{7.8}$$

Если ξ и η являются независимыми случайными величинами, то

$$f(x, y)=f_\xi(x)f_\eta(y). \tag{7.9}$$

§ 7.2. Получение случайных чисел с заданным распределением

Для решения задач методом Монте-Карло необходимо получать на ЭВМ последовательности выборочных значений случайной величины с заданным распределением. Такой процесс часто называют розыгрышем значений случайной величины.

Пусть случайная величина ξ имеет плотность распределения $f(x)$. Выборкой из плотности $f(x)$ называется такая последовательность чисел t_1, t_2, ... $(-\infty\leqslant t_i\leqslant\infty)$, что

1) $p(a<t_i\leqslant b)=\int\limits_a^b f(x)\,dx$, $-\infty\leqslant a<b\leqslant\infty$;

2) $p(a<t_{i_1}, \ldots t_{i_n}\leqslant b)=\left[\int\limits_a^b f(x)\,dx\right]^n$ при условии, что все i_1, ..., i_n различны.

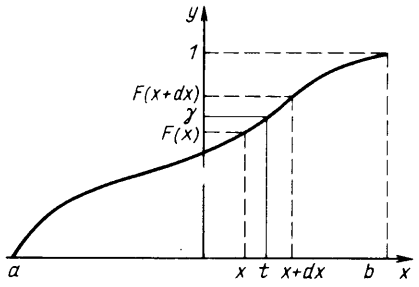


Рис. 7.2. Выборка значений непрерывной случайной величины методом обратных функций

Наиболее распространенным способом получения таких последовательностей является использование последовательности чисел $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$, представляющих собой выборочные значения случайной величины γ, равномерно распределенной на отрезке [0, 1]. Такие числа представляют собой выборку из плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}1 \text{ при } 0 \leqslant x \leqslant 1;\\ 0 \text{ в противном случае.}\end{cases}$$

Метод обратных функций. Пусть случайная величина ξ определена в интервале $a<x<b$ (случаи $a=-\infty$ и $b=\infty$ не исключаются) и имеет плотность распределения $f(x)>0$. Покажем, что выборочное значение t случайной величины ξ можно найти из уравнения

$$F(t)=\int_a^t f(x)\,dx=\gamma \tag{7.10}$$

или

$$t=F^{-1}(\gamma), \tag{7.11}$$

где F^{-1} — обратная функция.

Так как функция $F(x)$ строго возрастает в интервале (a, b) от $F(a)=0$ до $F(b)=1$, то уравнение (7.10) имеет единственный корень при каждом γ (рис. 7.2). При этом справедливо равенство

$$p(x<t<x+dx)=p\{F(x)<\gamma<F(x+dx)\},$$

и так как γ равномерно распределена на отрезке [0,1], то

$$p(x<t<x+dx)=F(x+dx)-F(x)=f(x)\,dx.$$

Если теперь $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$ — последовательность равномерно распределенных случайных чисел, то числа

$$t_i=F^{-1}(\gamma_i),\quad i=1,\ 2,\ \ldots, \tag{7.12}$$

учитывая, что все γ_i являются независимыми, представляют собой выборку из плотности распределения $f(x)$. В дальнейшем для краткости будем часто писать

$$\xi=F^{-1}(\gamma). \tag{7.13}$$

В более общем случае, когда плотность распределения удовлетворяет условию $f(x)\geqslant 0$ на интервале (a, b), то решением уравнения (7.10) является

$$t=\sup x, \text{ когда } F(x)<\gamma. \tag{7.14}$$

Рассмотрим в качестве примера случайную величину ξ, представляющую собой длину свободного пробега нейтрона в бесконечной однородной среде. Плотность распределения этой величины

$$f(x)=\begin{cases}\Sigma\exp(-\Sigma x), & 0\leqslant x;\\ 0, & x<0.\end{cases} \tag{7.15}$$

Для определения выборочного значения ξ решаем уравнение

$$F(t)=\int_0^t \Sigma\exp(-\Sigma x)\,dx=1-e^{-\Sigma t}=\gamma,$$

отсюда

$$\xi=-(1/\Sigma)\ln(1-\gamma). \tag{7.16}$$

На практике, так как $1-\gamma$ распределена так же, как и γ, используют формулу

$$\xi=-(1/\Sigma)\ln\gamma. \tag{7.17}$$

Рассмотрим теперь дискретную случайную величину ξ, принимающую значения x_i с вероятностями p_i ($\sum_i p_i=1$). Определим, как и ранее, выборочное значение случайной величины ξ следующим образом (рис. 7.3):

$$t=\sup x_i, \text{ когда } F(x_i)<\gamma. \tag{7.18}$$

Значению γ, удовлетворяющему неравенству

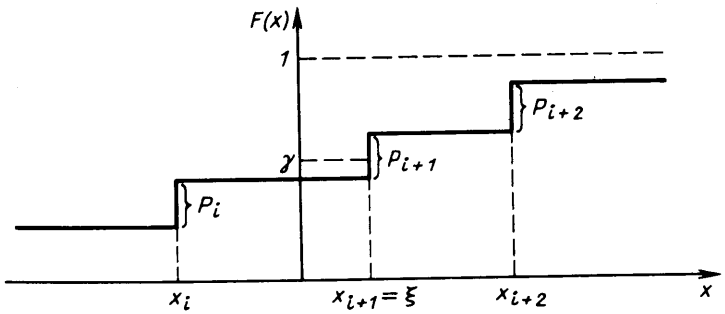


Рис. 7.3. Выборка значений дискретной случайной величины методом обратных функций

$$\sum_{i=0}^{j} p_i < \gamma \leqslant \sum_{i=0}^{j+1} p_i, \quad p_0 = 0, \tag{7.19}$$

соответствует значение

$$\xi = x_{j+1}, \quad j = 0, \ 1, \ \ldots \tag{7.20}$$

Доказательство. Обозначим через Δ_{j+1} интервал между $F(x_j)$ и $F(x_{j+1})$. Тогда

$$p(\xi = x_{j+1}) = p(\gamma \in \Delta_{j+1}) = \text{длина } \Delta_{j+1} = p_{j+1}.$$

Пример. Нейтрон испытывает взаимодействие с ядром изотопа, полное сечение которого

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_n,$$

где σ_i — сечение i-й реакции. Требуется разыграть тип реакции.

Введем дискретную случайную величину, принимающую значение $i\,(i = 1, \ \ldots, \ n)$ с вероятностью $p_i = \sigma_i / \sigma$.

Выберем значение случайной величины γ и по нему определим такое j, чтобы удовлетворялось неравенство (7.19). После чего считается, что произошла реакция $(j+1)$-го типа.

Использование таблиц. Разыгрывание значений непрерывных случайных величин с помощью метода обратных функций, как он описан выше, требует существования аналитического решения уравнения (5.10) относительно t. Чаще всего получить это решение не удается. Тогда уравнение (7.10) можно решать численно. Табличный метод или, как его часто называют, метод равновероятных интервалов относится к таким численным методам.

Табличный метод основан на замене моделируемой случайной величины ξ дискретной случайной величиной ξ_1, принимающей с равной вероятностью значения $x_i\,(i = 1, \ \ldots, \ n)$.

Пусть любым способом задана $f(x)$. До начала основного расчета методом Монте-Карло подготавливается таблица из N равновероятных значений x_i случайной величины ξ_1, функция распределения которой аппроксимирует (рис. 7.4) функцию распределения случайной величины ξ. Для этого решается уравнение

$$F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x)\,dx = \frac{2i-1}{2N}, \quad i = 1, \ 2, \ \ldots, \ n \tag{7.21}$$

и строится таблица значений i и соответствующих значений x_i.

После этого для определения выборочного значения случайной величины ξ_1 достаточно получить случайное число i, принимающее с равной вероятностью значения от 1 до N, и выбрать из таблицы значения x_i.

Часто используется другая модификация табличного метода. Значения x_i вычисляются не в серединах интервалов, на которые

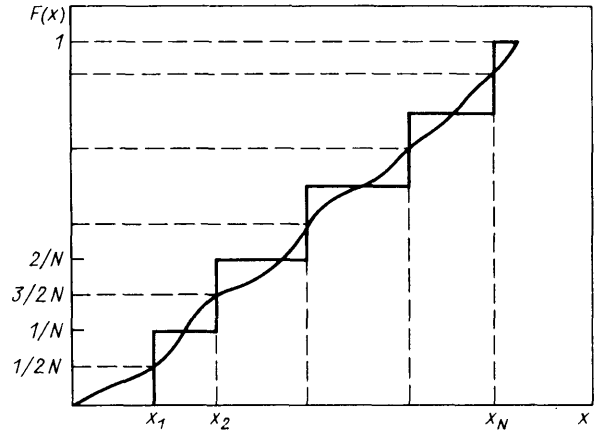


Рис. 7.4. Ступенчатая аппроксимация функции распределения

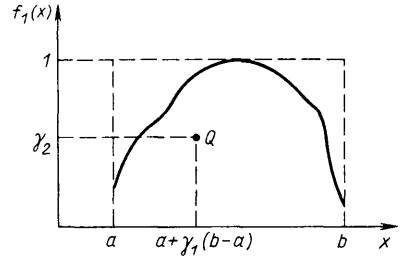


Рис. 7.5. Выборка значений непрерывной случайной величины методом исключения

разбивается отрезок [0, 1], а в граничных точках. Получается таблица из $(n+1)$ значений x_i. После случайного выбора номера интервала выбирается (также случайно) точка внутри этого интервала, и выборочное значение случайной величины ξ_2 находится при помощи линейной интерполяции.

Метод исключения. Метод исключения, так же как и метод равновероятных интервалов, свободен от недостатков метода обратных функций, связанных с необходимостью получения аналитического решения. Кроме того, он не требует и предварительного расчета таблиц. Рассмотрим ограниченную на отрезке $[a, \ b]$ плотность распределения $f(x)$. Пусть

$$M = \sup f(x) \ \text{ и } \ f_1(x) = f(x)/M,$$

так что $0 \leqslant f_1(x) \leqslant 1$ (рис. 7.5). Используя пару равномерно распределенных на [0, 1] случайных чисел $(\gamma_1, \ \gamma_2)$, найдем координаты случайной точки $Q = \{a + \gamma_1 (b-a), \ \gamma_2\}$, лежащей в прямоугольнике с основанием $(b-a)$ и высотой 1. Если эта точка окажется под кривой $f_1(x)$, т. е. если $\gamma_2 < f_1(a + \gamma_1 (b-a))$, то $t = a + \gamma_1 (b-a)$ принимается в качестве значения случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x)$. В противном случае пара $(\gamma_1, \ \gamma_2)$ отбрасывается, выбирается следующая пара $(\gamma_3, \ \gamma_4)$ и все повторяется. Вычисленные по такому алгоритму

значения t распределены с условной плотностью вероятности

$$f(t \mid \gamma_2 < f_1(t)) = \frac{\int_0^{f_1(t)} g(t \mid \gamma_2)\, d\gamma_2}{\int_a^b \left[\int_0^{f_1(t)} d\gamma_2 g(t \mid \gamma_2) \right] dt}. \qquad (7.22)$$

Учитывая, что совместная плотность распределения $g(t,\ \gamma_2)$ имеет вид

$$g(t,\ \gamma_2) = \begin{cases} 1/(b-a) & \text{при } a \leqslant t \leqslant b,\ 0 \leqslant \gamma_2 \leqslant 1; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

получаем из (7.8), что условная плотность распределения $g(t \mid \gamma_2)$ совпадает с выражением для $g(t,\ \gamma_2)$. Подставляя все в (7.22), получаем

$$f(t \mid \gamma_2 < f_1(t)) = \frac{(1/(b-a)) \int_0^{f_1(t)} d\gamma_2}{\frac{1}{b-a} \int_a^b dt \left[\int_0^{f_1(t)} d\gamma_2 \right]} = \frac{f_1(t)}{\int_a^b f_1(t)\, dt} = f(t), \qquad (7.23)$$

что и требовалось доказать.

Основной недостаток метода исключения состоит в том, что часть результатов расчета приходится отбрасывать. Эффективность метода ε равна отношению площади под кривой $f_1(x)$ к площади прямоугольника (рис. 7.5), где может оказаться после розыгрыша точка Q,

$$\varepsilon = 1/(M(b-a)) \leqslant 1.$$

Отметим также, что метод исключения требует конечности a и b и знания $M = \sup f(x)$ или по крайней мере оценки сверху для M. Если оценка известна неточно, ε падает. С другой стороны, немаловажным обстоятельством является то, что метод не требует нормировки плотности распределения.

Метод суперпозиции. Пусть функция распределения ξ представима в виде

$$F(x) = \sum_{k=1}^{m} C_k F_k(x), \qquad (7.24)$$

где $F_k(x)$ — также функции распределения; $C_k > 0$.

Так как при $x \to \infty$ $F(x) \to 1$, то $C_1 + C_2 + \ldots + C_m = 1$. Отсюда можно ввести дискретную случайную величину η, принимающую значение k $(k = 1, \ldots, m)$ с вероятностью C_k.

Если теперь взять пару случайных чисел γ_1, γ_2 и по γ_1 разыграть значение $\eta = k$, а затем решить уравнение

$$F_k(t) = \gamma_2, \qquad (7.25)$$

то t будет представлять выборочное значение случайной величины ξ. Докажем это, воспользовавшись формулой для полной вероятности

$$p(t \leqslant x) = \sum_{k=1}^{m} p(t \leqslant x \mid \eta = k) p(\eta = k) = \sum_{k=1}^{m} F_k(x) C_k = F(x).$$

Функции $F(x)$ вида (7.24) встречаются в тех случаях, когда имеется смесь случайных величин. Однако чаще функцию $F(x)$ представляют в виде (7.24) искусственно, чтобы облегчить разыгрывание ξ.

Моделирование многомерных случайных величин. Если в одном эксперименте наблюдается несколько случайных величин, то разыгрывание их значений можно рассматривать как моделирование координат n-мерной случайной величины $Q = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$ в n-мерном пространстве. При этом могут встретиться два случая.

Первый — все координаты независимы. Тогда функция распределения Q

$$F_Q(x_1, \ldots, x_n) = F_1(x) F_2(x) \ldots F_n(x), \qquad (7.26)$$

где F_i — функция распределения ξ_i. Очевидно, что в этом случае розыгрыш значений ξ_i производится независимо от остальных случайных величин.

Рассмотрим теперь моделирование n-мерной непрерывной случайной величины с произвольными координатами $Q = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$. Их совместную плотность распределения можно представить в виде произведения условных плотностей распределения

$$f_Q(x_1, \ldots, x_n) = f_1(x_1) f_2(x_2 \mid x_1) \ldots f_n(x_n \mid x_1, \ldots, x_{n-1}). \qquad (7.27)$$

Введем условные функции распределения

$$F(x_i \mid x_1, \ldots, x_{i-1}) = \int_{-\infty}^{x_i} f_i(x \mid x_1, \ldots, x_{i-1})\, dx \qquad (7.28)$$

и выберем последовательность $\gamma_1, \ldots, \gamma_n$. Выборочные значения $\xi_1, \ldots, \xi_n$ находятся при последовательном решении уравнений

$$\begin{cases} F_1(x_1) = \gamma_1; \\ F_2(x_2 \mid \xi_1 = x_1) = \gamma_2; \\ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ F_n(x_n \mid \xi_1 = x_1, \ldots, \xi_{n-1} = x_{n-1}) = \gamma_n. \end{cases} \qquad (7.29)$$

Получение равномерно распределенных случайных чисел. Выделим три основных способа получений последовательностей чисел, равномерно распределенных на отрезке [0, 1].

Первый способ заключается в использовании специально составленных таблиц. Во втором способе применяются датчики

случайных чисел, которые преобразуют результаты случайного физического процесса в последовательность двоичных разрядов в машине. Оба способа используются в настоящее время сравнительно редко. Первый — потому что требует большой оперативной памяти ЭВМ, а второй — вследствие невозможности воспроизвести повторно последовательность $\gamma_1, \ldots, \gamma_n$ при отладке программ.

Как правило, случайные числа γ получают сегодня на ЭВМ программным способом с помощью рекуррентного соотношения. Это означает, что каждое последующее число γ_{i+1} образуется из предыдущего γ_i путем применения некоторого алгоритма. Подобная последовательность чисел, не будучи истинно случайной, тем не менее может удовлетворять различным статистическим критериям. Поэтому такие числа называют псевдослучайными. Большинство алгоритмов получения псевдослучайных чисел основано на наблюдении, что при перемножении двух многоразрядных чисел x и y средние разряды числа xy являются достаточно сложной функцией сомножителей.

§ 7.3. Вероятностная интерпретация интегральных уравнений

Исследование многомерных интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода, их вероятностная интерпретация имеют важное значение для развития теории метода Монте-Карло. Это связано с тем, что к уравнениям этого типа сводятся многие задачи теории переноса фотонов и нейтронов. С другой стороны, рассматривая моделирование траекторий частиц как алгоритм решения соответствующего интегрального уравнения, можно построить эффективные модификации метода Монте-Карло для задач теории переноса.

Введем шестимерное фазовое пространство Г, три координаты которого описывают положение частицы $(\mathbf{r})$, следующие две — направление движения $\boldsymbol{\Omega}$ и последняя — энергию частицы. Точки в этом пространстве обозначим через $x=(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$. Случайная траектория в этом пространстве определяется последовательностью состояний $(x_1, x_2, \ldots x_k)$, в которых частица испытала первое соударение (пока не рассматривается начальная часть траектории от рождения до первого соударения), промежуточные соударения и последнее соударение. Процесс случайных блужданий будет полностью определен, если задать плотность вероятности первых столкновений $p_1(x)$, плотность вероятности переходов $p(x', x)$, которая является условной плотностью вероятности

$$p(x_{n+1}, x_n)=f(x_{n+1}\,|\,x_n) \quad \text{при} \quad n<k,$$

и вероятность поглощения $p(x)$. Функции $p_1(x)$, $p(x', x)$ и $p(x)$ должны удовлетворять условиям

$$p_1(x)\geqslant 0;\ p(x',\ x)\geqslant 0;\ \int_{\Gamma} p_1(x)\,dx=1;\ \int_{\Gamma} p(x',\ x)\,dx=1-p(x')\leqslant 1. \tag{7.30}$$

Последовательность случайных точек соударения $(x_1, \ldots, x_k)$, которые испытывает частица в определенном выше процессе случайных блужданий, называют однородной цепью Маркова, так как плотность переходов из x_n в x_{n+1} не зависит от предыдущих $(x_1, \ldots, x_{n-1})$ точек соударения.

Обозначим через $\psi(x)$ плотность столкновений, т. е. число столкновений, имеющих место в единице фазового объема вблизи точки x при условии, что координаты частиц регистрируются перед столкновением. Напишем интегральное уравнение для $\psi(x)$.

Столкновение в окрестности точки x может быть или первым столкновением, или последовать за столкновением в окрестности точки x'. Количество последних равно $\psi(x')\,dx'$. Отсюда искомое интегральное уравнение имеет вид

$$\psi(x)=p_1(x)+\int_{\Gamma} p(x',\ x)\,\psi(x')\,dx'. \tag{7.31}$$

Интегральные уравнения переноса для плотности столкновений нейтронов и фотонов. Если ввести в интегральное уравнение (5.35) для плотности потока частиц энергетическую переменную, то при отсутствии деления оно будет записано в виде

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \boldsymbol{\Omega})=\int_0^{\infty} dR \exp\left[-\int_0^{R}\Sigma(\mathbf{r}-R'\boldsymbol{\Omega},\ E)\,dR'\right]\{q(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ E,\ \boldsymbol{\Omega})+$$
$$+\int d\boldsymbol{\Omega}'\int dE'\,\Sigma_S(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ E'\to E,\ \boldsymbol{\Omega}'\to\boldsymbol{\Omega})\,\varphi(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ E',\ \boldsymbol{\Omega}')\}. \tag{7.32}$$

Так как $\psi(x)=\Sigma(x)\varphi(x)$, то, помножив (7.32) слева и справа на $\Sigma(\mathbf{r}, E)$, получим уравнение для $\psi(x)$. Введя для кратности $\mathbf{E}=(E,\ \boldsymbol{\Omega})$, имеем

$$\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{E})=\int_0^{R} dR\,\Sigma(\mathbf{r},\ E)\exp\left[-\int_0^{R}\Sigma(\mathbf{r}-R'\boldsymbol{\Omega},\ E)\,dR'\right]\{q(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},$$
$$\mathbf{E})+\int d\mathbf{E}'\left[\Sigma_S(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ \mathbf{E}'\to\mathbf{E})/\Sigma(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ E')\right]\psi(\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega},\ \mathbf{E}')\}. \tag{7.33}$$

Преобразуем (7.33), перейдя к интегрированию по объему. Положим для этого $\mathbf{r}=\mathbf{r}-R\boldsymbol{\Omega}'$, откуда

$$R\boldsymbol{\Omega}'=\mathbf{r}-\mathbf{r}' \quad \text{и} \quad \boldsymbol{\Omega}'\boldsymbol{\Omega}=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\boldsymbol{\Omega}.$$

Так как $d^3r'=R^2 dR\,d\Omega$, то для перехода к интегралу по объему помножим и поделим подынтегральное выражение в

(7.33) на R^2 и проинтегрируем по $\mathbf{\Omega}'$, компенсируя интегрирование введением δ-функции $\delta(\mathbf{\Omega}'\mathbf{\Omega}-1)$. Получим

$$\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{E})=\int d^3r'\,\Sigma(\mathbf{r},\ E)\exp\Big[-\int\limits_{\mathbf{r}'\to\mathbf{r}}\Sigma(\mathbf{r}''(t),\ E)\,dt\Big]\frac{\delta\left(\mathbf{\Omega}\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}-1\right)}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2}\times$$

$$\times\{q(\mathbf{r}',\ \mathbf{E})+\int d\mathbf{E}'\Big[\Sigma_S(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}'\to\mathbf{E})/\Sigma(\mathbf{r}',\ E)\Big]\psi(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}')\},\quad(7.34)$$

где $\mathbf{r}''(t)=\mathbf{r}'+t\,\mathbf{\Omega}$.

Введем транспортное ядро

$$T(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}\,|\,\mathbf{E})=\Sigma(\mathbf{r},\ E)\exp\Big[-\int\limits_{\mathbf{r}'\to\mathbf{r}}\Sigma(\mathbf{r}''(t),\ E)\,dt\Big]\frac{\delta\left(\mathbf{\Omega}\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}-1\right)}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2},\quad(7.35)$$

ядро рассеяния

$$C(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r})=\frac{\Sigma_S(\mathbf{r},\ \mathbf{E}'\to\mathbf{E})}{\Sigma(\mathbf{r},\ E)}\quad(7.36)$$

и ядро переноса частиц

$$K(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}';\ \mathbf{r},\ \mathbf{E})=C(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r}')\,T(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}\,|\,\mathbf{E}).\quad(7.37)$$

В новых обозначениях уравнение (7.34) принимает вид

$$\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{E})=q_1(\mathbf{r},\ \mathbf{E})+\iint\psi(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}')\,K(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}';\ \mathbf{r},\ \mathbf{E})\,d^3r'd\mathbf{E}',\quad(7.38)$$

где $q_1(\mathbf{r},\ \mathbf{E})=\int d^3r'q(\mathbf{r},\ \mathbf{E})\,T(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}\,|\,\mathbf{E})$ — плотность (или источник) первых столкновений. Это же уравнение в операторном виде будет следующим:

$$\psi=\mathbf{K}\psi+q_1.\quad(7.39)$$

Сравнивая уравнения (7.31) и (7.38), видим их полную аналогию.

Обсудим более подробно ядро $C(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r})$. Выше предполагалось, что полное сечение состоит из двух составляющих: $\Sigma=\Sigma_S+\Sigma_a$. В общем случае информация по сечениям может быть детальнее. Поэтому представим ядро столкновения в более общем виде

$$C(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r})=\sum_i p_i(\mathbf{r},\ E)\,C_i(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r}),\quad(7.40)$$

где p_i — вероятность рассеяния i-го типа; C_i — соответствующее ядро рассеяния. Каждая функция C_i нормирована на число вторичных частиц:

$$\int C_i(\mathbf{E}',\ \mathbf{E}\,|\,\mathbf{r})\,d\mathbf{E}=\nu_i.\quad(7.41)$$

Так, при упругом и неупругом рассеянии нейтронов $\nu=1$, а при делении $\nu>1$. Нормировка ядра T в бесконечной среде имеет вид

$$\int T(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}\,|\,\mathbf{E})\,d^3r=1.\quad(7.42)$$

Такая нормировка реализуется за счет наличия в формуле (7.35) δ-функции и множителя $1/(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2$. На практике иногда применяют упрощенную форму ядра T,

$$T_1(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}\,|\,\mathbf{E})=\Sigma(\mathbf{r},\ E)\exp\Big[-\int\limits_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\Sigma(\mathbf{r}'+t\,\mathbf{\Omega},\ E)\,dt\Big].\quad(7.43)$$

Если при взаимодействии нейтронов или фотонов в точке $(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}')$ среднее число вторичных частиц того же типа равно $C(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}')$, то нормирование ядра K является следующим:

$$\iint K(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}';\ \mathbf{r},\ \mathbf{E})\,d^3r\,d\mathbf{E}=C(\mathbf{r}',\ \mathbf{E}').\quad(7.44)$$

В частном случае, когда взаимодействие ограничивается только рассеянием и поглощением, имеем

$$\iint K(\mathbf{r}',\ E';\ \mathbf{r},\ E)\,d^3r\,d\mathbf{E}=\Sigma_S(\mathbf{r}',\ E')/\Sigma(\mathbf{r}',\ E').\quad(7.45)$$

Ряд Неймана. Плотность столкновений ψ можно представить в виде суммы по столкновениям, которая называется рядом Неймана,

$$\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{E})=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(\mathbf{r},\ \mathbf{E}),\quad(7.46)$$

где ψ_n — плотность столкновений частиц, испытывающих n-е столкновение.

В операторном виде ряд Неймана для решения интегрального уравнения (7.39) имеет вид

$$\psi=\sum_{n=0}^{\infty}\mathbf{K}^n\psi,\quad(7.47)$$

где оператор $\mathbf{K}^n$ определяется формулой

$$[\mathbf{K}^n\psi](x)=\overbrace{\int_\Gamma\ldots\int_\Gamma}^{n}\psi(x_0)\,K(x_0,\ x_1)\ldots K(x_{n-1},\ x)\,dx_0\,dx_1\ldots dx_{n-1};$$

$$\psi(x_0)=q(x_0);\quad\mathbf{K}^0=T.\quad(7.48)$$

В теории метода Монте-Карло показывается, что ряд Неймана сходится, если оператор $\mathbf{K}$ удовлетворяет следующим двум условиям:

а) существует такая постоянная $M<\infty$, что

$$\|\mathbf{K}\|=\sup_x\int_\Gamma|K(x,\ x')|\,dx'\leqslant M;\quad(7.49)$$

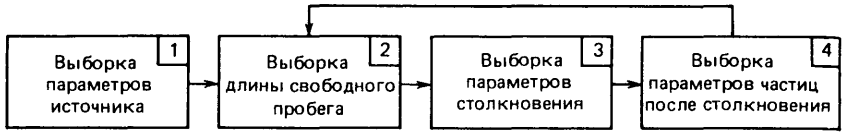


Рис. 7.6. Основные этапы моделирования траекторий

б) существует такая постоянная $C<1$ и такое целое n_0, что для всех $n>n_0$

$$\|K^{n_0}\| \leqslant C<1. \tag{7.50}$$

Для неразмножающих сред условие «а» выполняется при $M=1$. Если, кроме того, в какой-то части фазового пространства имеется поглощение и если во всех точках x дифференциальное сечение рассеяния не равно нулю для всех направлений, то условие «б» выполняется при $n_0=2$. Условие «а» выполняется и в случае размножающих сред, так как число вторичных частиц (7.44) конечно. Однако для выполнения условия «б» в таких системах необходимо наличие достаточно большого поглощения или утечки.

§ 7.4. Моделирование траекторий нейтронов и фотонов

Задачи теории переноса решаются методом Монте-Карло путем моделирования траекторий частиц в среде. Не обсуждая временно особенности моделирования геометрии изучаемого объекта, в процессе моделирования траекторий можно выделить четыре основных шага или модуля (рис. 7.6). Цикл *2—4* повторяется, пока параметры частицы не выйдут за заданные пределы таких величин, как геометрические границы объекта, минимальная энергия и др. Таким образом, генерируется история одной частицы. После ее завершения происходит выбор новой частицы из источника. Обсудим подробнее отдельные шаги моделирования.

Выборка параметров источника. Моделирование траекторий начинается с розыгрыша ее начала, т. е. с определения координат точки рождения частицы $\mathbf{r}_0$, направления ее движения $\mathbf{\Omega}_0$ и энергии E_0. Считая, что функция распределения источника нормирована на единицу

$$\int d^3r_0 \int d\Omega_0 \int dE_0 q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)=1, \tag{7.51}$$

запишем плотности вероятности для определения $\mathbf{r}_0$

$$f(\mathbf{r}_0)=\iint q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)\,d\mathbf{\Omega}_0 dE_0, \tag{7.52}$$

а также условные плотности вероятности для определения направления $\mathbf{\Omega}_0$

$$f(\mathbf{\Omega}_0 \mid \mathbf{r}_0)=\frac{\int q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)\,dE_0}{\iint q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)\,d\mathbf{\Omega}_0 dE_0}=\frac{q(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0)}{q(\mathbf{r}_0)} \tag{7.53}$$

и энергии E_0

$$f(E_0 \mid \mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0)=\frac{q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)}{\int q(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0,\ E_0)\,dE_0}=\frac{q(\mathbf{r}_0,\ E_0,\ \mathbf{\Omega}_0)}{q(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0)}. \tag{7.54}$$

Если переменные в функции источника разделяются (независимые)

$$q(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{\Omega}_0,\ E_0)=q_1(\mathbf{r}_0)\,q_2(\mathbf{\Omega}_0)\,q_3(E_0), \tag{7.55}$$

то соответствующие случайные величины моделируются независимо друг от друга.

Пример. Пусть источник излучения, испускающий моноэнергетические частицы, равномерно распределен по круговой подложке радиусом R, а угловое распределение частиц изотропное. Для такого источника все переменные разделяются. Заметим, что при определении $\mathbf{r}_0$ немаловажное значение для разработки оптимального алгоритма имеет удачный выбор координатной системы. В данном примере целесообразно выбрать полярную систему координат в плоскости источника. В силу симметрии плотность вероятности вылета частиц из источника на расстоянии ρ от центра в интервале $d\rho$ будет пропорциональна площади кольца (рис. 7.7):

$$f(\rho)\,d\rho \sim 2\pi\rho d\rho;$$

$$f(\rho)=2\pi\rho/\left(\int_0^R 2\pi\rho d\rho\right)=2\rho/R^2,$$

откуда функция распределения

$$F(\rho)=\int_0^\rho \frac{2\rho'}{R^2}d\rho'=\rho^2/R^2.$$

Далее применяем метод обратных функций

$$F(\rho)=\gamma \quad \text{и} \quad \rho=R\sqrt{\gamma}.$$

Для данного ρ позиция точки вылета на источнике имеет равновероятное распределение по азимутальному углу ψ

$$f(\psi)=1/(2\pi) \quad \text{и} \quad F(\psi)=\psi/(2\pi)=\gamma,$$

откуда $\psi=2\pi\gamma$.

Перейдем к розыгрышу направления вылета. Заметим, что для изотропного распределения

$$f(\Omega_0)\,d\Omega_0=\frac{d\Omega_0}{4\pi}=\frac{d\cos\theta_0}{2}\,\frac{d\varphi_0}{2\pi},$$

т. е. $\cos\theta_0$ и φ_0 распределены независимо и равномерно в интервалах

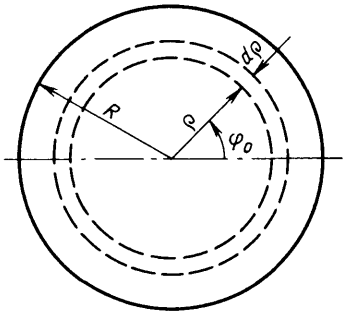


Рис. 7.7. К определению координат точки вылета частиц из кругового источника

$(-1, +1)$ и $(0, 2\pi)$. Применяя опять метод обратных функций, получаем

$$F(\cos\theta_0)=\frac{1}{2}\int_{-1}^{\cos\theta_0} dt=\frac{1}{2}(\cos\theta_0+1)=\gamma;\ \cos\theta_0=2\gamma-1.$$

Вследствие азимутальной симметрии угол φ_0 можно разыгрывать по формуле $\psi_0=2\pi\gamma$. Так как далее в расчетах обычно требуется значение не самого угла φ_0, а косинуса и синуса этого угла, то экономичнее моделировать непосредственно $\cos\varphi_0$ и $\sin\varphi_0$ методом исключения как координаты единичного изотропного вектора на плоскости по следующей схеме:

1) $a=1-2\gamma_1$, $b=1-2\gamma_2$;

2) $d=a^2+b^2$, если $d>1$, то на (1), иначе — на (3);

3) $\cos\varphi_0=a/\sqrt{d}$; $\sin\varphi_0=b/\sqrt{d}$.

В рассмотренном примере все распределения имели очень простой вид. На практике такое встречается не часто, и создание оптимальных алгоритмов для розыгрыша параметров источника не всегда тривиально. В сложных случаях целесообразно зависимость функции источника от отдельных параметров вводить во входные данные в виде табулированных значений функции распределения по каждому параметру, а розыгрыш значений параметров проводить по методике равновероятных интервалов.

Моделирование длины свободного пробега. Следующим шагом после выбора параметров источника является определение длины пробега L частицы вдоль заданного направления $\mathbf{\Omega}$ до взаимодействия. Плотность распределения случайной величины L определяется транспортным ядром (7.35) интегрального уравнения переноса. Опуская для простоты энергетическую переменную, плотность и функцию распределения длины пробега до столкновения в направлении $\mathbf{\Omega}$ можно записать в виде

$$f_L(t)=\Sigma(\mathbf{r}(t))\exp[-\tau(t)]; \tag{7.56}$$

$$F_L(t)=1-\exp[-\tau(t)],\ t>0, \tag{7.57}$$

где $\mathbf{r}(t)=\mathbf{r}'+t\mathbf{\Omega}$; $\tau(t)=\int_0^t \Sigma(\mathbf{r}(t'))\,dt'$.

Моделирование длины свободного пробега в бесконечной однородной среде было рассмотрено ранее (7.17). Проанализируем теперь гетерогенную плоскую композицию. Пусть луч, проведенный в направлении движения частицы, пересекает слои материалов с сечениями $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_n$ (рис. 7.8). Величину L

Рис. 7.8. К определению длины пробега в гетерогенной композиции →

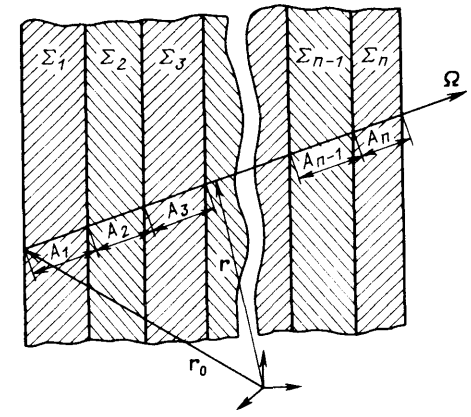
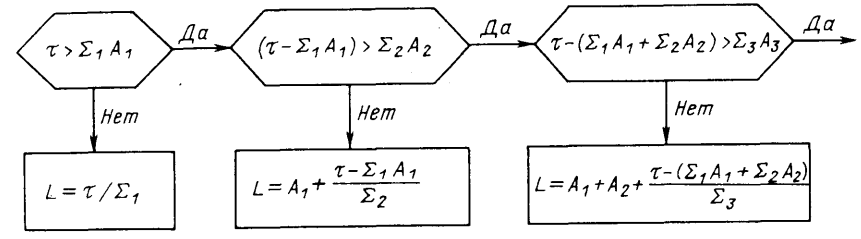


Рис. 7.9. Алгоритм определения длины пробега в гетерогенной композиции



найдем, решая уравнение

$$\tau(L)=\int_0^L \Sigma(\mathbf{r}(t))\,dt=-\ln\gamma. \tag{7.58}$$

Алгоритм решения показан на рис. 7.9.

В некоторых задачах удобен другой способ моделирования L. Обозначим через Σ_m максимальное сечение, которое может иметь место при движении частицы от точки $\mathbf{r}'$ в направлении $\mathbf{\Omega}$. Генерируются две последовательности независимых выборочных значений: первая — $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ с плотностью распределения $\Sigma_m\exp(-\Sigma_m t)$ и вторая — $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ с равномерным распределением на отрезке $[0, 1]$. Составим сумму $\alpha_n=\sum_{k=1}^{n}\xi_k$. Пусть

$$N=\min\{n \mid \gamma_n\leqslant\Sigma(\mathbf{r}'+\alpha_n\mathbf{\Omega})/\Sigma_m\}. \tag{7.59}$$

Тогда $L=\alpha_N$.

Обоснуем правильность данного алгоритма. Возьмем интегродифференциальную форму уравнения переноса без энергетической зависимости (5.16), прибавим к обеим его частям соответствующие части равенства

$$[\Sigma_m - \Sigma(\mathbf{r})]\,\varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \int \varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}')\,[\Sigma_m - \Sigma(\mathbf{r})]\,\delta(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}' - 1)\,d\boldsymbol{\Omega}'$$

и объединим члены. Получим

$$\boldsymbol{\Omega}\nabla\varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_m\varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \int \varphi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}')\{\Sigma_S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \to \boldsymbol{\Omega}) + [\Sigma_m - \Sigma(\mathbf{r})]\,\delta(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}' - 1)\}\,d\boldsymbol{\Omega}'.$$

Полученное уравнение можно рассматривать как уравнение переноса частиц в фиктивной среде, для которой Σ_m — полное сечение, $\Sigma_S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \to \boldsymbol{\Omega})$ — дифференциальное сечение физического рассеяния и $[\Sigma_m - \Sigma(\mathbf{r})]$ — сечение рассеяния без изменения направления движения, т. е. фиктивное рассеяние, или δ-рассеяние. Прямое моделирование переноса в такой среде приводит к рассмотренному выше алгоритму моделирования длины пробега L между физическими столкновениями. Заметим, что в этом алгоритме не требуется, как в предыдущем, рассчитывать длину отрезков траекторий внутри отдельных зон. Необходимо только идентифицировать зону, где происходит физическое столкновение, а это, как правило, значительно проще. Особенно заметен выигрыш в таких системах, где $\Sigma(\mathbf{r})$ меняется не очень сильно.

Включение энергетической зависимости сечений в процедуру разыгрывания длины свободного пробега не представляет трудностей. В этом случае необходимо только значение сечений брать для энергии, которую частица имеет на данном участке трека.

Определение параметров столкновения. После того как установлено, что в данной точке произошло столкновение, необходимо определить, с каким изотопом из входящих в состав среды будет взаимодействие и какая из возможных реакций будет иметь место. Для ответа на эти вопросы в оперативной памяти ЭВМ должны находиться данные как по полным, так и по парциальным сечениям взаимодействия для каждого ядра и во всем рассматриваемом энергетическом диапазоне.

Пусть среда состоит из n изотопов с ядерными плотностями ρ_i (ядер/см^3) и полными микроскопическими сечениями σ_i. Полное макроскопическое сечение среды

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \rho_i\sigma_i.$$

Вводим дискретную случайную величину ξ, принимающую значения от 1 до n с вероятностью $p_i = \rho_i\sigma_i/\Sigma$. Розыгрыш ее значения выполняется по стандартной схеме для дискретных случайных величин:

$$\sum_{i=0}^{j} \rho_i\sigma_i/\Sigma < \gamma \leqslant \sum_{i=0}^{j+1} \rho_i\sigma_i/\Sigma \quad \text{и} \quad \xi = j+1. \tag{7.60}$$

При групповом подходе этот шаг в моделировании траектории часто отсутствует, так как полные и парциальные сечения получают сразу для всей смеси. Однако если в среде имеется водород, то при моделировании траекторий нейтронов целесообразно рассеяние на водороде разыгрывать все-таки отдельно.

Следующий шаг после того, как найден изотоп, с которым происходит столкновение, заключается в розыгрыше типа (или реакции) взаимодействия. Пусть полное поперечное сечение для k-го изотопа

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^{m} \sigma_{ki},$$

где σ_{ki} — парциальное сечение для i-го типа взаимодействия.

Так же как и в предыдущем случае, вводим дискретную случайную величину и определяем тип взаимодействия на k-м изотопе, решая неравенство

$$\sum_{i=0}^{j} \sigma_{ki}/\sigma_k < \gamma \leqslant \sum_{i=0}^{j+1} \sigma_{ki}/\sigma_k. \tag{7.61}$$

В большинстве программ на этом шаге моделирования вводится смещение, заключающееся в том, что допускаются только рассеивающие столкновения. Для устранения смещения результата расчета из-за отсутствия при моделировании поглощения применяется процедура весовой компенсации. Смысл этого приема в том, что частице при рождении в источнике присваивается определенный вес, например единица. Если при моделировании на каком-либо шаге вводится смещение, то вес частицы умножается на множитель, равный отношению истинной плотности распределения к смещенной при выбранном значении параметра. В дальнейшем при оценке вклада в результат расчета от данной частицы ее вклад умножается на весовой множитель. В случае моделирования без поглощения вес частицы после каждого столкновения умножается на $\Sigma_S(\mathbf{r}, E)/\Sigma(\mathbf{r}, E)$, т. е. на вероятность того, что данное столкновение будет рассеивающим.

С первого взгляда выбор параметров столкновения кажется простейшей задачей в общей процедуре моделирования. Это, однако, обманчиво, так как задача накопления требуемых данных по поперечным сечениям в подходящем формате не тривиальна.

Существенной особенностью лучших программ расчета по методу Монте-Карло является степень, с которой автоматизируется задача приготовления сечений и соответствующих вероятностей.

Определение параметров частиц после столкновения. Следующей задачей является розыгрыш параметров частиц, возникших в результате взаимодействия. Эти параметры включают энергию и направление движения рассеянной первичной частицы, а также тип, число, энергию и направления движения любых вторичных частиц, родившихся при взаимодействии. Может возникнуть также задача определения энерговыделения в системе. Эти параметры определяются с помощью ядра столкновения (7.40) и включают также использование данных по дифференциальным поперечным сечениям, причем еще более подробных, чем при выборе типа взаимодействия. Детали метода существенно зависят от того, используется ли непрерывная шкала по энергии или многогрупповое приближение. Обсудим сначала первый вариант.

Рассмотрим выбор энергии и направления движения фотона после комптоновского рассеяния. Так как потеря энергии и косинус угла рассеяния жестко связаны между собой, достаточно разыграть одну из этих величин. В настоящее время существует довольно много разных алгоритмов решения этой задачи. Приведем простой алгоритм, основанный на использовании метода исключения. Плотность распределения энергии после рассеяния α пропорциональна функции

$$f(x, \alpha') \sim p(x, \alpha') = \frac{x}{\alpha'} + \frac{\alpha'}{x} + \left(\frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{x}\right)\left(2 + \frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{x}\right)$$

при $\alpha'(1+2\alpha')^{-1} < x < \alpha'$, (7.62)

следовательно, справедливо неравенство

$$p(x, \alpha') \leqslant 1 + 2\alpha' + (1+2\alpha')^{-1}, \quad (7.63)$$

откуда значение α можно определить из алгоритма

1. Выбираем (γ_1, γ_2).
2. $x = \alpha'(1+2\alpha'\gamma)(1+2\alpha')^{-1}$.
3. Если $\gamma_2[1+2\alpha'+(1+2\alpha')^{-1}] < p(x,\alpha')$, то $\alpha = x$, иначе снова выполняется «1».

Азимутальный угол рассеяния ψ выбирается из равномерного распределения, а косинус полярного угла рассеяния μ_S рассчитывается по формуле $\mu_S = 1 - 1/\alpha + 1/\alpha'$. Недостаток данного алгоритма — эффективность меньше единицы. Более простой и быстрый алгоритм определения α основан на приближенной формуле Карлсона для дифференциального сечения комптоновского рассеяния:

$$\alpha = \frac{\alpha'}{1 + S\gamma + (2\alpha' - S)\gamma^3} + \frac{1}{2}(\alpha' - 4)(1-\gamma)^2\gamma^2, \quad (7.64)$$

где $S = \alpha'/(1+0{,}5625\alpha')$, и второй член в формуле используется при $\alpha' > 4$.

В литературе отмечается, что этот алгоритм приводит к заметному искажению спектра рассеянных фотонов в области низких энергий ($E' \sim 0{,}1$ МэВ).

Рассмотрим теперь упругое рассеяние нейтронов. Для водорода угловое распределение нейтронов является изотропным в системе центра инерции, откуда

$$\mu_c = 2\gamma - 1 \quad \text{и} \quad \mu_S = \sqrt{\gamma}. \quad (7.65)$$

В общем случае упругое рассеяние анизотропно. Плотность распределения косинуса угла рассеяния (индикатриса рассеяния) $f(\mu_S | E_i)$ обычно задается в виде разложения в ряд по полиномам Лежандра для набора значений $E' = E_i$, $i = 0, 1, 2, \ldots$ Если при столкновении $E_{i-1} < E' \leqslant E_i$, то целесообразно моделировать μ_S из распределения с плотностью вероятности

$$f(\mu_S | E') = \frac{E' - E_{i-1}}{E_i - E_{i-1}} f(\mu_S | E_i) + \frac{E_i - E'}{E_i - E_{i-1}} f(\mu_S | E_{i-1}). \quad (7.66)$$

Удобен следующий алгоритм метода суперпозиции для такой плотности: выбирается γ, если $\gamma < (E' - E_{i-1})/(E_i - E_{i-1})$, то μ_S моделируется соответственно плотности $f(\mu_S | E_i)$, в противном случае — соответственно $f(\mu_S | E_{i-1})$. Для розыгрыша μ_S из $f(\mu_S | E)$ в последнее время чаще других применяется метод равновероятных интервалов.

При описании неупругого рассеяния принято разделять рассеяние на дискретных уровнях (при сравнительно низких энергиях) и рассеяние на перекрывающихся уровнях (континууме) при больших энергиях. Если рассеяние происходит на дискретных уровнях, то на первом шаге моделирования такого взаимодействия исходя из парциальных сечений определяем, на каком конкретно уровне это произойдет. При возбуждении уровня с энергией E_R законы сохранения энергии и импульса приводят к формулам

$$\mu_S = (1 + B\mu_c)/\sqrt{1 + 2B\mu_c + B^2}; \quad (7.67)$$

$$E = E'(1 + 2B\mu_c + B^2)/(1+A)^2, \quad (7.68)$$

где $B = [A^2 - E_R A(A+1)/E']^{1/2}$. Косинус угла рассеяния в системе центра инерции μ_c разыгрывается на основе данных по анизотропии неупругого рассеяния. Для тяжелых ядер ($A \gg 1$) часто используют приближение $E \approx E' - E_R$ и $\mu_S = \mu_c$.

С увеличением энергий плотность уровней возбуждения ядра возрастает. В соответствии с испарительной моделью плотность распределения неупруго рассеянных нейтронов в этом случае пропорциональна функции $f(E) \sim E \exp[-E/T(E)]$.

В библиотеках сечений этот спектр или представляется в виде таблиц (UKNDL), или приводятся различные параметры распределения. Например, в библиотеке ENDF/B даются

параметры нормализованного испарительного спектра с ограничением по максимальной энергии (обрезанного)

$$\left.\begin{aligned} &f(E)=(E/I)\exp\left[-E/T(E')\right],\ 0<E<E'-U;\\ &I=T^2(E')\{1-[1+(E'-U)/T(E')]\exp\left[-(E'-U)/T(E')\right]\},\end{aligned}\right\} \quad (7.69)$$

задаются U и пары чисел $\{E', T(E')\}$.

Для выборки из испарительного спектра применяются два способа. Один из них табличный. Второй основан на том, что логарифм произведения независимых равномерно распределенных на интервале (0, 1) случайных величин $\xi=-\ln(\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_{n+1})$ имеет плотность распределения

$$f_\xi(x)=x^n e^{-x}/n! \quad (7.70)$$

Следовательно, выборку энергии из преобразованного нормированного испарительного спектра, представленного в виде $f(x)=a^2x\exp(-ax)$, можно получить по формуле

$$E=-\frac{1}{a}\ln(\gamma_1\gamma_2). \quad (7.71)$$

Применив далее метод исключения, можно произвести выборку из обрезанного испарительного спектра:

$$f(x)=Nx\exp(-ax),\ 0<x<B. \quad (7.72)$$

Если вычисленное значение E не попадает в интервал $(0, E-U)$, оно отбрасывается и вычисления по формуле (7.71) повторяются с новыми случайными числами.

Направление полета нейтрона при неупругом рассеянии на перекрывающихся уровнях разыгрывается независимо от потери энергии.

При чисто групповых расчетах переноса нейтронов процедура определения энергии и направления движения после рассеяния существенно упрощается. Еще на стадии составления библиотек групповых констант вся информация об упругом и неупругом рассеянии пересчитывается в матрицу рассеяния или матрицу групповых переходов (формат дискретных ординат) $\Sigma_S^{k\to i}$. Из этой матрицы легко получить вероятности переходов из группы в группу $(p^{k\to i}=\Sigma_S^{k\to i}/\Sigma_S)$ и на основе их определить выборочное значение дискретной случайной величины — номер энергетической группы, куда произошел переход. Для каждого из возможных переходов в библиотеке групповых констант имеется информация (обычно в виде разложения по полиномам Лежандра) о плотности распределения косинуса угла рассеяния (индикатрисе рассеяния). Выборочное значение косинуса этого угла чаще всего определяют методом равновероятных интервалов.

После выборки косинуса полярного угла рассеяния μ_S и косинуса и синуса азимутального угла рассеяния ψ_S определение направления движения частицы после взаимодействия не представляет труда и производится по формулам сферической тригонометрии.

В сферических координатах

$$\left.\begin{aligned} &\mu=\mu_S\mu'+\cos\psi_S\sqrt{\left[1-(\mu')^2\right](1-\mu_S^2)};\\ &\sin\psi=\frac{\sin\psi_S\sqrt{1-\mu_S^2}}{\sqrt{1-\mu^2}}\cos\psi'+\frac{\mu_S-\mu'\mu}{\sqrt{(1-\mu)^2\left[1-(\mu')^2\right]}}\sin\psi';\\ &\cos\psi=\frac{\mu_S-\mu'\mu}{\sqrt{(1-\mu^2)\left[1-(\mu')^2\right]}}\cos\psi'+\frac{\sin\psi_S\sqrt{1-\mu_S^2}}{\sqrt{1-\mu^2}},\end{aligned}\right\} \quad (7.73)$$

где μ', ψ' — косинус полярного угла и азимутальный угол до взаимодействия.

В декартовых координатах направление $\mathbf{\Omega}$ задается тремя направляющими косинусами:

$$\mathbf{\Omega}=\omega_1\mathbf{i}+\omega_2\mathbf{j}+\omega_3\mathbf{k}. \quad (7.74)$$

Формулы перехода от $\mathbf{\Omega}'$ к $\mathbf{\Omega}$:

$$\left\{\begin{aligned} &\omega_3=\omega_3'\mu_S+\sqrt{(1-\mu_S)^2\left[1-(\omega_3')^2\right]}\cos\psi_S;\\ &\omega_2=\frac{1}{1-(\omega_3')^2}\{\omega_2'(\mu_S-\omega_3\omega_3')+\omega_1'\sin\psi_S\sqrt{(1-\mu_S^2)\left[1-(\omega_3')^2\right]}\};\\ &\omega_1=\frac{1}{1-(\omega_3')^2}\{\omega_1'(\mu_S-\omega_3\omega_3')-\omega_2'\sin\psi_S\sqrt{(1-\mu_S)^2\left[1-(\omega_3')^2\right]}\}.\end{aligned}\right. \quad (7.75)$$

Геометрическое построение траекторий. Геометрическое построение траектории в исследуемой композиции осуществляется геометрическим блоком или модулем. Задачей блока является ответ на два главных вопроса: 1. Где (в какой зоне, материале) происходит каждое очередное столкновение? 2. Каково оптическое расстояние между точкой столкновения и точкой детектирования? Без ответа на первый вопрос программа не может разыграть очередную длину пробега, так как для этого требуются данные по сечениям. Необходимость в определении оптических расстояний возникает при расчете искомых функционалов.

При моделировании переноса излучения в однородных средах алгоритм геометрического модуля очень прост. На входе в модуль задаются: координаты n-рассеяния $\mathbf{r}_n$, направление движения $\mathbf{\Omega}_n$ и длина пробега L_{n+1} до $(n+1)$-го взаимодействия.

Координаты $(n+1)$-взаимодействия находятся в декартовой системе координат по формулам

$$x_{n+1}=x_n+L_{n+1}\omega_{1,n};$$
$$y_{n+1}=y_n+L_{n+1}\omega_{2,n};$$
$$z_{n+1}=z_n+L_{n+1}\omega_{3,n}.$$

И дальше требуется только проверять, не вышли ли координаты x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1} за геометрические пределы исследуемой композиции. Так же просто определяется и оптическое расстояние между точками.

В общем случае задача создания оптимального геометрического модуля далеко не тривиальна. Сформулируем основные требования, которым должен был бы удовлетворять идеальный алгоритм такого модуля: а) максимальное быстродействие; б) простота задания исходных данных; в) универсальность. Нетрудно догадаться, что применимость к любой геометрии трудносовместима с быстродействием. Поиск лучших решений продолжается и сейчас.

В значительной степени алгоритмы универсальных геометрических модулей основываются на методе поверхностей второго порядка. Он заключается в том, что все поверхности раздела описываются алгебраическими уравнениями и неравенствами, причем практически без потери общности можно ограничиться рассмотрением уравнений не выше второго порядка. Определение точки пересечения частицей каждой поверхности сводится к совместному решению уравнения этой поверхности и уравнения прямой, совпадающей с вектором направления движения частицы. Недостаток метода состоит в том, что он плохо удовлетворяет первым двум требованиям.

Для улучшения этого метода предлагались различные усовершенствования, связанные, как правило, с ускорением работы программы в результате некоторого уменьшения универсальности. Постепенно сформировался так называемый комбинаторный подход. К нему можно отнести алгоритмы, которые объединяет наличие некоторого основного набора типов поверхностей или тел. Для каждого типа поверхностей разрабатывается наиболее эффективный алгоритм определения точки пересечения. В исходных данных указывается, к какому типу относится каждая поверхность или тело, а также порядок их вложенности друг в друга. В наиболее совершенных алгоритмах допускается описание конфигурации отдельных частей системы через понятия пересечения и объединения простых тел.

Перспективной разновидностью комбинаторного подхода является рекурсивный метод координатных поверхностей. В этом методе поверхности могут описываться только уравнениями вида $u=\text{const}$, где u — любая из трех переменных в декартовой, цилиндрической или сферической системе координат. Поиск пересечений в этом случае наиболее прост. Вся рассматриваемая область последовательно разбивается на зоны разных уровней. Зоны последних уровней должны состоять из одного материала. Возможность выбора любой из трех координатных систем, произвольного ориентирования их в пространстве, а также многоступенчатого вложения областей с разными системами координат друг в друга — все это делает метод достаточно универсальным. В то же время он допускает простое и удобное задание входных данных и имеет сравнительно высокое быстродействие.

§ 7.5. Основные оценки функционалов в методе Монте-Карло

Предыдущий параграф был посвящен описанию процесса моделирования траекторий частиц на ЭВМ. Здесь же рассмотрим вопрос о том, какие случайные величины (оценки) следует ввести в шестимерном фазовом пространстве траекторий Г, чтобы их математические ожидания равнялись конкретному функционалу. Таких случайных величин может быть достаточно много. В этом разделе обсуждаются четыре оценки: оценка по поглощениям, оценка по столкновениям, оценка по длинам пробега и оценка по пересечениям. Две первые из них принято называть основными.

Пусть необходимо рассчитать линейный функционал

$$I_g=(\psi, g)=\iint_{\Gamma}\psi(\mathbf{r}, \mathbf{E})\,g(\mathbf{r}, \mathbf{E})\,d^3r d\mathbf{E}, \tag{7.76}$$

где $g(\mathbf{r}, \mathbf{E})$ — функция отклика детектора, а функция $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{E})$ удовлетворяет интегральному уравнению (7.34).

Введем также сопряженное интегральное уравнение

$$\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{E})=\iint_{\Gamma}\psi^*(\mathbf{r}', \mathbf{E}')\,K(\mathbf{r}, \mathbf{E}; \mathbf{r}', \mathbf{E}')\,d^3\mathbf{r}' d\mathbf{E}'+g(\mathbf{r}, \mathbf{E}), \tag{7.77}$$

причем справедливо равенство

$$(\psi, g)=(\psi^*, q_1). \tag{7.78}$$

Будем предполагать, что любая траектория в рассматриваемых процессах случайных блужданий с вероятностью единица заканчивается после конечного числа соударений.

Построим некоторый процесс случайных блужданий (цепь Маркова) $p_1(x)$, $p(x, x')$, $p(x)$, удовлетворяющий следующим условиям:

$$\left.\begin{array}{l} p_1(x)\neq 0 \text{ при } q_1(x)\neq 0; \\ p(x, x')\neq 0 \text{ при } K(x, x')\neq 0; \\ p(x)\neq 0 \text{ при } g(x)\neq 0. \end{array}\right\} \qquad (7.79)$$

Характер этих ограничений очевиден: траектории должны начинаться в тех точках, где $q_1(x)\neq 0$, а при переходе $x\to x'$ попадать в те точки, где $K(x, x')\neq 0$.

Оценка по поглощениям. Пусть $\alpha=(x_1, ..., x_k)$ — случайная траектория, начинающаяся в точке x_1 и заканчивающаяся в точке x_k. Введем случайную величину $\xi(\alpha)$:

$$\xi(\alpha)=\frac{q_1(x_1)}{p_1(x_1)}W(x_1, x_2)\ldots W(x_{k-1}, x_k)\frac{g(x_k)}{p(x_k)}, \qquad (7.80)$$

где $W(x, x')$ — весовые множители, равные

$$W(x, x')=\begin{cases} K(x, x')/p(x, x'), \text{ если } p(x, x')\neq 0; \\ 0, \text{ если } p(x, x')=0. \end{cases} \qquad (7.81)$$

Покажем, что если ξ ограничена, то ее математическое ожидание равно несмещенной оценке функционала (7.76).

Из ограниченности ξ следует, что ее математическое ожидание конечно. Тогда можно написать

$$\mathbf{M}\xi=\sum_{\alpha}p(\alpha)\xi(\alpha)=\sum_{k=1}^{\infty}\int\ldots\int dx_1\ldots dx_k\frac{q_1(x_1)}{p_1(x_1)}\times$$

$$\times W(x_1, x_2)\ldots W(x_{k-1}, x_k)\frac{g(x_k)}{p(x_k)}p_1(x_1)p(x_1, x_2)\ldots p(x_{k-1}, x_k)\times$$

$$\times p(x_k)=\sum_{k=1}^{\infty}\int\ldots\int dx_1\ldots dx_k q_1(x_1)K(x_1, x_2)\ldots K(x_{k-1}, x_k)g(x_k)=$$

$$=\int_{\Gamma}g(x)\psi(x)\,dx. \qquad (7.82)$$

Последнее равенство выполняется при условии, что последовательность интегралов сходится. Как указывалось ранее, это имеет место, если $\|K^{n_0}\|<1$.

Случайную величину $\xi(\alpha)$ принято называть оценкой по поглощениям, так как она подсчитывается в конечных точках траекторий.

Оценка по столкновениям. В отличие от $\xi(\alpha)$ оценка по столкновениям $\eta(\alpha)$ рассчитывается во всех точках траектории. Она имеет вид

$$\eta(\alpha)=\sum_{m=1}^{k}W_m(\alpha)g(x_m), \qquad (7.83)$$

где W_m — вес частицы при m-м столкновении, определяемый из выражения

$$W_m(\alpha)=\frac{q_1(x_1)}{p_1(x_1)}W(x_1, x_2)\ldots W(x_{m-1}, x_m). \qquad (7.84)$$

В теории метода Монте-Карло доказывается, что математическое ожидание $\mathbf{M}\eta$ также является несмещенной оценкой функционала (7.76).

При аналоговом моделировании в отсутствие деления, учитывая, что $p_1(x)=q_1(x)$; $p(y, x)=K(y, x)$ и $p(x)=\Sigma_a(x)/\Sigma(x)$, случайные величины $\xi(\alpha)$ и $\eta(\alpha)$ приобретают следующий вид:

$$\xi(\alpha)=g(x_k)\Sigma(x_k)/\Sigma_a(x_k); \qquad (7.85)$$

$$\eta(\alpha)=\sum_{m=1}^{k}g(x_m). \qquad (7.86)$$

Пусть для примера необходимо определить число реакций с поперечным сечением $\Sigma_r(x)$ в некотором объеме V, тогда функция отклика детектора

$$g(x)=\frac{\Sigma_r(x)}{\Sigma(x)}\nu_V(x), \qquad (7.87)$$

где ν_V — индикаторная функция объема V — имеет вид

$$\nu_V(x)=\begin{cases} 1 \text{ при } x\in V; \\ 0 \text{ при } x\notin V. \end{cases} \qquad (7.88)$$

Отсюда оценки ξ и η принимают значения

$$\xi(\alpha)=\begin{cases} \Sigma_r(x_k)/\Sigma_a(x_k) \text{ при } x_k\in V; \\ 0 \text{ при } x_k\notin V; \end{cases} \qquad (7.89)$$

$$\eta(\alpha)=\sum_{m=1}^{k}\frac{\Sigma_r(x_m)}{\Sigma(x_m)}\nu_V(x_m). \qquad (7.90)$$

При решении вопроса о выборе наиболее подходящей оценки для исследования конкретной задачи важнейшее значение имеет дисперсия оценки. Запись выражения дисперсии любой из оценок в виде интеграла по вероятностной мере, определяемой марковской цепью, не представляет труда. Однако упрощение этих интегралов до простых выражений удается только в ограниченном числе случаев. К таковым относятся оценки ξ и η. Получим дисперсию для оценки $\xi(\alpha)$ при расчете функционала (5.76):

$$\mathbf{D}\xi = \sum_{\alpha} \xi^2(\alpha) p(\alpha) - (\psi, g)^2 = \sum_{k=1}^{x} \int \ldots \int dx_1 \ldots dx_k \frac{q_1^2(x_1)}{p_1^2(x_1)} \times$$

$$\times W^2(x_1, x_2) \ldots W^2(x_{k-1}, x_k) \frac{q^2(x_k)}{p^2(x_k)} p_1(x_1) p(x_1, x_2) \ldots p(x_{k-1}, x_k) \times$$

$$\times p(x_k) - (\psi, g)^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \int \ldots \int dx_1 \ldots dx_k \frac{q_1^2(x_1)}{p_1(x_1)} \times$$

$$\times \frac{K^2(x_1, x_2)}{p(x_1, x_2)} \ldots \frac{K^2(x_{k-1}, x_k)}{p(x_{k-1}, x_k)} \frac{g^2(x_k)}{p(x_k)} - (\psi, g)^2. \qquad (7.91)$$

Если теперь обозначить через θ ряд Неймана для решения интегрального уравнения

$$\theta(x) = \int \frac{K^2(y, x)}{p(y, x)} \theta(y)\, dy + \frac{q_1^2(x)}{p_1(x)}, \qquad (7.92)$$

то окончательный вид выражения для дисперсии будет следующим:

$$\mathbf{D}\xi = \left(\theta, \frac{g^2}{p}\right) - (\psi, g)^2. \qquad (7.93)$$

Вывод дисперсии оценки $\eta(\alpha)$ довольно сложен. Приведем окончательный результат:

$$\mathbf{D}\eta = (\theta, g[2\psi^* - g]) - (\psi, g)^2. \qquad (7.94)$$

Заметим, что при аналоговом моделировании уравнение для $\theta(x)$ совпадает с уравнением для $\psi(x)$.

Если при моделировании траекторий не допускается поглощение, т. е. принимается, что

$$p(x, x') = K(x, x') \Sigma(x)/\Sigma_S(x), \quad p(x) = 0, \qquad (7.95)$$

то оценка $\xi(\alpha)$ теряет смысл, а оценка $\eta(\alpha)$ принимает вид

$$\tilde{\eta}(\alpha) = \sum_{m=1}^{k} \prod_{j=1}^{m} \left[\frac{\Sigma_S(x_j)}{\Sigma(x_j)}\right] g(x_m). \qquad (7.96)$$

Оценка по пробегу. На практике нередко требуется вычислить функционал в областях, размеры которых малы по сравнению с длиной свободного пробега. В таких областях частицы редко испытывают столкновения, поэтому рассмотренные выше оценки должны иметь большую дисперсию. В этих задачах более эффективными оказываются оценка по пробегу и ее модификации. Обоснуем оценку по пробегу на качественном уровне.

Пусть частица входит или рождается в области регистрации V и длина пути ее в области составляет d. Так как средняя длина пробега частицы равна $1/\Sigma$, то среднее число столкновений на длине пути d будет $n = \Sigma d$. Отсюда, если подсчитывать число столкновений с весом $1/\Sigma$, результат будет равен d. С другой стороны, плотность потока связана с плотностью столкновений соотношением $\varphi = \psi/\Sigma$. Поэтому при регистрации числа столкновений с весом $1/\Sigma$ результат будет равен плотности потока. Следовательно, оценкой средней плотности потока в ограниченной области V может служить сумма пробегов частиц в области, деленная на объем области. В соответствии с указанным выше несмещенной оценкой функционала (7.76) является случайная величина

$$\beta(\alpha) = \sum_{m=1}^{k} W_m d_m g_{1m}, \qquad (7.97)$$

где d_m — длина m-го пробега частицы в области V; W_m — вес частицы при m-м пробеге через V; g_{1m} — функция отклика детектора для плотности потока или переходной коэффициент от единичной плотности потока частиц в области V с энергией, равной энергии частицы на m-м пробеге, к значению функционала.

Если, например, искомым функционалом является число реакций, характеризующихся сечением $\Sigma_r(x)$, то функция g_{1m} будет равна значению Σ_r вдоль d_m.

Оценка по пересечениям. Эта оценка основана на связи между плотностью тока через произвольным образом ориентированную единичную площадку S и плотностью потока в этой точке:

$$J_{\mathbf{n}_S}(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})(\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n}_S), \qquad (7.98)$$

где $\mathbf{n}_S$ — нормаль к площадке S.

Отсюда видно, что если регистрировать в процессе моделирования траекторий пересечения площадки ΔS с весом $1/|(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{n}_S)|$, то результат будет пропорционален плотности потока. Следовательно, расчет линейного функционала от плотности потока частиц может быть выполнен с помощью оценки по пересечениям, которая имеет вид

$$\zeta(\alpha) = \sum_{m=1}^{k} W_m \frac{1}{|(\boldsymbol{\Omega}_m \mathbf{n}_S)|} g_{1m}, \qquad (7.99)$$

где W_m — вес частицы при m пересечении площадки ΔS; $\boldsymbol{\Omega}_m$ — направление движения частицы при m-м пересечении.

§ 7.6. Локальные оценки

Все рассмотренные выше оценки дают средние значения $\varphi(x)$, $\psi(x)$ и функционалов от них по области регистрации. Если градиент поля излучения достаточно велик, чтобы уменьшить погрешность, связанную с усреднением, размеры области

регистрации приходится уменьшать. Однако при этом уменьшается вероятность попадания частицы в данную область, а следовательно, увеличивается статистическая погрешность оценки. Поэтому большое значение в решении задач физики защиты имеют специальные локальные оценки, позволяющие стягивать область детектирования в точку.

Предположим для простоты, что частицы распространяются в среде без размножения и поглощения, тем более что эти две реакции обычно учитываются с помощью весовых множителей. Пусть требуется оценить плотность потока частиц в точке фазового пространства $x^*=\{\mathbf{r}^*, E^*, \mathbf{\Omega}^*\}$. Подставим эту точку в уравнение (7.38), приняв для упрощения формул $q_1(x^*)=0$:

$$\psi(x^*)=\int K(X', X^*)\,\psi(x')\,dx'. \qquad (7.100)$$

Поделив обе части выражения (7.100) на $\Sigma_S(x^*)$, получим

$$\varphi(x^*)=\int \frac{K(x', x^*)}{\Sigma_S(x^*)}\,\psi(x')\,dx'. \qquad (7.101)$$

С формальной точки зрения величина $\varphi(x^*)$ представлена в виде функционала от плотности столкновений $\psi(x)$ с функцией отклика детектора, равной

$$g(x, x^*)=K(x, x^*)/\Sigma_S(x^*). \qquad (7.102)$$

Выбрав теперь для расчета $\varphi(x^*)$ оценку по столкновениям (7.83), получим, что математическое ожидание случайной величины

$$\eta_1(\alpha)=\sum_{m=1}^{k}\frac{W_m(\alpha)}{\Sigma_S(x^*)}K(X_m, x^*) \qquad (7.103)$$

равно плотности потока рассеянного излучения в точке x^*.

Определение плотности потока нерассеянного излучения в точках x^* [не вошедший в уравнение (7.101) член $q_1(x^*)/\Sigma_S(x^*)$] не представляет труда и обычно для уменьшения дисперсии производится аналитически.

Ядро $K(x, x^*)$ содержит δ-функцию. Для ее устранения достаточно проинтегрировать выражение (7.101) по некоторой области направлений $\Delta\Omega_i^*$. Если для примера рассмотреть расчет плотности потока рассеянных фотонов (без учета когерентного рассеяния), движущихся в интервале $\Delta\Omega_i^*$ с энергией в интервале ΔE_i^*, в точке $\mathbf{r}^*$, конечное выражение для локальной оценки будет иметь вид

$$\eta_1(\alpha)=\sum_{m=1}^{k} W_m(\alpha)\frac{\exp\left[-\tau(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}^*, E_m^*)\right]}{(\mathbf{r}^*-\mathbf{r}_m)^2}\times$$
$$\times\frac{\Sigma_k(\mathbf{r}_m, E_m\to E_m^*, (\Omega_m\cdot\Omega_m^*))}{\Sigma_k(\mathbf{r}_m, E_m)}\Delta(E_m^*, \Delta E_i^*)\,\Delta(\mathbf{\Omega}_m^*, \Delta\Omega_i^*), \qquad (7.104)$$

где

$$\tau(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}^*, E_m^*)=\int\limits_{\mathbf{r}_m\to\mathbf{r}^*}\Sigma(\mathbf{r}''(t))\,dt;$$

$$\Delta(x, \Delta x)=\begin{cases}1, & x\in\Delta x;\\ 0, & x\notin\Delta x;\end{cases}$$

$\Sigma_k(\mathbf{r}_m, E_m\to E_m^*, (\mathbf{\Omega}_m, \mathbf{\Omega}_m^*))$, $\Sigma_k(\mathbf{r}_m, E_m)$ — дифференциальное и интегральное макроскопические сечения комптоновского рассеяния.

Формула (7.104) представляет хорошо известную локальную оценку плотности потока частиц. Она имеет конечную дисперсию, если точка $\mathbf{r}^*$ не принадлежит области, где происходит перенос излучения. В общем случае локальная оценка имеет дисперсию, расходящуюся из-за множителя $1/(\mathbf{r}_m-\mathbf{r}^*)^2$. Это не является препятствием для использования ее в методе Монте-Карло, поскольку существование математического ожидания обеспечивает действие закона больших чисел. Однако сходимость среднего арифметического $\bar{\eta}_N$ (N — число историй) имеет порядок $N^{-1/3}$, а не $N^{-1/2}$, как это имеет место при конечной дисперсии. Кроме того, в результатах расчета возможно появление (в небольшой доле случаев) выбросов результатов, обязанных близкому приближению некоторых точек столкновения к точке детектирования $\mathbf{r}^*$.

Отметим, что локальная оценка не позволяет рассчитывать угловую плотность потока в точке $\mathbf{r}^*$ непосредственно в заданном направлении Ω^*. Этого недостатка лишена так называемая двойная локальная оценка. Для этой оценки функцию отклика детектора берут в виде

$$g_2(x', x^*)=\frac{1}{\Sigma(x^*)}\int K(x', x'')\,K(x'', x^*)\,dx''. \qquad (7.105)$$

Поясним смысл этой оценки. Если при локальной оценке производится, по существу, суммирование в точке детектирования виртуальных вкладов нерассеянного излучения непосредственно от точек столкновения, то при двойной локальной оценке суммируются виртуальные вклады от излучения, попадающего от точки столкновения к точке детектирования через промежуточную точку рассеяния.

Интеграл в выражении (7.105) берется по лучу

$$\mathbf{r}''(t)=\mathbf{r}^*-\mathbf{\Omega}^*t,\quad t>0.$$

Его можно оценивать по одному случайному узлу $\boldsymbol{\rho}''$, который наиболее просто полагать $\boldsymbol{\rho}''=\mathbf{r}^*-\mathbf{\Omega}^*\mathbf{L}^*$, где $\mathbf{L}^*$ — случайная длина свободного пробега из $\mathbf{r}^*$ в направлении, обратном $\mathbf{\Omega}^*$.

Математическое ожидание случайной величины

$$\eta_2(\alpha) = \sum_{m=1}^{k} W_m(\alpha)\, g_2(x_m, x^*)$$

равно

$$\mathbf{M}\eta_2 = \varphi(x^*) - \varphi_1(x^*) - \varphi_0(x^*),$$

где $\varphi_0(x^*)$, $\varphi_1(x^*)$ — плотность потока нерассеянного и однократно рассеянного излучения соответственно.

Дисперсия двойной локальной оценки тоже бесконечна, но расходимость ее слабее, чем дисперсии локальной оценки.

§ 7.7. Использование математических ожиданий

Метод математических ожиданий, или метод аналитического усреднения, нашел широкое применение при разработке различных модификаций основных оценок метода Монте-Карло. Идея этого метода проста. Случайная выборка по какой-либо переменной и вычисление среднего от суммы случайных величин заменяется на аналитическое интегрирование или другой детерминированный метод расчета. Таким образом, характерная черта метода — детерминистическое усреднение по «потенциальным событиям». Как правило, это приводит к существенному уменьшению дисперсии расчета. Многие из оценок, уже рассмотренные ранее, являются оценками метода математических ожиданий. Например, пусть решается задача определения числа поглощений в области V. При использовании для этого оценки по поглощениям $\xi(\alpha)$ будут регистрироваться действительные случайные события поглощения в этой области. Если же применить оценку по столкновениям $\eta(\alpha)$, то при каждом столкновении в области V будет подсчитываться вероятность (математическое ожидание) поглощения $\Sigma_a(x)/\Sigma(x)$ и прибавляться к сумме вкладов от всех предыдущих столкновений в области. Аналогичные рассуждения можно привести в отношении локальных оценок.

Используя условные математические ожидания, можно построить много новых модификаций оценки по пробегу, имеющих в ряде случаев меньшую дисперсию. Допустим, что в гомогенной области V появилась частица с координатами $(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$. Она либо родилась в V, либо испытала в точке $\mathbf{r}$ столкновение, получив при этом энергию E и направление движения $\boldsymbol{\Omega}$, либо, наконец, попала в V из соседней области. Пусть D — расстояние от $\mathbf{r}$ до границы области V вдоль $\boldsymbol{\Omega}$, т. е. максимальный путь, который может пройти частица в области до следующего соударения или вылета. Можно написать условную плотность распределения длины пути L в области V при условии, что произошло какое-либо из следующих трех событий: а) вылет из области V без взаимодействия; б) столкновение в области V с поглощением; в) соударение в области V с

рассеянием. Вероятности соответствующих событий

$$p_a = e^{-\Sigma D};\quad p_б = \frac{\Sigma_a}{\Sigma}(1 - e^{-\Sigma D});\quad p_в = \frac{\Sigma_S}{\Sigma}(1 - e^{-\Sigma D}).$$

Плотность распределения L при условии «а» есть

$$f_a(L) = \delta(L - D),\quad 0 \leqslant L \leqslant D,$$

а при условиях «б» и «в»

$$f_в(L) = f_б(L) = \frac{\Sigma e^{-\Sigma L}}{1 - e^{-\Sigma D}},\quad 0 \leqslant L \leqslant D.$$

Для любого подмножества λ из трех событий «а», «б» и «в» условная плотность распределения L при данном λ есть

$$f_\lambda(L) = \sum_{\gamma \in \lambda} f_\gamma(L)\, p_\gamma \Big/ \sum_{\gamma \in \lambda} p_\gamma,\quad 0 \leqslant L \leqslant D. \tag{7.106}$$

Усреднение по этим условным распределениям позволяет получить новые оценки по пробегу, эффективность которых определяется скоростью счета при их реализации и дисперсией.

Условное математическое ожидание значения оценки по пробегу $\mathbf{M}\beta_\lambda$ для числа реакций при условии, что будут иметь место события из подмножества λ, определяется обычным образом:

$$\mathbf{M}\beta_\lambda = \Sigma_r \int_0^D L f_\lambda(L)\, dL. \tag{7.107}$$

В качестве примера рассмотрим случай $\lambda = \{(a), (\delta)\}$. Тогда

$$\mathbf{M}\beta_{аб} = \frac{\Sigma_r \int_0^D L \left\{ e^{-\Sigma D}\delta(L - D) + \frac{\Sigma_a}{\Sigma}(1 - e^{-\Sigma D})\Sigma e^{-\Sigma L}/(1 - e^{-\Sigma D}) \right\} dL}{e^{-\Sigma D} + \frac{\Sigma_a}{\Sigma}(1 - \exp^{-\Sigma D})} =$$

$$= \Sigma_r \left\{ \left[\Sigma_S D e^{-\Sigma D} + \frac{\Sigma_a}{\Sigma}(1 - e^{-\Sigma D}) \right] \Big/ \left[\Sigma_S e^{-\Sigma D} + \Sigma_a \right] \right\}.$$

§ 7.8. Методы уменьшения дисперсии

Ранее неоднократно подчеркивалось, что эффективность оценки определяется в первую очередь ее дисперсией. Чем меньше дисперсия при заданном числе историй, тем эффективнее оценка. Однако, поскольку речь идет о реализации метода Монте-Карло на ЭВМ, необходимо учитывать и время расчета. Как правило, оценки, имеющие меньшую дисперсию, требуют

больше расчетного времени. В решении проблемы выбора оценки полезным является использование понятия эффективности метода расчета, которое определяется как величина, обратная произведению дисперсии и времени расчета. Выше обсуждались некоторые способы построения оценок с меньшими дисперсиями, например использование математических ожиданий. В этом параграфе рассматриваются методы уменьшения дисперсии расчета функционалов, основанные на применении неаналогового моделирования траекторий (методы существенной выборки). Причем для вычисления каждого конкретного функционала существует, строго говоря, своя оптимальная схема неаналогового моделирования, концентрирующая большую часть траекторий в тех областях фазового пространства, где ценность частиц по отношению к этому функционалу максимальна.

Моделирование по ценности. В краткой формулировке «моделирование по ценности» или «выборка по важности» эти понятия означают искажение реальных физических вероятностей перехода таким образом, чтобы события, которые представляют интерес для расчета, происходили более часто, чем это имеет место в аналоговом процессе. Своего рода «компасом» при этом является функция ценности, а искажение реальных процессов затем компенсируется соответствующим выбором оценивающей случайной величины.

Используя моделирование по ценности, можно (в принципе) не только уменьшить дисперсию, но и полностью исключить статистические колебания результата расчета. Для этого необходимо построить такие траектории частиц, каждая из которых давала бы один и тот же вклад в оценку, т. е. принципиально для получения точного результата было бы достаточно одной истории. Построим подобный процесс случайных блужданий для оценки типа $\xi(\alpha)$.

Пусть требуется определить функционал (7.76): известна функция ценности $\psi^*(x)$, являющаяся решением сопряженного уравнения (7.77). Напомним, что по физическому смыслу $\psi^*(x)$ представляет собой вклад, который вносит в функционал (7.76) частица, испытывающая столкновение в единице фазового объема вблизи точки x. Построим процесс случайных блужданий (для простоты без размножения), в котором

$$p_1(x_1)=\frac{q_1(x_1)\psi^*(x_1)'}{\int\psi^*(x_1)q_1(x_1)dx_1};\quad p(y,\ x)=\frac{K(y,\ x)\psi^*(x)}{\psi^*(y)};$$

$$p(x)=\frac{g(x)}{\psi^*(x)}. \tag{7.108}$$

Тогда вклад отдельной траектории $\alpha=\{x_1,\ ...,\ x_k\}$ в функционал (7.76), если использовать оценку по поглощениям, будет равен

$$\xi(\alpha)=\frac{q_1(x_1)}{p_1(x_1)}W(x_1,\ x_2)\ ...\ W(x_{k-1},\ x_k)\frac{g(x_k)}{p(x_k)}=$$

$$=\frac{q_1(x_1)\int\psi^*(x_1)q_1(x_1)dx_1}{q_1(x_1)\psi^*(x_1)}\frac{K(x_1,\ x_2)\psi^*(x_1)}{K(x_1,\ x_2)\psi^*(x_2)}\times\ ...\ \times$$

$$\times\frac{K(x_{k-1},\ x_k)\psi^*(x_{k-1})}{K(x_{k-1},\ x_k)\psi^*(x_k)}\frac{g(x_k)\psi^*(x_k)}{g(x_k)}=$$

$$=\int\psi^*(x_1)q_1(x_1)dx_1. \tag{7.109}$$

Учитывая соотношение (7.78), окончательно получаем

$$\xi(\alpha)=(\psi^*,\ q_1)=(\psi,\ g)=J_g. \tag{7.110}$$

Следовательно, так как каждая траектория дает точный результат, процесс должен иметь нулевую дисперсию.

Рассмотрим теперь аналогичную задачу для оценки по столкновениям. Для упрощения формулировок предположим, что

$$\int K(x,\ x')\psi^*(x')dx'=\psi^*(x)-g(x)>0.$$

Тогда оценку типа $\eta(\alpha)$ с нулевой дисперсией обеспечивает процесс случайных блужданий, в котором

$$p_1(x_1)=\frac{q_1(x_1)\psi^*(x_1)}{\int q_1(x_1)\psi^*(x_1)dx_1};\quad p(y,\ x)=\frac{K(y,\ x)\psi^*(x)}{\int K(y,\ x)\psi^*(x)dx};$$

$$p(x_k)=0. \tag{7.111}$$

Как видно из вышеизложенного, схема расчета с нулевой дисперсией требует знания функции ценности во всем фазовом пространстве. Однако если бы $\psi^*(x)$ была известна, то искомый функционал легко получался бы простым интегрированием. Кроме того, при использовании схемы (7.111) необходимо моделировать бесконечные цепочки ($p(x)=0$). Тем не менее такая методика расчета представляет не просто математический курьез. Выборка по важности — оптимальная стратегия расчета по методу Монте-Карло. Этот оптимум невозможно практически достигнуть, но к нему можно близко подойти. На практике используют приближенное моделирование по ценности, основанное на замене в вероятностях (7.108) и (7.111) функции ψ^* на функцию $\tilde{\psi}^*\approx\psi^*$. Замечательным свойством получаемого алгоритма является его независимость от постоянного множителя функции $\tilde{\psi}^*$. При выборе функции $\tilde{\psi}^*$ следует иметь в виду еще одно важное обстоятельство. Дело в том, что при практической реализации моделирования по ценности для нормировки соответствующих вероятностей перехода необходимо вычислить $\int K(y,\ x)\tilde{\psi}^*(x)dx$. Это сильно ограничивает выбор $\tilde{\psi}^*(x)$. С другой стороны, так как ядро интегрального уравнения

переноса естественным образом распадается на произведение условных плотностей распределения, можно использовать приближения к функции ценности на каждом элементарном акте моделирования.

Экспоненциальное преобразование. Экспоненциальное преобразование относится к модификациям метода Монте-Карло, в которых для смещения процесса моделирования используются приближенные функции ценности.

Предположим, что в одномерной задаче в области вблизи $z=0$ находится источник излучения $q(z, E, \mu)$. Если требуется оценить мощность дозы или скорость какой-либо реакции на достаточно больших расстояниях от источника, то метод аналогового моделирования будет давать плохую статистику, так как поток ослабляется приблизительно экспоненциально и мало частиц проникает на большую глубину. Предполагая среду однородной, выберем приближенную функцию ценности в виде $\Psi^*(z, E, \mu)=\exp(bz)$, где b — некоторая константа. Введем эту функцию в транспортное ядро для однородной среды:

$$\tilde{T}(\mathbf{r}', \mathbf{r}\,|\,E)=\frac{\Sigma e^{-\Sigma t}e^{bt\mu}}{\int\limits_0^{\infty}\Sigma e^{-\Sigma t}e^{bt\mu}dt}=(\Sigma-b\mu)e^{-(\Sigma-b\mu)t}=\tilde{\Sigma}e^{-\tilde{\Sigma}t}, \qquad (7.112)$$

где t — длина пути между точками $\mathbf{r}'$ и $\mathbf{r}$.

После каждого розыгрыша длины пробега со смещенным ядром вес частицы необходимо помножить на коэффициент $T/\tilde{T}$:

$$W_n=W_{n-1}\frac{T}{\tilde{T}}=W_{n-1}\frac{\Sigma e^{-\Sigma t}}{(\Sigma-b\mu)e^{-(\Sigma-b\mu)t}}=W_{n-1}\frac{\Sigma}{\Sigma-b\mu}e^{b\mu t}. \qquad (7.113)$$

При выборе константы b во избежание усложнения алгоритма расчета желательно, чтобы $\tilde{\Sigma}=\Sigma-b\mu>0$. Поэтому обычно выбирают $0<b<\Sigma$. Тогда величина $\tilde{\Sigma}$ будет меньше Σ для положительных μ и больше Σ для отрицательных. Таким образом, длина пробегов, направленных вперед, будет увеличиваться, а направленных назад — уменьшается. Весовые множители $T/\tilde{T}$ в зависимости от длины пробега и величины μ могут быть как больше, так и меньше единицы. Если не принять специальных мер, это может привести к существенному увеличению дисперсии. Флуктуации весов в определенной степени возможно контролировать путем применения метода рулетки и расщепления (см. ниже в этом же параграфе).

Другой вариант экспоненциального преобразования основан на преобразовании функции распределения для плотности потока частиц. Рассмотрим ту же самую одномерную задачу. Так как плотность потока уменьшается приблизительно экспоненциально, перейдем к уравнению для $\tilde{\varphi}(z, \mu)=\varphi(z, \mu)\exp(bz)$.

После подстановки в интегродифференциальное уравнение переноса (без зависимости от энергии) получим

$$\mu\frac{\partial\tilde{\varphi}(z, \mu)}{\partial z}+(\Sigma-b\mu)\tilde{\varphi}(z, \mu)=$$

$$=\int d\mu'\tilde{\varphi}(z, \mu')\Sigma_S(z)f(\mu_S)+e^{bz}q(z, \mu). \qquad (7.114)$$

Это уравнение соответствует распространению излучения в среде, для которой полное сечение $\tilde{\Sigma}=\Sigma-b\mu$, а в каждом столкновении образуется $C=\Sigma_s/(\Sigma-b\mu)$ рассеянных частиц. Если $C\leqslant 1$, то ее можно рассматривать как вероятность рассеяния. Величина $1-C$ будет соответственно вероятность поглощения. Если $C>1$, то после столкновения можно вес частицы умножать на C или применять расщепление. Первый способ упрощает расчетную программу, но увеличивает дисперсию результата.

Рулетка и расщепление. При решении задач теории переноса, как было видно из изложенного выше, в фазовом пространстве с точки зрения вклада в функционал можно выделить ценные и малоценные области. В малоценных областях желательно ограничивать количество цепочек случайных блужданий, так как вероятность вклада областей в оценку мала или из-за того, что такие цепочки нехарактерны и могут сильно увеличить дисперсию расчета. В ценных областях, дающих основной вклад в оценку функционалов, желательно увеличивать число испытаний. Эффективным средством регулирования количества столкновений в «плохих» и «хороших» областях является метод рулетки и расщепления.

Для частиц, которые влетают в малоценные области, применяется рулетка. Смысл рулетки в том, что разыгрывается гибель частицы с вероятностью p. Розыгрыш гибели производится или при пересечении границы, когда частица переходит из «хорошей» области в «плохую», или при столкновении в «плохой» области. Соответственно различают вариант рулетки и расщепления, применяемый при пересечениях частицами определенных поверхностей, и вариант рулетки и расщепления, применяемый при столкновениях. Чтобы при этом не произошло смещения результата расчета, вес уцелевших частиц увеличивается в $1/(1-p)$ раз. Расщепление представляет собой противоположную процедуру, которая применяется в «хороших» областях и заключается в расщеплении частицы на n одинаковых и независимых друг от друга частиц. Каждая из этих частиц имеет вес, равный $1/n$ веса материнской частицы.

Краеугольным вопросом в этом методе является проблема управления рулеткой и расщеплением. Пусть, например, рулетка и расщепление применяются при пересечении границ. Как расставить эти границы? Какие оптимальные значения n и p

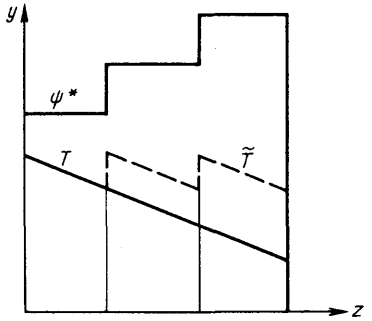


Рис. 7.10. Поведение функций $T(z)$, $\tilde{T}(z)$ и $\psi^*(z)$

выбрать? Теоретически эти вопросы решаются далеко не просто. Наиболее перспективным путем является использование функции ценности, полученной в предварительных расчетах. Лучше всего такой подход разработан для одномерных задач.

В качестве иллюстрации рассмотрим задачу о прохождении излучения через полубесконечный слой, в который частицы попадают слева. Предположим, что функция ценности зависит только от координаты и является кусочно-постоянной функцией (рис. 7.10). Поскольку функция ценности является мерой ожидаемого вклада частиц в функционал, то $\psi^*(z)$ в данной задаче можно интерпретировать как вероятность утечки, т. е. $\psi^*(z)$ будет возрастать с ростом z. Так как функция ценности зависит только от координаты, введем ее только в транспортное ядро:

$$\tilde{T}(z', z) = T(z', z)\psi^*(z)/\psi^*(z'). \qquad (7.115)$$

Качественный вид всех функций для частицы, движущейся направо, показан на рис. 7.10. Для определенности предположим, что на границах отношение функций ценности испытывает скачок α. Тогда при пересечении границы слева направо необходимо образовать α частиц и для частицы, движущейся справа налево, разыграть гибель частицы с вероятностью $p = 1 - 1/\alpha$.

Покажем, что указанная процедура представляет собой способ розыгрыша ядра $\tilde{T}$. Величина ядра T для $l > l_k$ равна

$$T(l) = \exp\left[-\int_0^{l_k} \Sigma(t)\,dt\right] T(l - l_k).$$

Первый сомножитель в этом выражении представляет собой вероятность того, что частица достигнет l_k, не испытав соударения. Обозначим его p_k. Тогда при переходе из области k в область $k+1$

$$\tilde{T}(l) = p_k \frac{\psi^*_{k+1}}{\psi^*_k} T(l - l_k), \quad l > l_k.$$

Таким образом, расщепление (рулетка) дает ψ^*_{k+1}/ψ^*_k частиц в области $k+1$. Если за всеми следить, используя $T(l-l_k)$, то результирующая плотность столкновений окажется равной $\frac{\psi^*_{k+1}}{\psi^*_k} T(l - l_k)$. Поскольку все это осуществляется, если частица

достигает l_k, т. е. с вероятностью p_k, данный алгоритм и есть розыгрыш $\tilde{T}$.

Анализ различных расчетных схем показал, что границы областей лучше всего следует располагать так, чтобы поток между ними падал вдвое, а величину скачка α брать равной двум.

При расчете поля излучения в неодномерных геометриях более удобным является вариант рулетки и расщепления, применяемый при столкновениях частиц. Пусть частица движется из точки x_n фазового пространства в точку x_{n+1}. Анализируется отношение функций ценности в этих точках столкновений

$$\alpha = \psi^*(x_{n+1})/\psi^*(x_n). \qquad (7.116)$$

Если окажется, что $\alpha > 1$, применяется расщепление, а если $\alpha < 1$, то применяется рулетка.

Расчет функции ценности обычно проводят в более простой геометрии, используя приближенные методы, например диффузионное приближение. В некоторых программах метода Монте-Карло приближенное значение функции ценности определяется в предварительном расчете (без применения функции ценности). Для этого все фазовое пространство разбивается на ячейки. Для каждой ячейки запоминается суммарный вес частиц W_Σ, вошедших в ячейку, и тот вклад, который внесли в функционал частицы (и их поколения), входившие в ячейку, J_Σ. Функция ценности для конкретной ячейки определяется как отношение

$$\psi^* = J_\Sigma / W_\Sigma. \qquad (7.117)$$

Как указывалось выше, рулетка и расщепление являются также эффективным средством удержания значений весовых множителей в определенном интервале $\Delta W = W_{\text{макс}} \div W_{\text{мин}}$. Если вес частицы окажется $W > W_{\text{макс}}$, то она расщепляется на $n = W/W_{\text{макс}}$ идентичных частиц, если же $W < W_{\text{мин}}$, то применяется рулетка с вероятностью выживания $p = W/W_{\text{мин}}$, а вес оставшейся в живых частицы умножается на $1/p$. Эта методика весового окна позволяет существенно уменьшить дисперсию расчета. Хорошие результаты дает сочетание методики весового окна с функцией ценности. Смысл такого объединения в том, что ширина окна в конкретной зоне устанавливается обратно пропорциональной функции ценности. Константа пропорциональности выбирается так, чтобы частицы источника стартовали внутри окна ΔW.

Коррелированная выборка. Термин «коррелированная выборка», или «метод зависимых испытаний» используется для обозначения спаренных расчетов по методу Монте-Карло, в которых имеется сильная положительная корреляция между

связанными случайными величинами. Метод особенно полезен в тех случаях, когда требуется рассчитать малое изменение в системе, вызванное каким-либо возмущением (например, изменение сечений взаимодействия при изменении температуры). Если такие эффекты рассчитывать путем выполнения двух независимых расчетов, то часто оказывается, что статистическая погрешность превышает само возмущение.

Одним из простых способов достижения положительной корреляции является контролирование случайных чисел γ в обоих расчетах. Предположим, что программа генерирования псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0, 1), дает последовательность $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$ Перераспределением последовательности можно добиться того, чтобы все истории в основном и возмущенном расчетах начинались с одинаковых псевдослучайных чисел. Пусть γ_{ij} есть j—псевдослучайное число в i-й истории и $\rho(\gamma)$ обозначает следующее за γ псевдослучайное число. Тогда можно записать

$$\begin{gathered}\gamma_{1,1}=\gamma_1,\ \gamma_{1,2}=\gamma_2,\ \gamma_{1,3}=\gamma_3 \ldots \gamma_{1,n}=\gamma_n;\\ \gamma_{2,1}=1-\gamma_{1,2},\ \gamma_{2,2}=\rho(\gamma_{2,1}),\ \ldots;\\ \gamma_{3,1}=1-\gamma_{2,2},\ \gamma_{3,2}=\rho(\gamma_{3,1}),\ \ldots\end{gathered} \tag{7.118}$$

Так как $1-\gamma$ и γ имеют одинаковое распределение, то этот прием не нарушает статистических характеристик последовательностей. Положительная корреляция достигается при условии, что истории с одинаковым номером начинаются с одного и того же случайного числа.

Более эффективный метод достижения корреляции заключается в объединении двух (а можно и нескольких) расчетов в один, используя один и тот же процесс случайных блужданий (подходящую цепь Маркова), и применении весовых множителей. Это возможно, если ядра соответствующих уравнений переноса и заданная цепь Маркова удовлетворяют условиям (7.79).

Пусть ядро интегрального уравнения K и функции q_1 и g зависят от некоторого параметра:

$$q_{1\lambda}(x)=q_1(x, \lambda);\ K_\lambda(x', x)=K(x', x, \lambda);$$
$$g_\lambda(x)=g(x, \lambda).$$

Тогда, применяя оценку по столкновениям, имеем для функционала I_g

$$I_g(\lambda)=(\psi_\lambda, g_\lambda)=\mathbf{M}\sum_{n=1}^{N} W_n(\lambda)g(x_n, \lambda). \tag{7.119}$$

Часто в алгоритме зависимых испытаний реализуют моделирование для некоторого значения параметра λ_0, т. е. полагают

$$p(x', x)=K(x', x, \lambda_0);\ p_1(x_1)=q_1(x, \lambda_0). \tag{7.120}$$

Тогда после каждого перехода частицы $x'\to x$ вес частицы дополнительно умножается на множитель

$$a(\lambda)=K(x', x, \lambda)/K(x', x, \lambda_0). \tag{7.121}$$

§ 7.9. Оценка статистической погрешности

Статистический характер погрешности является, по-видимому, основным недостатком метода Монте-Карло. Так как статистическая погрешность уменьшается очень медленно, обратно пропорционально $\sqrt{N}$, сходимость метода Монте-Карло оказывается одной из наиболее медленных среди численных методов. Кроме того, статистические погрешности в отличие от систематических изменяются от точки к точке непредсказуемым образом. С другой стороны, эти недостатки частично компенсируются тем, что статистическую погрешность можно оценить в ходе расчета.

Предположим, что в расчете моделируется N независимых историй и требуется определить средний вклад в функционал за одну историю. Это обычная для математической статистики задача оценки с помощью независимых испытаний математического ожидания $\mathbf{M}\xi=m$ случайной величины ξ с произвольной функцией распределения. Необходимо указать несмещенную оценку математического ожидания $\hat{m}$ и определить для нее доверительные границы, т. е. интервал $(\hat{m}-\delta_1, \hat{m}+\delta_2)$, в котором с заданной вероятностью p находится истинное значение.

Оценкой $\mathbf{M}\xi$ служит среднее арифметическое

$$\hat{m}=\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i. \tag{7.122}$$

Дисперсия случайной величины $\bar{x}$

$$\mathbf{D}\bar{x}=\sigma_{\bar{x}}^2=\mathbf{D}\xi/N=\sigma^2/N. \tag{7.123}$$

Несмещенная оценка дисперсии $\mathbf{D}\xi=\sigma^2$ по результатам N независимых испытаний определяется формулой

$$S_0^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-m)^2. \tag{7.124}$$

Но пользоваться этой оценкой невозможно, так как истинное значение m неизвестно. Если в формуле (5.124) m заменить на $\hat{m}=\bar{x}$, то оценка становится смещенной:

$$S_1^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2; \tag{7.125}$$

$$\mathbf{M}S_1^2 = \frac{N-1}{N}\sigma^2. \qquad (7.126)$$

Отсюда видно, что несмещенной оценкой дисперсии σ^2, не требующей точного знания m, является случайная величина

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2. \qquad (7.127)$$

Учитывая, что при расчете переноса излучения N достаточно велико, получаем

$$S^2 \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N}\Sigma(x_i)^2 - \frac{1}{N^2}(\Sigma x_i)^2. \qquad (7.128)$$

Окончательно, используя (7.123), приходим к следующему выражению для выборочной дисперсии $\hat{\sigma}^2_{\bar{x}}$ оценки $\hat{m}$:

$$\hat{\sigma}^2_{\bar{x}} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \frac{1}{N^3}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2. \qquad (7.129)$$

Следовательно, для определения дисперсии достаточно при расчете наряду с суммированием вкладов от траекторий вычислять сумму квадратов этих вкладов. Кроме дисперсии для определения доверительного интервала необходимо еще знать функцию распределения случайной величины. Ответ на этот вопрос дает центральная предельная теорема. Одна из формулировок этой теоремы следующая: сумма N независимых одинаково распределенных случайных величин с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 распределена асимптотически нормально (при $N \to \infty$) с математическим ожиданием Nm и дисперсией $N\sigma^2$.

Таким образом, при достаточно больших N можно утверждать, что случайная величина $\hat{m} = \bar{x}$ распределена в соответствии с плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/N}}\exp\left[-N(x-m)^2/(2\sigma^2)\right] \qquad (7.130)$$

при любом распределении случайной величины ξ. Единственным условием является конечность дисперсии σ^2.

Заменяя приближенно σ^2 на S^2, можно утверждать, что с вероятностью $p = 0{,}683$

$$\bar{x} - S/\sqrt{N} \leqslant m \leqslant \bar{x} + S/\sqrt{N} \qquad (7.131)$$

и с вероятностью 0,95

$$\bar{x} - 2S/\sqrt{N} \leqslant m \leqslant \bar{x} + 2S/\sqrt{N}. \qquad (7.132)$$

Глава 8

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ И ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 8.1. Асимптотические решения

Несмотря на успехи численных методов расчета защиты, достигнутые благодаря развитию мощных ЭВМ, в практике расчетов радиационной защиты, особенно при текущем проектировании, а также при анализе защит со сложной геометрией необходимы различные упрощенные приближенные методы, позволяющие проводить вариантные расчеты при достаточно небольших затратах вычислительного времени. В основном — это модификации полуэмпирического метода, частично использующие экспериментальные данные или результаты численных расчетов в достаточно высоких приближениях. Иногда удается решить задачу аналитически, вводя в модель переноса излучения определенные приближенные представления. При этом сложность угловой зависимости сечения рассеяния и неаналитичность энергетической зависимости сечений все равно приводят к тому, что любой достаточно строгий метод практически становится получисленным*.

Пониманию процесса переноса излучения способствуют получаемые в явном виде асимптотические решения, описывающие нейтронные поля на больших расстояниях, что наиболее интересно при расчете протяженных защит. Методом сингулярных собственных функций (методом Кейза), эквивалентным методу Фурье, но более удобным для численных расчетов, удается решить задачу с выделением асимптотической составляющей не только для бесконечной однородной среды, но и для ограниченных и гетерогенных защит. И хотя для сложных задач более экономичны численные методы решения уравнения переноса излучения, важность решений методом Кейза простых задач заключается в их использовании в качестве эталонов для оценки погрешности как аналитических, так и численных приближенных методов решения.

При выборе метода решения конкретных практических расчетных задач весьма важно понимание пределов применимости каждого метода, представление о степени трудоемкости расчетов и подготовки к ним. Привлечение ЭВМ во много раз увеличивает возможности расчетов, но обилие получаемой при этом информации не должно служить помехой выделению

* При расчете переноса в среде заряженных частиц наряду со «стандартными» — описанными в данной книге, используются и некоторые специфические. Применяемые в практике таких расчетов различные «малоугловые» подходы здесь не рассматриваются.

главных результатов и ослаблять внимание к возможным отличиям использованной расчетной модели от реальных конструкций рассматриваемой радиационной защиты.

Метод сингулярных собственных функций. Рассмотрим односкоростную задачу для бесконечной однородной среды с плоским мононаправленным источником, расположенным в плоскости $x=0$, т. е. при $q(x, \mu)=\delta(x)\delta(\mu-\mu_0)$. При P_L-представлении индикатрисы рассеяния односкоростное уравнение (5.17) для этого случая принимает вид

$$\mu\frac{\partial\varphi(x, \mu)}{\partial x}+\Sigma\varphi(x, \mu)=\sum_{l=0}^{L}\frac{2l+1}{4\pi}\Sigma_{s,l}\varphi_l(x)P_l(\mu)+$$
$$+\delta(x)\delta(\mu-\mu_0). \qquad (8.1)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде

$$\varphi(x, \mu)=\exp(-x/\nu)\psi(\nu, \mu), \qquad (8.2)$$

где ν — неизвестная пока величина. При $x\neq 0$ функция ψ удовлетворяет соответствующему однородному уравнению

$$(\Sigma\nu-\mu)\psi(\nu, \mu)=\sum_{l=0}^{L}\frac{2l+1}{4\pi}\Sigma_{s,l}\psi_l(\nu)P_l(\mu). \qquad (8.3)$$

Умножая обе части этого уравнения на $P_n(\mu)$, а затем интегрируя по μ от -1 до $+1$, получаем рекуррентное соотношение для функций $\psi_n(\nu)=2\pi\int_{-1}^{1}d\mu P_n(\mu)\psi(\nu, \mu)$:

$$[(n+1)/(2n+1)]\psi_{n+1}(\nu)+[n/(2n+1)]\psi_{n-1}(\nu)-$$
$$-\nu\Sigma_{tr,n}\psi_n(\nu)=0, \qquad (8.4)$$

где $\Sigma_{tr,n}=\Sigma-\Sigma_{s,n}$. Из соотношения (8.4) видно, что все функции $\psi_n(\nu)$ пропорциональны $\psi_0(\nu)$. Если принять в качестве нормировки $\psi_0(\nu)=1$, то из этого соотношения можно получить, рассматривая последовательно $n=0, 1, \ldots$, что функция $\psi_l(\nu)$ — полиномы, порядок которых равен или меньше n. Первые несколько таких полиномов $\psi_l(\nu)$ имеют следующий вид: $\psi_1(\nu)=\nu\Sigma_{ув}$; $\psi_2=(3\nu^2\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}-1)/2$; $\psi_3(\nu)=(15\nu^2\Sigma_{ув}\Sigma_{tr}\Sigma_{tr,2}-$ $-4\Sigma_{ув}-5\Sigma_{tr,2})\nu/6$.

При известных выражениях этих функций уравнение (8.3) выглядит довольно простым, и при $\Sigma\nu\neq\mu$ его решение можно записать так:

$$\psi(\nu, \mu)=\frac{1}{\Sigma\nu-\mu}\sum_{l=0}^{L}\frac{2l+1}{4\pi}\Sigma_{s,l}\psi_l(\nu)P_l(\mu). \qquad (8.5)$$

Однако учитывая, что в пределах интервала $[-1, +1]$ $\Sigma\nu$ может совпасть с μ, к правой части равенства (8.5) следует добавить

слагаемое с δ-функцией, равное $s(\Sigma\nu)\delta(\Sigma\nu-\mu)$, где $s(\Sigma\nu)$ — произвольная функция. Результат будет также решением уравнения (8.3), в чем можно убедиться, подставляя выражение

$$\psi(\nu, \mu)=\frac{1}{\Sigma\nu-\mu}\sum_{l=0}^{L}\frac{2l+1}{4\pi}\Sigma_{s,l}\psi_l(\nu)P_l(\mu)+s(\Sigma\nu)\delta(\Sigma\nu-\mu) \qquad (8.6)$$

непосредственно в уравнение (8.3) и учитывая, что, по определению, $x\delta(x)=0$. Необходимо отметить, что оба слагаемых в выражении (8.6) — не функции в обычном смысле слова, а обобщенные функции, имеющие смысл только под знаком интеграла. При этом при интегрировании первого слагаемого используется главное значение интеграла (по Коши).

Для значений $\Sigma\nu$, лежащих на действительной оси вне интервала $[-1, +1]$, интегрирование выражения (8.6) по μ приводит к трансцендентному характеристическому уравнению

$$1-\nu\sum_{l=0}^{L}(2l+1)\Sigma_{s,l}Q_l(\Sigma\nu)\psi_l(\nu)=0, \qquad (8.7)$$

где $Q_l(x)$ — функции Лежандра второго рода. Эти функции подчиняются рекуррентному соотношению

$$Q_{l+1}(x)=[(2l+1)xQ_l(x)-lQ_{l-1}(x)]/(l+1). \qquad (8.8)$$

Корни уравнения (8.7) ν_i являются дискретными собственными значениями задачи, а соответствующие функции $\psi(\nu_i, \mu)$ — «дискретными» собственными функциями. Число пар корней $\pm\nu_i$ зависит от L и значений параметров задачи. При $L=0$ и $L=1$, когда $\Sigma_{s,0}\leqslant\Sigma$ $\Sigma_{s,1}>0$, имеется только одна пара дискретных корней уравнения (8.7) $\pm\Sigma\nu_0>1$. При $L=0$, т. е. в случае изотропного рассеяния ($\Sigma_{s,0}=\Sigma_s$), это уравнение принимает вид

$$\Sigma_s\nu_0Q_0(\Sigma\nu_0)=\Sigma_s\nu_0\operatorname{arcth}(1/\Sigma\nu_0)=(\Sigma_s/2)\ln[(\Sigma\nu_0+1)/(\Sigma\nu_0-1)]=1. \qquad (8.9)$$

Его решение в виде $k=1/\nu_0$ как функция отношения $\varkappa=\Sigma_s/\Sigma$ показано на рис. 5.5. Если уравнение (8.9) переписать в виде

$$\ln(1-1/(\Sigma\nu_0))=\ln(1+1/(\Sigma\nu_0))-2/\Sigma_s\nu_0, \qquad (8.10)$$

то можно найти величину $\Sigma\nu_0$ методом последовательных приближений. Нулевое приближение получим, положив в правой части равенства (8.10) $\Sigma\nu_0=1$. Таким образом,

$$\ln(1-1/(\Sigma\nu_0))=\ln 2+\ln[\exp(-2/(\Sigma_s\nu_0))]$$

или

$$\Sigma\nu_0\approx 1+2\exp(-2\Sigma/\Sigma_s). \qquad (8.11)$$

Это последнее приближенное равенство достаточно точно выполняется при $\Sigma_s/\Sigma<0{,}5$.

Соответствующие дискретным собственным значениям ν_i собственные функции на основании соотношения (8.3) можно записать в следующем виде:

$$\psi(\pm\nu_i,\ \mu)=\pm\frac{\nu_i}{2(\pm\Sigma\nu_i-\mu)}\sum_{l=0}^{L}(2l+1)\Sigma_{s,l}\psi_l(\pm\nu_i)P_l(\mu). \quad (8.12)$$

Наибольшие по абсолютной величине дискретные собственные значения ν_0 принято называть асимптотическими так же, как и соответствующие собственные функции. И так как ν_0 определяет скорость убывания асимптотического потока с расстоянием (вдали от источника) по экспоненциальному закону [см. формулу (8.2)], то эту величину часто называют *асимптотической длиной релаксации нейтронного потока* (подробнее см. гл. 11) $\nu_0=\lambda_{ac}$. Запишем характеристическое уравнение (8.3), определяющее λ_{ac} для случая линейно-анизотропного рассеяния, т. е. $L=1$

$$\frac{\Sigma_{s,0}\lambda_{ac}}{2}\ln\frac{\Sigma\lambda_{ac}+1}{\Sigma\lambda_{ac}-1}=\frac{1+3\bar{\mu}_s\Sigma_{ув}\Sigma_{s,0}\lambda_{ac}^2}{1-3\bar{\mu}_s\Sigma_{ув}\Sigma_{s,0}\lambda_{ac}^2}. \quad (8.13)$$

Корни этого уравнения довольно хорошо аппроксимируются следующими выражениями:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_{ac}^{-1}&\approx\sqrt{3\Sigma_{ув}\Sigma(1-\bar{\mu}_s)}\left(1-\frac{2}{5}\frac{\Sigma_{ув}}{\Sigma}+\frac{\Sigma_{ув}}{2\Sigma}\frac{\bar{\mu}_s}{1-\bar{\mu}_s}+\ldots\right)\\&\text{при } \Sigma_{s,0}/\Sigma\geqslant 0{,}5;\\\lambda_{ac}^{-1}&\approx\Sigma\{1-2\exp[-2\Sigma^2/\Sigma_{s,0}(\Sigma+3\bar{\mu}_s\Sigma_{ув})]+\ldots\}\\&\text{при } \Sigma_{s,0}/\Sigma\leqslant 0{,}7.\end{aligned}\right\} \quad (8.14)$$

Как видно, наблюдается увеличение λ_{ac} с ростом анизотропии рассеяния, т. е. при этом проникающая способность нейтронов увеличивается, очевидно, и из физических соображений.

Для иллюстрации в табл. 8.1 приведены значения асимптотической длины релаксации λ_{ac} плотности потока нейтронов с энергией 3,5—4 МэВ в железе ($f_1=0{,}49$; $f_2=0{,}47$; $f_3=0{,}25$; $f_4=0{,}15$; $f_5=0{,}05$; $f_6=0{,}01$).

Видно сближение результатов друг к другу при возрастании L.

Таким образом, имеются дискретные решения (8.12) однородной задачи (без источника) и непрерывный спектр ее решений (8.6). С помощью теории интегральных сингулярных

Таблица 8.1. **Длина релаксации плотности нейтронного потока в железе**

L	1	2	4	8
λ_{ac}, см	3,8	4,5	4,66	4,7

уравнений можно доказать, что система обобщенных собственных функций $\psi(\pm\nu_i,\ \mu)$ и $\psi(\nu,\ \mu)$ при $|\Sigma\nu|<1$ ортогональна, нормирована и полна на интервале $-1\leqslant\mu\leqslant+1$. Нормы собственных функций получают прямым интегрированием, например

$$\int_{-1}^{1}\mu\psi^2(\pm\nu_i,\ \mu)\,d\mu=M_{\pm i}; \quad (8.15)$$

$$\int_{-1}^{1}\mu\psi^2(\nu,\ \mu)\,d\mu=M(\nu). \quad (8.15а)$$

В частности, при изотропном рассеянии

$$M_{\pm 0}=\pm\frac{\Sigma_{s,0}\nu_0}{2}\left(\frac{\Sigma_{s,0}\Sigma\nu_0^2}{\Sigma^2\nu_0^2-1}-1\right); \quad (8.15б)$$

$$M(\nu)=\Sigma\nu\{1-(\Sigma_{s,0}\nu/2)\ln[(1+\Sigma\nu)/(1-\Sigma\nu)]+(\pi\Sigma_{s,0}\nu/2)^2\}. \quad (8.15в)$$

Используя полноту системы собственных функций, общее решение однородного уравнения (8.3) записывают в виде разложения по собственным функциям

$$\varphi(x,\ \mu)=\sum_i[a_{+i}\psi(\nu_i,\ \mu)\exp(-x/\nu_i)+a_{-i}\psi(-\nu_i,\ \mu)\exp(x/\nu_i)]+$$
$$+\int_{-1}^{1}d(\Sigma\nu)\,a(\nu)\psi(\nu,\ \mu)\exp(-x/\nu). \quad (8.16)$$

Здесь $a_{\pm i}$, $a(\nu)$ — коэффициенты этого разложения.

Теперь рассмотрим первоначальное кинетическое уравнение (8.1). Решение этого уравнения, являющееся функцией Грина $G(x,\ \mu;\ \mu_0)$, имеет разрыв при $x=0$. Интегрируя уравнение (8.1) по x в окрестности $(-\varepsilon,\ +\varepsilon)$ точки $x=0$, в пределе при $\varepsilon\to 0$ получаем граничное условие «скачка» для функции $G(x,\ \mu)$:

$$\mu[G(+0,\ \mu)-G(-0,\ \mu)]=\delta(\mu-\mu_0). \quad (8.17)$$

Рассмотрим решение, стремящееся к нулю при $|x|\to\infty$. Будем искать его в виде

$$G(x,\ \mu)=\pm\sum_i a_{\pm i}\psi(\nu_i,\ \mu)\exp(\mp x/\nu_i)+$$
$$+\int d(\Sigma\nu)\,a(\nu)\psi(\nu,\ \mu)\exp(-x/\nu). \quad (8.18)$$

Тогда условие скачка (8.17) сводится к условию

$$\delta(\mu-\mu_0)/\mu=\sum_i[a_{+i}\psi(\nu_i,\ \mu)+a_{-i}\psi(-\nu_i,\ \mu)]+\int_{-1}^{1}d(\Sigma\nu)\,a(\nu)\psi(\nu,\ \mu). \quad (8.19)$$

Коэффициенты разложения a из этого условия получают умножением его на $\mu\psi(\nu, \mu)$ и интегрированием по μ с учетом соотношений ортогональности и нормированности:

$$a_{\pm i}=\psi(\pm\nu_i,\ \mu_0)/M_{\pm i};\ a(\nu)=\psi(\nu,\ \mu)/M(\nu). \qquad (8.20)$$

Теперь функцию Грина $G(x,\ \mu;\ \mu_0)$ при $x\geqslant 0$ можно записать так:

$$G(x,\ \mu;\ \mu_0)=\sum_i[\psi(\nu_i,\ \mu)\psi(\nu_i,\ \mu_0)/M_i]\exp(-x/\nu_i)+$$

$$+\int_0^1 d(\Sigma\nu)[\psi(\nu,\ \mu)\psi(\nu,\ \mu_0)/M(\nu)]\exp(-x/\nu). \qquad (8.21)$$

Как видно, аргументы μ_0 и μ входят в функцию Грина симметрично, т. е. односкоростная задача обратима, и теорема взаимности (5.29) для плоского случая доказана.

Функцию Грина (8.21) можно записать в виде суммы асимптотической части и неасимптотической, убывающей с расстоянием быстрее первой:

$$G(x,\ \mu;\ \mu_0)=G^{ac}(x,\ \mu;\ \mu_0)+G^{неас}(x,\ \mu;\ \mu_0); \qquad (8.22)$$

$$G^{ac}(x,\ \mu_1;\ \mu_0)=[\psi(\nu_0,\ \mu)\psi(\nu_0,\ \mu_0)/M_0]\exp(-x/\nu_0). \qquad (8.23)$$

Разделение нейтронного потока на две части: асимптотическую и неасимптотическую (переходную), которая убывает с удалением от источника быстрее асимптотической части,— лишь математический прием. Физического различия между «асимптотическими» и «неасимптотическими» нейтронами не существует. Более того, в ряде случаев неасимптотическая часть нейтронного потока принимает отрицательные значения, что еще раз свидетельствует об отсутствии физического смысла такого разделения. При подстановке соотношения (8.12) в формулу (8.2) получим выражение асимптотической части угловой функции Грина $G^{ac}(x,\ \mu;\ \mu_0)$ (при $\mu_0>0,\ x\geqslant 0$)

$$G^{ac}(x,\ \mu;\ \mu_0)=\frac{\nu_0^2\sum_{l=0}^{L}(2l+1)\Sigma_{s,l}\psi_l(\nu_0)P_l(\mu)\sum_{n=0}^{L}(2n+1)\Sigma_{s,n}(\nu_0)P_n(\mu_0)}{M_0(\nu_0)(\Sigma\nu_0-\mu)(\Sigma\nu_0-\mu_0)}\times$$

$$\times\exp(-x/\lambda_{ac}). \qquad (8.24)$$

Отсюда можно вывести выражение для асимптотической части скалярной функции Грина плотности потока от мононаправленного источника:

$$G_0^{ac}(x;\ \mu_0)=2\pi\int d\mu G^{ac}(x,\ \mu;\ \mu_0)=\frac{\pi\nu_0\sum_{l=0}^{L}(2l+1)\Sigma_{s,l}\psi_l(\nu_0)P_l(\mu_0)}{M_0(\nu_0)(\Sigma\nu_0-\mu_0)}\times$$

$$\times\exp(-x/\lambda_{ac}). \qquad (8.25)$$

Как видно из этой формулы, от углового распределения источника $q(\mu_0)$ не зависит относительное пространственное распределение плотности асимптотического потока (в односкоростной задаче), а зависит лишь ее абсолютное значение.

Относительное пространственное распределение плотности асимптотического потока нейтронов и угловое распределение асимптотического нейтронного потока не зависят от характеристик источника. Таким образом, можно считать, что асимптотический поток описывает равновесное распределение нейтронов в среде, не зависящее от источника (за исключением нормировки) и зависящее лишь от параметров среды. Неасимптотическая часть в свою очередь описывает отклонение распределения потока от равновесного, вызванное наличием источников нейтронов. Следует отметить, что в случае неоднородной защиты расположение рядом с рассматриваемой средой среды с худшими защитными свойствами можно в некотором смысле считать отрицательным источником, способствующим отклонению от «асимптотического режима» вблизи границы этих сред. Ситуация вблизи внешней границы аналогична.

Представляет интерес соотношение асимптотической и неасимптотической частей нейтронного потока на различных расстояниях от источника в зависимости от параметров среды. С удалением от источника доля асимптотической части возрастает, и для слабозамедляющих сред при $\varkappa=\Sigma_s/\Sigma$, мало отличающемся от единицы, «асимптотический режим» наступает практически уже на расстоянии от источника всего в несколько длин свободного пробега. Таким образом, неасимптотическая часть дает заметный вклад в нейтронный поток только в непосредственной близости от источника. При возрастании значения $\Sigma_{ув}/\Sigma=1-\varkappa$ область «асимптотического режима» сдвигается на большие расстояния, и, например, для изотропного рассеяния при $\Sigma_{ув}/\Sigma=0{,}7$ даже на расстоянии 20 длин свободного пробега от источника φ_0^{ac} составляет около половины φ_0. Наличие анизотропии рассеяния способствует сдвигу асимптотического режима ближе к источнику и, например, для линейной анизотропии рассеяния при $\bar{\mu}_s=1/3$ в последнем рассмотренном случае сильного «увода» — замедления φ_0^{ac}/φ_0 составляет уже 0,87, т. е. доля асимптотического потока существенно увеличивается.

Что касается зависимости асимптотического углового распределения от параметров среды, то при возрастании доли сечения увода (например, для легких ядер) в полном сечении, т. е. при уменьшении $\varkappa=\Sigma_{s,0}/\Sigma$, как это видно, например, из формулы (8.11), $\Sigma\nu_0$ уменьшается, приближаясь к единице. При этом согласно формуле (8.24) при изотропном рассеянии асимптотическое угловое распределение становится все более

вытянутым в направлении вперед. Действительно, из этой формулы можно получить, что отношение углового потока в направлении прямо вперед к потоку назад $\varphi^{ac}(x,\ \mu=1)/\varphi^{ac}(x,\ \mu=-1)=(\Sigma\nu_0+1)/(\Sigma\nu_0-1)$ увеличивается при $\Sigma\nu_0\to 1$.

Плотность потока нейтронов от изотропного источника

$$\varphi_0^{ac}(x)=(1/(4\pi))\int_{-1}^{1} G^{ac}(x;\ \mu_0)\,d\mu_0=(1/(2M_0))\exp(-x/\nu_0); \qquad (8.26)$$

$$\varphi_0^{neac}(x)=\sum_{i\neq 0}(1/(2M_i))\exp(-x/\nu_i)+\int_0^1 d(\Sigma\nu)\,[1/(2M(\nu))]\exp(-x/\nu). \qquad (8.27)$$

В частности, при изотропном рассеянии ($L=0$) неасимптотическая часть потока от изотропного источника при малых x приближенно дается выражением $\varphi_0^{neac}(x)\approx(1/2)E_1(5\Sigma x/4)$, что имеет определенную аналогию с выражением плотности потока нерассеянного излучения. Хорошо видно, что и для этого случая неасимптотическая часть потока убывает с удалением от источника быстрее асимптотической части.

Решение задачи для точечного изотропного источника в бесконечной однородной среде можно получить из приведенных выше решений для плоской геометрии с помощью соотношения (5.119). Так как

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\exp(-r/\nu)=\frac{1}{\nu r}\exp(-r/\nu),$$

то, используя формулы (8.26), (8.27), для простоты при $L\leqslant 1$, когда существует один дискретный корень характеристического уравнения, можно записать

$$\varphi_0(r)=\frac{1}{4\pi r}\left[\frac{\exp(-r/\nu_0)}{\nu_0 M_0}+\int_0^1\frac{\exp(-r/\nu)}{\nu M(\nu)}d(\Sigma\nu)\right]. \qquad (8.28)$$

Ясно, что второе слагаемое при малых r определяется поведением функции $M(\nu)$ при малых ν. Из формулы (8.15в) можно получить, что при $\nu\to 0$ $M(\nu)\to\nu$. В результате некоторых преобразований из формулы (8.28) можно получить выражение

$$\varphi_0(r)=\exp(-r/\nu_0)/4\pi r\nu_0 M_0+\varepsilon(\Sigma r)\exp(-\Sigma r)/4\pi r^2. \qquad (8.29)$$

Здесь $\varepsilon(\Sigma r)$ — функция, показанная для случая изотропного рассеяния на рис. 8.1 при различных значениях $\varkappa=\Sigma_s/\Sigma$.

В частности, например, при изотропном рассеянии при $\Sigma=1$ согласно табл. 6.1 для $\varkappa=0{,}5$ собственное число $\nu_0=1/k=1{,}0444$, а по формуле (8.15б) $M_0=1{,}3082$, т. е. при $r=10$ асимптотическая плотность потока $\varphi_0^{ac}=4{,}049\cdot 10^{-7}$. В то же время согласно рис. 8.1 величина $\varepsilon=1{,}554$ и значение $\varphi_0^{neac}=0{,}562\cdot 10^{-7}$, т. е. $\varphi_0=\varphi_0^{ac}+\varphi_0^{neac}=4{,}611\cdot 10^{-7}$. Следовательно, $\varphi_0^{ac}/\varphi_0=0{,}878$.

Рис. 8.1. Функция $\varepsilon(\Sigma r)$ →

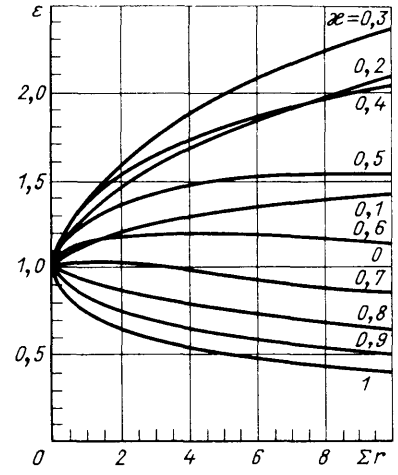
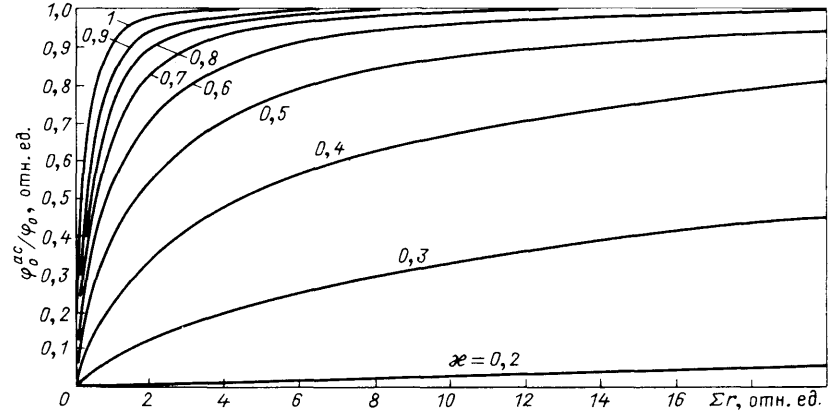


Рис. 8.2. Отношение асимптотической плотности потока φ_0^{ac} к плотности потока нейтронов φ_0 при различных $\varkappa$



Для чисто поглощающей среды ($\varkappa=0$) ε обращается в единицу, и поскольку при этом асимптотическая часть (первое слагаемое) обращается в нуль, получаем очевидный с физической точки зрения результат: нейтронный поток в чисто поглощающей среде обусловлен только нерассеянными нейтронами [с законом ослабления $(1/(4\pi r^2))\exp(-\Sigma r)$].

Зависимость отношения φ_0^{ac}/φ_0 от расстояния до изотропного источника в изотропно рассеивающей среде при разных $\varkappa$ приведена на рис. 8.2. Как видно, доля асимптотической части увеличивается с расстоянием и сильно зависит от рассеивающих свойств среды.

В общем случае из формулы (8.29) следует, что на малых расстояниях от точечного источника доминирует неасимптотическая часть потока, которая ослабляется с расстоянием по закону $1/r^2$. Асимптотическое поведение на больших расстоя-

ниях следует закону $1/r$, а на средних расстояниях имеет место суперпозиция этих решений.

Так как любой распределенный (по объему или по поверхности) источник является суперпозицией точечных источников, можно считать, что нейтронный поток всегда состоит из двух частей — асимптотической и неасимптотической, причем на больших расстояниях от источника асимптотическое решение доминирует.

Транспортное приближение. При описании различных подходов к решению задачи о распределении нейтронов на больших расстояниях от источника следует сказать о транспортном приближении индикатрисы рассеяния. В этом приближении все угловые моменты дифференциального сечения рассеяния [см. формулу (5.39)] приравниваются к первому угловому моменту:

$$\Sigma_{s,l}=\Sigma_{s,1} \quad \text{при} \quad l\geqslant 1. \tag{8.30}$$

Тогда дифференциальное сечение рассеяния принимает вид

$$\Sigma_s(\mu_s)=\Sigma_{s,0}/(4\pi)+(\Sigma_{s,1}/(4\pi))\sum_{l=1}^{\infty}(2l+1)P_l(\mu_s)=$$

$$=(\Sigma_{s,0}-\Sigma_{s,1})/4\pi+\Sigma_{s,1}\delta(\mu_s-1). \tag{8.31}$$

т. е. индикатрису рассеяния можно записать так:

$$f(\mu_s)=(1-\bar{\mu}_s)/(4\pi)+\bar{\mu}_s\delta(\mu_s-1). \tag{8.32}$$

Таким образом, в транспортном приближении как бы выделяется часть индикатрисы, соответствующая рассеянию в направлении вперед, пропорциональная среднему косинусу $\bar{\mu}_s$ (второе слагаемое), и изотропная часть, уменьшенная на соответствующую долю (первое слагаемое).

При подстановке выражений (8.28), (8.29) в кинетическое уравнение, например в форме (8.1), оно сводится к уравнению с изотропным рассеянием, однако с «эффективными» сечениями, называемыми *транспортными*: полным $\Sigma_{tr}=\Sigma-\Sigma_s\bar{\mu}_s$ и сечением рассеяния $\Sigma_{s,tr}=\Sigma_s(1-\bar{\mu}_s)$. Расчет в транспортном приближении дает результаты, существенно превышающие точное решение на достаточно больших расстояниях от источника. Тем не менее в ряде случаев это приближение используют для получения верхней оценки решения, учитывая то обстоятельство, что многие методы при низких приближениях дают нижнюю оценку решения.

В транспортном приближении характеристическое уравнение (8.9) для асимптотической длины релаксации принимает следующий вид:

$$(\Sigma_{s,tr}\lambda_{ac}/2)\ln[(\Sigma_{tr}\lambda_{ac}+1)/(\Sigma_{tr}\lambda_{ac}-1)]=1,$$

откуда при $\Sigma_{s,tr}/\Sigma_{tr}<0{,}5$

$$\lambda_{ac}\approx[1+2\exp(-2\Sigma_{tr}/\Sigma_{s,tr})]/\Sigma_{tr}.$$

По аналогии с «чистым» транспортным приближением иногда используется транспортное P_L-приближение индикатрисы рассеяния, когда

$$f(\mu_s)=(1/(4\pi))+(\bar{\mu}_s/(4\pi))\sum_{l=1}^{L}(2l+1)P_l(\mu_s). \tag{8.33}$$

В P_L-приближениях метода сферических гармоник, занижающих решение задачи на больших расстояниях от источника, применение транспортного P_L-приближения индикатрисы рассеяния, имеющего тенденцию к завышению решения, приводит к некоторому уточнению решения задачи.

8.2. Метод последовательных столкновений

В результате процесса многократного рассеяния нейтронов (или фотонов) в каждой точке среды, кроме нейтронов, не испытавших столкновения и пришедших в эту точку непосредственно от источника, находятся нейтроны, претерпевшие один, два, три и т. д. актов рассеяния. Поэтому плотность потока в каждой точке можно представить в виде бесконечной суммы слагаемых, каждое из которых есть вклад n-го рассеяния:

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\sum_{n=0}^{\infty}\varphi^{(n)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega}). \tag{8.34}$$

Сущность метода последовательных столкновений состоит в том, что бесконечный ряд (8.34) заменяется конечной суммой:

$$\varphi(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})=\sum_{n=0}^{N}\varphi^{(n)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega}), \tag{8.34а}$$

причем так, чтобы отбрасываемая часть ряда не вносила большой погрешности при вычислении φ. Функции $\varphi^{(n)}$ при $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ N$ вычисляются либо точно, либо чаще всего каким-либо приближенным способом.

В принципе можно достаточно точно найти функции $\varphi^{(n)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})$ с любым индексом n, если искать их последовательно, переходя от $\varphi^{(n)}$ к $\varphi^{(n+1)}$. Если известна функция $\varphi^{(n)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega})$ в произвольной точке фазового пространства $(\mathbf{r}',\ E',\ \mathbf{\Omega}')$, то с учетом законов рассеяния можно вычислить количество частиц, рассеянных в $(n+1)$-й раз в элементе объема около этой точки, причем так, что их энергия E' изменяется на E, а направление движения $\mathbf{\Omega}'$ на $\mathbf{\Omega}=(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$. Далее нужно учесть ослабление потока на пути $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$. Очевидно, для получения функции $\varphi^{(n+1)}$ необходимо вычислить интеграл по всему пространству $\mathbf{r}'$

и по всей области изменения энергетической переменной $E' \geqslant E$. В общем виде функция $\varphi^{(n+1)}$ выражается через функцию $\varphi^{(n)}$ с помощью интегрального уравнения Пайерлса (5.35) в случае однородной среды следующим образом:

$$\varphi^{(n+1)}(\mathbf{r},\ E,\ \mathbf{\Omega}) = \int d\mathbf{r}' \int_{E}^{E_{\text{макс}}} dE' \left[\int d\mathbf{\Omega}' \Sigma_s(E' \to E,\ \mu_s)\,\varphi^{(n)}(\mathbf{r}',\ E',\ \mathbf{\Omega}') + \right.$$

$$\left. + q(\mathbf{r}',\ E',\ \mathbf{\Omega}')\right] \exp\left[-\Sigma(E')\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\right]. \qquad (8.35)$$

Для неоднородной среды запись этого уравнения несколько усложняется из-за учета зависимости сечений Σ_s и Σ от пространственных координат.

Для примера рассмотрим односкоростную задачу, т. е. для простоты не будем учитывать изменения энергии частицы при каждом акте рассеяния. Пусть бесконечное полупространство облучается плоским мононаправленным источником $\delta(x)\,\delta(\mu-\mu_0)$. Тогда плотность потока нерассеянных частиц в среде

$$\varphi^{(0)}(x,\ \mu) = (1/\mu_0) \exp\left(-\Sigma x/\mu\right) \delta(\mu-\mu_0). \qquad (8.36)$$

Согласно сказанному выше при $\mu > 0$

$$\varphi^{(1)}(x,\ \mu) = \int d\mu' \int_0^x dy\,\varphi^{(0)}(y,\ \mu')\,\Sigma_s(\mu' \to \mu)\,(1/\mu) \exp\left[-\Sigma(x-y)/\mu\right] =$$

$$= \left[\Sigma_s(\mu_0 \to \mu)/(2\Sigma(\mu-\mu_0))\right]\left[\exp\left(-\Sigma x/\mu\right) - \exp\left(-\Sigma x/\mu_0\right)\right]. \qquad (8.37)$$

Аналогично можно записать при пренебрежении эффектом рассеяния в направлении назад ($\mu_s < 0$):

$$\varphi^{(n+1)}(x,\ \mu) =$$

$$= \int d\mu' \int_0^x dy\,\varphi^{(n)}(y,\ \mu')\,\Sigma_s(\mu' \to \mu)\,(1/\mu) \exp\left[-\Sigma(x-y)/\mu\right]. \qquad (8.38)$$

В частности, для двукратно рассеянных частиц

$$\varphi^{(2)}(x,\ \mu) = \int d\mu' \int_0^x dy\,\varphi^{(1)}(y,\ \mu')\,\Sigma_s(\mu' \to \mu)\,(1/\mu) \times$$

$$\times \exp\left[-\Sigma(x-y)/\mu\right], \qquad (8.39)$$

в случае изотропного рассеяния $\Sigma_s(\mu' \to \mu) = \Sigma_s/2$ можно получить

$\varphi^{(2)}(x,\ \mu) = \left[\Sigma_s^2 \mu/(2\Sigma^2(\mu-\mu_0))\right]\{\mu_0\left[\exp\left(-\Sigma x/\mu\right) - \exp\left(-\Sigma x/\mu_0\right)\right] +$
$+ (\mu-\mu_0)\,E_1(\Sigma x) + t(x,\ \mu) - t(x,\ \mu_0) - \left[s(\mu) - s(\mu_0)\right]\exp\left(-\Sigma x/\mu\right)\}$,
где $t(x,\ \mu) = \mu Ei\left[\Sigma x\,(1-\mu)/\mu\right]\exp\left(-\Sigma x/\mu\right)$; $s(\mu) = \mu \ln\left[(1+\mu)/(1-\mu)\right]$; $\mathrm{Ei}(x) = -\int_{\infty}^{x} \exp(-t)\,dt/t$, т. е. $-\mathrm{Ei}(-x) = E_1(x)$.

Вычисления для последующих кратностей рассеяния сложны, и их объем быстро растет с увеличением n. И поскольку очевидно,

что с удалением от источника возрастает роль больших n, описываемый метод для больших расстояний не годится. Трудоемкость расчетов возрастает при учете зависимости сечения от энергии частиц, учете корреляции угла рассеяния и потери энергии, усложнения геометрии задачи и т. п. Поэтому метод последовательных столкновений обычно используют при небольшой толщине защиты, например для точечного источника в воздухе или воде, учитывая специфику конкретных задач в ряде случаев установлением «суженных» пределов интегрирования по углам при вычислении $\varphi^{(n)}$ (теневые защиты и т. п.).

Для иллюстрации применения метода последовательных столкновений рассмотрим приближенное решение задачи расчета распределения интенсивности фотонов в одномерной пластине (толщиной d) при облучении ее мононаправленным (нормально падающим) пучком моноэнергетических фотонов. Принимается, что при каждом столкновении фотоны данной энергии рассеиваются на определенный угол, косинус которого обозначим через $\bar{\mu}_{s,n}$, где n — номер столкновения. В такой модели в соответствии с формулой, следующей из соотношения (2.20),

$$\alpha_n = \alpha_{n-1}/\left[1 + \alpha_{n-1}(1-\bar{\mu}_{s,n})\right] \qquad (8.40)$$

энергия фотона скачком уменьшается при каждом столкновении. При последовательном рассеянии фотона на углы $\bar{\theta}_1 = \arccos\bar{\mu}_{s,1}$ и $\bar{\theta}_2 = \arccos\bar{\mu}_{s,2}$ направление его движения будет составлять с нормалью к пластине угол $\arccos\bar{\mu}_2$ в соответствии с формулой (5.7), зависящий от азимута ψ. Если провести усреднение по азимуту, то

$$\bar{\mu}_2 = \bar{\mu}_{s,1}\bar{\mu}_{s,2}. \qquad (8.41)$$

Аналогично можно получить, что после n столкновений

$$\bar{\mu}_n = \bar{\mu}_{s,1}\bar{\mu}_{s,2} \ldots \bar{\mu}_{s,n}. \qquad (8.42)$$

Последовательно вычислим интенсивности n-кратно рассеянных фотонов $I^{(n)}(x)$. Очевидно, что интенсивность нерассеянных фотонов

$$I^{(0)}(x) = \alpha_0\varphi_0 \exp\left(-\Sigma_0 x\right), \qquad (8.43)$$

где φ_0 — плотность потока первичных фотонов; Σ_0 — сечение взаимодействия этих фотонов. Запишем уравнение баланса для интенсивности однократно рассеянных фотонов:

$$dI^{(1)}/dx = \Sigma_0 I^{(0)}\alpha_1/\alpha_0 - \Sigma_1 I^{(1)}/\bar{\mu}_{s,1}, \qquad (8.44)$$

где Σ_1 — сечение взаимодействия однократно рассеянных фотонов. Первое слагаемое правой части (8.44) описывает рост $I^{(1)}$ за

счет убывания $I^{(0)}$, а множитель $\alpha_1/\alpha_0=[1+\alpha_0(1-\bar{\mu}_{s,1})]^{-1}$ учитывает изменение энергии фотонов при рассеянии. Второе слагаемое учитывает переход однократно рассеянных фотонов в двукратно рассеянные. Перенеся первое слагаемое правой части уравнения в левую часть и умножив уравнение на интегрирующий множитель $\exp(\Sigma_1 x/\bar{\mu}_{s,1})$, получим

$$d\left[I^{(1)}(x)\exp(\Sigma_1 x/\bar{\mu}_{s,1})\right]/dx=\alpha_1\varphi_0\Sigma_0\exp\left[-(\Sigma_0-\Sigma_1/\bar{\mu}_{s,1})x\right]. \quad (8.45)$$

Проинтегрируем это выражение с учетом граничного условия $I^{(1)}(0)=0$:

$$I^{(1)}(x)=\alpha_1\varphi_0\Sigma_0(\Sigma_0-\Sigma_1/\bar{\mu}_{s,1})^{-1}\exp(-\Sigma_1 x/\bar{\mu}_{s,1})\{1-$$
$$-\exp\left[-(\Sigma_0-\Sigma_1/\bar{\mu}_{s,1})x\right]\}. \quad (8.46)$$

Аналогично можно определить любую функцию $I^{(n)}(x)$ через предыдущую $I^{(n-1)}(x)$:

$$dI^{(n)}/dx+\Sigma_n I^{(n)}/(\bar{\mu}_{s,1}\bar{\mu}_{s,2}\dots\bar{\mu}_{s,n})=\Sigma_{n-1}I^{(n-1)}\alpha_n/(\alpha_{n-1}\bar{\mu}_{s,1}\bar{\mu}_{s,2}\dots\bar{\mu}_{s,n-1}). \quad (8.47)$$

Отсюда

$$I^{(n)}(x)=\frac{\Sigma_{n-1}}{\bar{\mu}_{s,1}\dots\bar{\mu}_{s,n}}\frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}\exp\{-[\Sigma_n x/(\mu_{s,1}\dots\mu_{s,n})]\int_0^x I^{(n-1)}(x')\times$$
$$\times\exp[\Sigma_n x'/(\mu_{s,1}\dots\mu_{s,n})]\,dx'. \quad (8.48)$$

Отметим, что во всех полученных выражениях интенсивности n-кратно рассеянных фотонов $I^{(n)}(x)$ при разных n присутствуют значения средних косинусов угла рассеяния $\bar{\mu}_{s,n}$, являющихся, если подходить строго, функцией неизвестных угловых распределений $(n-1)$-кратно рассеянных фотонов. Приближенно можно принять, что $\bar{\mu}_{s,n}\approx\bar{\mu}_{s,1}$. В свою очередь $\bar{\mu}_{s,1}$ можно определить так, чтобы $I^{(1)}(x)$, определяемая по предлагаемому формализму, совпала с интегралом от функции (8.37) (в данном случае при $\mu_0=1$), характеризующей угловое распределение однократно рассеянных фотонов: $\alpha_1\int\varphi^{(1)}(x,\mu)\,d\mu$.

Полученное таким образом расчетное значение $\bar{\mu}_{s,1}$ оказывается слабо зависящим от расстояния, особенно для больших энергий фотонов. Поэтому можно воспользоваться $\bar{\mu}_{s,1}$, усредненным по толщине пластины.

Полная интенсивность фотонов, прошедших через пластину,

$$I(d)=\sum_{n=0}^{N}I^{(n)}(d). \quad (8.49)$$

8.3. Полуэмпирический метод расчета распределения нейтронов

Наиболее широкое применение в практике расчетов защиты находит полуэмпирический многогрупповой *метод выведения — диффузии*, основанный на описании распределений быстрых нейтронов с помощью сечений выведения или длин релаксации (см. гл. 11), а происходящих от них замедляющихся нейтронов — в многогрупповом диффузионном или диффузионно-возрастном приближении.

В основе этого полуэмпирического метода лежит так называемое обобщенное транспортное P_L-приближение индикатрисы рассеяния. В этом приближении в отличие от обычного P_L-представления (6.155) и аналогично обычному транспортному приближению (8.31) не ограничиваются L-м членом разложения (при нумерации, не включающей нулевую гармонику), а учитывают все последующие члены, принимая коэффициенты при них одинаковыми и равными $(L+1)$-му коэффициенту, т. е.

$$\Sigma_{s,n}=\Sigma_{s,L+1}\quad\text{при}\quad n\geqslant L+1. \quad (8.50)$$

Используем этот подход для описания индикатрисы рассеяния при внутригрупповых переходах, т. е. когда нейтрон при рассеянии остается в пределах той же самой группы:

$$\Sigma_s^{i\to i}(\mu_s)=(1/(4\pi))\sum_{n=0}^{L}(2n+1)\Sigma_{s,n}^{i\to i}P_n(\mu_s)+$$
$$+(1/(4\pi))\sum_{n=L+1}^{\infty}(2n+1)\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}P_n(\mu_s). \quad (8.51)$$

Такая операция несколько завышает анизотропию рассеяния и этим подправляет погрешность расчета в P_N-приближении той части нейтронного потока, которая среди быстрых нейтронов характеризуется наибольшей проникающей способностью нейтронов, рассеянных с малой потерей энергии. Преобразуем вторую сумму в выражении (8.51):

$$(\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}/(4\pi))\sum_{n=L+1}^{\infty}(2n+1)P_n(\mu_s)=(\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}/(4\pi))\times$$
$$\times\left[\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)P_n(\mu_s)-\sum_{n=0}^{L}(2n+1)P_n(\mu_s)\right]=\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}\delta(\mu_s-1)-$$
$$-(\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}/(4\pi))\sum_{n=0}^{L}(2n+1)P_n(\mu_s). \quad (8.52)$$

В результате разложение (8.51) можно записать так:

$$\Sigma_s^{i\to i}(\mu_s)=(1/(4\pi))\sum_{n=0}^{L}(2n+1)\Sigma_{s,n}^{*i\to i}P_n(\mu_s)+\Sigma_{s,L+1}^{i\to i}\delta(\mu_s-1), \quad (8.53)$$

где второе слагаемое соответствует «слабо» рассеянной части

потока, а коэффициенты равны $\Sigma^{*i\to i}_{s,n}=\Sigma^{i\to i}_{s,n}-\Sigma^{i\to i}_{s,L+1}$.

Разделим плотность потока нейтронов каждой группы на две части — «прострельную» $\varphi_н$ и «рассеянную» $\varphi_р$:

$$\varphi^i(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})+\varphi^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega}). \tag{8.54}$$

Используя для $\Sigma^{i\to i}_s(\mu_s)$ разложение (8.53) вместо разложения типа (6.155), а также соотношение (8.54) при подстановке в уравнение (6.161) для случая изотропных источников, можно разделить это уравнение на две части — одно уравнение для $\varphi_н$

$$\boldsymbol{\Omega}\nabla\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})+\Sigma^i_{tr,L+1}\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=q^i_0(\mathbf{r})/(4\pi), \tag{8.55}$$

другое для $\varphi_р$

$$\boldsymbol{\Omega}\nabla\varphi^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})+\Sigma^i_{tr,L+1}\varphi^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=(1/(4\pi))\sum_{j=1}^{i}\sum_{n=0}^{L}(2n+1)\tilde{\Sigma}^{*j\to i}_{s,n}\times$$
$$\times\left[\varphi^j_{н,n}(\mathbf{r})+\varphi^j_{р,n}(\mathbf{r})\right]P_n(\mu)=Q^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega}). \tag{8.56}$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma^i_{tr,L+1}=\Sigma^i_{L+1}-\Sigma^{i\to i}_{s,L+1};\\&\tilde{\Sigma}^{*j\to i}_{s,n}=\Sigma^{j\to i}_{s,n}-\delta_{ij}\left[(\Sigma^i_n-\Sigma^i_{L+1})+\Sigma^{i\to i}_{s,L+1}\right]=\\&=\Sigma^{j\to i}_{s,n}-\delta_{ij}(\Sigma^i_n-\Sigma^i_{tr,L+1}).\end{aligned}\right\} \tag{8.57}$$

В частности, при $j=i$ $\tilde{\Sigma}^{*i\to i}_{s,n}=\Sigma^i_{tr,L+1}-\Sigma^i_{tr,n}$.

Запишем уравнение (8.55) в сферически-симметричной геометрии для точечного изотропного источника в однородной среде:

$$\mu\partial\varphi^i_н(r,\mu)/\partial r+\left[(1-\mu^2)/r\right]\partial\varphi^i_н(r,\mu)/\partial\mu+\Sigma^i_{tr,L+1}\varphi^i_н=q^i_0\delta(r)/(4\pi). \tag{8.58}$$

Проинтегрируем это уравнение по μ, учитывая направленность вперед угловой плотности потока «прострельных» нейтронов $\varphi^i_н(r,\mu)=\varphi^i_н(r)\,\delta(\mu-1)$. Тогда получим

$$d\varphi^i_н(r)/dr+2\varphi^i_н(r)/r+\Sigma^i_{tr,L+1}\varphi^i_н(r)=q^i_0\delta(r)/(4\pi). \tag{8.59}$$

Решение этого линейного дифференциального уравнения первой степени при $r>0$ имеет вид

$$\varphi^i_н(r)=C\exp\left[-\int(2/r+\Sigma^i_{tr,L+1})\,dr\right]=C\exp(-2\ln r+\Sigma^i_{tr,L+1}r)=$$
$$=C\exp(-\Sigma^i_{tr,L+1}r)/r^2, \tag{8.60}$$

где C — некоторая константа. Для ее определения используем факт, что полное число нейтронов, проходящих через сферу (поверхностью $4\pi r^2$), должно равняться мощности источника при стремлении радиуса сферы r к нулю, т. е. $\lim\limits_{r\to0}4\pi r^2\varphi_н(r)=4\pi C=$ $=\int q^i_0(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}=q^i_0\int\delta(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}=q^i_0$. Таким образом, $C=q^i_0/(4\pi)$, и окончательно решение задачи для точечного изотропного источника имеет вид, хорошо известный для нерассеянного излучения:

$$\varphi^i_н(r)=q^i_0\exp(-\Sigma^i_{tr,L+1}r)/(4\pi r^2). \tag{8.61}$$

Для неоднородной среды это решение записывается так:

$$\varphi^i_н(r)=q^i_0\exp\left(-\int_0^r\Sigma^i_{tr,L+1}(r')\,dr'\right)/(4\pi r^2). \tag{8.62}$$

Для протяженного объемного изотропного источника G, используя принцип суперпозиции, можно получить

$$\varphi^i_н(r)=\int_G dV q^i_0(\mathbf{r}_0)\exp\left(-\left|\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}}\Sigma^i_{tr,L+1}(r')\,dr'\right|\right)/\left[4\pi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)^2\right], \tag{8.63}$$

где $\mathbf{r}_0$ — координаты точек источника; $q^i_0(\mathbf{r}_0)$ — распределение мощности источника.

Для определения угловой плотности потока «прострельных» нейтронов при решении уравнения (8.55) запишем это уравнение в «характеристическом» виде [типа уравнения (5.34)]:

$$\partial\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\xi})/\partial\xi+\Sigma^i_{tr,L+1}\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\xi})=q^i_0(\mathbf{r})/(4\pi). \tag{8.64}$$

Решением этого линейного дифференциального уравнения является выражение

$$\varphi^i_н(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=\int d\xi\exp\left(-\left|\int_{\xi}^{\mathbf{r}}\Sigma^i_{tr,L+1}(r')\,dr'\right|\right)q^i_0(\xi)/(4\pi), \tag{8.65}$$

где ξ — координата точки вдоль луча, совпадающего с вектором $\boldsymbol{\Omega}$, т. е. $\boldsymbol{\xi}=\xi\boldsymbol{\Omega}$.

Аналогично формуле (8.65) можно получить решение уравнения (8.56) для угловой плотности потока рассеянных нейтронов $\varphi^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})$:

$$\varphi^i_р(\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega})=\int Q^i_р(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Omega})\exp\left(-\left|\int_{\xi}^{\mathbf{r}}\Sigma^i_{tr,L+1}(\mathbf{r}')\,dr'\right|\right)d\xi. \tag{8.66}$$

Это выражение является частным случаем формулы (5.35). Интегрируя его по телесному углу, в результате преобразований, подобных переходу от (5.35) к (5.36), получаем точное выражение для плотности потока рассеянных нейтронов:

$$\varphi^i_р(\mathbf{r})=\int_V\left[Q^i_р(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Omega})/|\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi}|^2\right]\exp\left(-\left|\int_{\xi}^{\mathbf{r}}\Sigma^i_{tr,L+1}(\mathbf{r}')\,dr'\right|\right)dV, \tag{8.67}$$

где $\boldsymbol{\Omega}=(\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi})/|\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi}|$, а V — объем, включающий в себя и защиту, и источник излучения*.

---

* Для задачи расчета распределения $\varphi^i_р(\mathbf{r})$ вне объема V это выражение целесообразно преобразовать. Действительно, можно показать (для простоты рассмотрим однородный объем V) эквивалентность подынтегрального выражения в формуле (8.67) функции $\operatorname{div}\{\boldsymbol{\Omega}\varphi^i_р(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Omega})\exp[-\Sigma^i_{tr,L+1}(\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi})]/|\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi}|^2\}$. Применяя к этой формуле теорему Гаусса — Остроградского, переходят от объемного интегрирования к поверхностному. Тогда, если S — поверхность защиты, $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к ней,

$$\varphi^i_р(\mathbf{r})=\int_S d\mathbf{r}_S\varphi^i_р(\mathbf{r}_S,\boldsymbol{\Omega})(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{n})\exp\left[-\Sigma^i_{tr,L+1}|\mathbf{r}-\mathbf{r}_S|\right]/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_S|^2. \tag{8.67а}$$

Следует подчеркнуть, что $Q^i_{\text{р}}(\xi, \mathbf{\Omega})$ включает в себя искомую функцию $\varphi^i_{\text{р}}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$, и в этом смысле выражения (8.66) и (8.67) являются интегральными уравнениями, подобными (5.35) и (5.36). Поскольку пока для интегральных уравнений переноса излучения освоено лишь решение для случаев простой геометрии, причем оно довольно громоздкое, в практических расчетах для приближенного решения уравнения (8.56) чаще всего используется метод сферических гармоник. Проводя для левой части уравнения (8.56) преобразования, подобные преобразованиям при переходе к системе уравнений (6.3), можно получить систему уравнений для гармоник $\varphi^i_{\text{р},n}(\mathbf{r}) = \int \varphi_{\text{р}}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})\, P_n(\mu)\, d\mathbf{\Omega}$ (для простоты рассмотрим плоскую задачу с азимутальной симметрией):

$$\frac{n+1}{2n+1}\frac{d}{dx}\varphi^i_{\text{р},n+1}(x) + \frac{n}{2n+1}\frac{d}{dx}\varphi^i_{\text{р},n-1}(x) + \Sigma^i_{tr,n+1}\varphi^i_{\text{р},n}(x) = \sum_{j=1}^{i} \tilde{\Sigma}^{*\,j\to i}_{s,n}\left[\varphi^j_{\text{н},n}(x) + \varphi^i_{\text{р},n}(x)\right]\delta_{(n)L} = Q^i_{\text{р},n}(x). \qquad (8.68)$$

Здесь $n = 0, 1, \ldots, N$; $L \leqslant N$; $\varphi_{\text{р},N+1} = 0$; $\delta_{(n)L} = 1$ для $n \leqslant L$; $\delta_{(n)L} = 0$ для $n > L$. Систему уравнений (8.68) можно преобразовать к виду

$$\frac{n+1}{2n+1}\frac{d}{dx}\varphi^i_{\text{р},n+1}(x) + \frac{n}{2n+1}\frac{d}{dx}\varphi^i_{\text{р},n-1}(x) + \Sigma^i_{tr,n}\varphi^i_{\text{р},n}(x) = \sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s}\left[\varphi^j_{\text{н},n}(x) + \varphi^j_{\text{р},n}(x)\right]\delta_{(n)L} + \left(\Sigma^i_{tr,L+1} - \Sigma^i_{tr,n}\right)\varphi^i_{\text{н},n}(x) = \tilde{Q}^i_{\text{р},n}(x). \qquad (8.69)$$

При $N=1$, $L=1$ совокупность систем уравнений (8.55), (8.69) выглядит следующим образом:

$$\mu\partial\varphi^i_{\text{н}}(x, \mu)/\partial x + \Sigma^i_{tr,2}\varphi^i_{\text{н}}(x, \mu) = q^i_0(x)/(4\pi); \qquad (8.70)$$

$$\left.\begin{aligned} &d\varphi^i_{\text{р},1}/dx + \Sigma^i_{\text{ув}}\varphi^i_{\text{р}}(x) = \sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s,0}\left[\varphi^j_{\text{н}}(x) + \varphi^j_{\text{р}}(x)\right] + \left(\Sigma^i_{tr,2} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}}(x);\\ &(1/3)\, d\varphi^i_{\text{р}}/dx + \Sigma^i_{tr}\varphi^i_{\text{р},1}(x) = \sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s,1}\left[\varphi^j_{\text{н},1}(x) + \varphi^j_{\text{р},1}(x)\right] + \left(\Sigma^i_{tr,2} - \Sigma^i_{tr}\right)\varphi^i_{\text{н},1}(x). \end{aligned}\right\} \qquad (8.71)$$

Система уравнений (8.71) решается подобно системе уравнений P_1-приближения (6.20). Запишем совокупность систем уравнений

(8.55), (8.69) при* $N=1$, $L=0$:

$$\mu\partial\varphi^i_{\text{н}}(x, \mu)/\partial x + \Sigma^i_{tr}\varphi^i_{\text{н}}(x, \mu) = q^i_0(x)/(4\pi); \qquad (8.72)$$

$$\left.\begin{aligned} &d\varphi^i_{\text{р},1}/dx + \Sigma^i_{\text{ув}}\varphi^i_{\text{р}}(x) = \sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s,0}\left[\varphi^j_{\text{н}}(x) + \varphi^j_{\text{р}}(x)\right] + \left(\Sigma^i_{tr} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}}(x);\\ &(1/3)\, d\varphi^i_{\text{р}}/dx + \Sigma^i_{tr}\varphi^i_{\text{р},1}(x) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (8.73)$$

Система уравнений (8.73) сводится к уравнению диффузионного типа

$$-D^i d^2\varphi^i_{\text{р}}/dx^2 + \Sigma^i_{\text{ув}}\varphi^i_{\text{р}} = \sum_{j=1}^{i-1}\Sigma^{j\to i}_{s,0}\left[\varphi^j_{\text{н}}(x) + \varphi^j_{\text{р}}(x)\right] + \left(\Sigma^i_{tr} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}}(x), \qquad (8.74)$$

и поэтому $\varphi^i_{\text{р}}$ часто называют плотностью «диффузионных» потоков нейтронов.

Подход, основанный на решении системы уравнений (8.72), (8.74) и соответствующий обобщенному транспортному приближению низшего порядка, применяется в ряде вычислительных программ полуэмпирического расчета защиты на ЭВМ. Одной из наиболее широко используемых является SABINE. При этом в программах RASH, MAC-RAD и RASC при решении уравнений (8.72) вместо транспортного сечения нейтронов i-й группы Σ^i_{tr} используется среднегрупповое транспортное сечение этой группы $\bar{\Sigma}^i_{tr} = \Sigma^i - \Sigma^i_{s,1} = \Sigma^i_{tr} - \Sigma^i_{\text{ув},1}$. Для тяжелых материалов ($A > 20$) $\bar{\Sigma}^i_{tr}$ несколько меньше Σ^i_{tr}. Рассеяние на водороде рассматривается как специальный случай с $\Sigma^{\text{H}}_{tr} = 0{,}95\,\Sigma^{\text{H}}$. И далее, при расчете последнего слагаемого правой части уравнения (8.74) $\left(\Sigma^i_{tr} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}} = \bar{\Sigma}^i_{tr}\varphi^i_{\text{н}} + \left(\Sigma^i_{\text{ув},1} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}}$ пренебрегают выражением в последней скобке, т. е. разницей $\Sigma^i_{\text{ув},1} - \Sigma^i_{\text{ув}}$. В некоторых программах этого типа уточнения результатов (по крайней мере в плоской геометрии) достигают другим путем: переходом от системы уравнений (8.73) к более точной системе (8.71).

В программах NRN и SABINE Σ^i_{tr} заменяют сечением выведения нейтронов каждой группы Σ^i_{rem}. При этом решение уравнений (8.72) дает плотность потока нейтронов «выведения» $\varphi^i_{rem}(r)$. При такой замене последнее слагаемое правой части уравнений (8.74) приобретает вид

$$\left(\Sigma^i_{rem} - \Sigma^i_{\text{ув}}\right)\varphi^i_{\text{н}} = \left[\Sigma^i_{rem} - \left(\Sigma^i - \Sigma^{i\to i}_{s,0}\right)\right]\varphi^i_{\text{н}} = \left[\Sigma^i_{s,0} - \left(\Sigma^i - \Sigma^i_{rem}\right)\right]\varphi^i_{\text{н}}. \qquad (8.75)$$

---

* Решение уравнения (8.72) для плоского изотропного источника $q^i_0(x) = q^i_0\delta(x)$ имеет вид $\varphi^i_{\text{н}}(x, \mu) = (1/(4\pi\mu))\exp\left(-\Sigma^i_{tr}x/\mu\right)$.

В программе NRN из-за недостатка экспериментальных данных по Σ_{rem} сечение выведения нейтронов для всех групп принимается равным

$$\Sigma^i_{rem}=\Sigma^i-2\pi\int\limits_{\mu_в}^{1}\Sigma^i_{el}(\mu_s)\,d\mu_s, \qquad (8.76)$$

что соответствует представлению об эффективных угловых размерах пучка быстрых нейтронов. Значение предельного угла $\arccos\mu_в$, универсального для всех элементов, определяли подгонкой расчетных распределений нейтронов под экспериментальные данные. Наилучшего согласия в большинстве случаев удалось добиться при $\mu_в=0{,}6$ для всех ядер с $A>1$. Рассеяние на ядрах водорода рассматривалось как специальный случай с $\mu_в=0{,}45$ (что соответствует соотношению $\Sigma^H_{rem}=0{,}725\,\Sigma^H$). В программах, применяющих одну группу выведения, и в программе SABINE используются экспериментальные данные по сечениям выведения.

Различные модификации полуэмпирического метода используют разное количество групп выведения. Так, в программах одномерного расчета в трех типах геометрии защиты для нейтронов с $E>1$ МэВ предусмотрено от одной группы в некоторых программах до 13 в программе NRN, 17 групп в программах RASH-E и MAC-RAD, 18 групп в программе SABINE. В программе двумерного расчета RASC-2D используется 11 групп выведения. Применяется также разная структура «диффузионных» групп, причем способы связи «выводных» и «диффузионных» потоков различные.

В программе RASH-E 16 диффузионных групп, MAC-RAD — 31, NRN — 24, SABINE — 26. Групповые константы перехода $\Sigma^{j\to i}_{s,0}$ рассчитываются по правилам усреднения сечений по спектру в бесконечной однородной среде, изложенным в § 6.5. Однако в программе RASH-E они рассчитываются упрощенно — в диффузионно-возрастном приближении (с поправкой на неупругое рассеяние), т. е. учитывается лишь переход из каждой группы в низлежащую.

Для демонстрации характера пространственного распределения диффузионной составляющей нейтронного потока получим аналитическое решение уравнения (8.74) для одной диффузионной группы нейтронов в бесконечной однородной среде от изотропного источника нейтронов выведения. В этом случае $\varphi_н(x)=(1/2)\,E_1(\Sigma_{rem}x)$ и уравнение (8.74) принимает вид

$$-Dd^2\varphi_р/dx^2+\Sigma_{ув}\varphi_р=\left[(\Sigma_{rem}-\Sigma_{ув})/2\right]E_1(\Sigma_{rem}x). \qquad (8.77)$$

Используя для его решения диффузионную функцию Грина (5.62), получаем при $\Sigma_{rem}\neq k$, $x>0$

$$\varphi_р(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp\left[-k\,|x-x'|\right]}{2kD}\,\frac{\Sigma_{rem}-\Sigma_{ув}}{2}\,E_1(\Sigma_{rem}x')\,dx'=$$

$$=\frac{\Sigma_{rem}-\Sigma_{ув}}{4k^2D}\left\{\ln\left(\left|\frac{\Sigma_{rem}+k}{\Sigma_{rem}-k}\right|\right)\exp(-kx)+2E_1(\Sigma_{rem}x)-\right.$$

$$\left.-\exp(-kx)\,E_1(\Sigma_{rem}-k)\,x\right]-\exp(kx)\,E_1\left[(\Sigma_{rem}+k)\,x\right]\Big\}. \qquad (8.78)$$

Для больших значений x функция $E_1(ax)\approx(1/ax)\exp(-ax)\ll\ll\exp(-ax)$, поэтому асимптотическое диффузионное решение при $\Sigma_{rem}>k$ имеет вид

$$\varphi_р(x)=\frac{\Sigma_{rem}-\Sigma_{ув}}{4k^2D}\ln\left(\left|\frac{\Sigma_{rem}+k}{\Sigma_{rem}-k}\right|\right)\exp(-kx). \qquad (8.79)$$

Сравнение расчетов по различным одномерным программам полуэмпирического подхода с экспериментальными данными по прохождению нейтронов в протяженных защитах из разных материалов показывает, что на расстоянии 150—200 см за бетонной защитой или гетерогенными защитами из слоев металла и воды и другими композициями данные расходятся не более чем в 2—3 раза.

Некоторого улучшения результатов удается добиться уточнением коэффициента диффузии, например введением P_2-поправки (6.36а), или еще более точно, используя значения асимптотического коэффициента диффузии D^{ac} (5.74).

Некоторые из программ полуэмпирического расчета распределений нейтронов, например MAC-RAD и SABINE, дополнены программой расчета полей фотонов по методике факторов накопления.

§ 8.4. Преобразования для расчетов полей излучения

В реальных условиях встречаются источники различной формы, размера и углового распределения излучения. Для многих из них при решении задач защиты от излучений необходимо знать поле излучения в защитной среде.

Зависимость характеристик поля излучения от расстояния до источника называют *функцией ослабления*. Представляет практический интерес переход от полученных расчетом или в эксперименте характеристик поля для одних источников к характеристикам поля источников других форм, размеров и угловых распределений излучения. Такие переходы называют *преобразованиями*.

Различают *прямые* и *обратные преобразования*. Под прямыми понимают преобразования от элементарных источников к более сложным, под обратными — от сложных к более элементарным. Преобразования для источников одного класса по угловому распределению излучения называют *геометрическими*.

Для исследований желательно выбирать такой источник, от которого при помощи преобразований можно получить наибольшую информацию. Таким источником является точечный мононаправленный источник (тонкий луч). С его помощью можно получить функцию ослабления в исследуемой среде для источников различной формы, размера и углового распределения излучения, так как любой источник с произвольным угловым распределением излучения можно представить как суперпозицию точечных мононаправленных (т. м.) источников. Естественно, при этом предполагается, что рассматривается излучение одного вида и энергетического состава.

Пусть поле излучения тонкого луча единичной мощности в некоторой бесконечной гомогенной среде описывается функцией ослабления (функцией Грина) $G_0^{\text{т.м}}(\mathbf{R}, E, \mathbf{\Omega}; \mathbf{R}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)$, где $\mathbf{R}$, E, $\mathbf{\Omega}$ характеризуют координаты детектора, энергию и направление движения регистрируемых частиц, а $\mathbf{R}_0$, E_0, $\mathbf{\Omega}_0$ — координаты источника, энергию и направление движения частиц источника.

Используя аддитивность, можно рассчитать функцию ослабления любого протяженного источника в бесконечной среде, излучение которого задается в виде функции $q(\mathbf{R}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)$, по формуле

$$G[\mathbf{R}, E, \mathbf{\Omega}; q(\mathbf{R}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)] = \iiint G_0^{\text{т.м}}(\mathbf{R}, E, \mathbf{\Omega}; \mathbf{R}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0) \times \\ \times q(\mathbf{R}_0, E_0, \mathbf{\Omega}_0)\, dR_0 dE_0 d\Omega_0 . \qquad (8.80)$$

Приводимые ниже преобразования рассмотрены для гомогенной бесконечной среды. Негомогенность и (или) небесконечность среды часто сводят на нет полезность методики для практических расчетов.

Преобразования для источников различных угловых распределений излучения. Рассмотрим переход от измеренной или рассчитанной функции ослабления точечного мононаправленного источника к функции ослабления широко используемого точечного изотропного источника (т. и.). Пусть в точке O (рис. 8.3, *а*) в некоторой бесконечной среде находится точечный изотропный (т. и.) источник мощностью q, излучение которого регистрируется детектором D, находящимся на расстоянии r' от источника. Показание детектора в этом случае можно определить по формуле

$$G^{\text{т.и}}(r') = q \int\limits_{4\pi} G_0^{\text{дет}}(r', \theta)\, d\Omega , \qquad (8.81)$$

где $G_0^{\text{дет}}(r', \theta)$ — вклад в показания детектора, обусловленный излучением, идущим от источника единичной мощности под углом θ в единичный телесный угол.

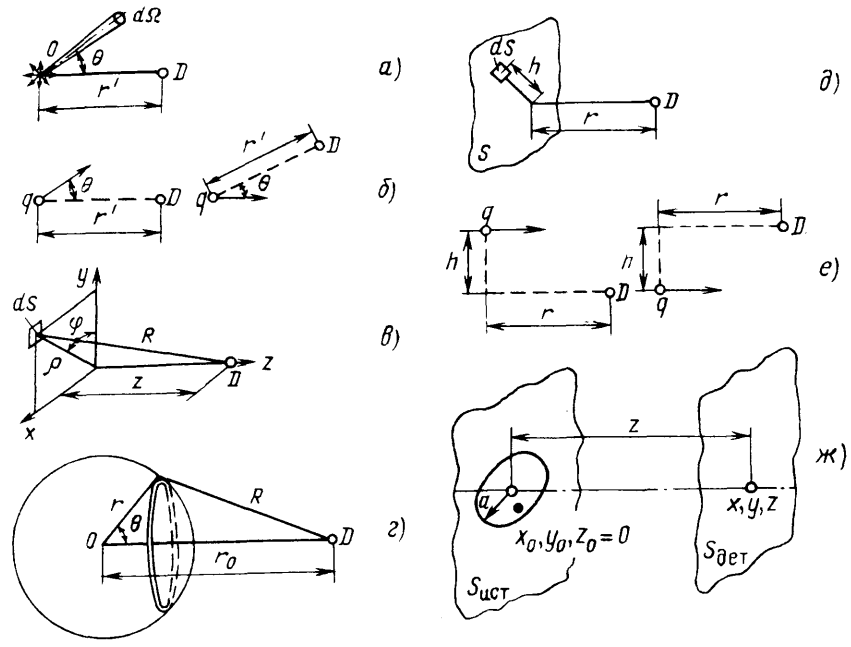


Рис. 8.3. К выводу преобразований для расчетов полей излучения

Преобразование от функции ослабления точечного мононаправленного источника к функции ослабления точечного изотропного источника осуществляется исходя из эквивалентности поворота тонкого луча относительно изотропного детектора D и поворота изотропного детектора относительно тонкого луча той же мощности на тот же угол θ в некоторой бесконечной среде (рис. 8.3, *б*). Тогда, зная распределение $G_0^{\text{т.м}}(r', \theta)$ для точечного мононаправленного источника единичной мощности, отнесенное к единичному телесному углу, и пользуясь сказанным выше, определяем

$$G^{\text{т.и}}(r') = q \int\limits_{4\pi} G_0^{\text{дет}}(r', \theta)\, d\Omega = Cq \int\limits_0^{\pi} G_0^{\text{т.м}}(r', \theta) \sin\theta\, d\theta , \qquad (8.82)$$

где C — константа.

Аналогично можно осуществить преобразование от поля тонкого луча к полю источника любых форм, размера и углового распределения излучения.

Геометрические преобразования в классе изотропных источников. Преобразования для изотропных источников изучены достаточно полно, так как они широко используются. Примером применения подобного вида преобразования изотропных

источников может служить определение функции ослабления для точечного изотропного источника из измерений с источниками в виде дисков-конвертов, таких, как на установке КТК реактора БР-10 (см. § 3.6).

Заметим, что в классе изотропных источников по угловому распределению излучения прямые и обратные геометрические преобразования для пространственного распределения в однородных средах проводить сравнительно просто, так как пространственное распределение излучения от точечного изотропного источника характеризуется только одной координатой — расстоянием от источника до детектора.

Рассмотрим прямые и обратные преобразования на примере измерения полей по плотности потока частиц.

Преобразование от точечного источника к бесконечному плоскому (п. и.). Плотность потока частиц в точке детектирования на расстоянии z по перпендикуляру к плоскости бесконечного источника, расположенного при $z=0$ (см. рис. 8.3, *в*),

$$\varphi^{\text{п.и}}(z)=\int\limits_{\substack{\text{Поверхность}\\ \text{источника}}} q_S(x,y)\,\varphi_0^{\text{т.и}}\left[(x^2+y^2+z^2)^{1/2}\right]dxdy, \quad (8.83)$$

где $\varphi_0^{\text{т.и}}(R)$ — функция ослабления точечного изотропного источника единичной мощности на расстоянии R в среде; $q_S(x,y)$ — поверхностная мощность источника в точке (x,y); $dS=dxdy$ — элемент площади поверхности источника.

Если $q_S(x,y)$ постоянна для всего источника и равна q_S (это предположение справедливо для всех рассмотренных ниже случаев), то, перейдя к полярным координатам, получим

$$\varphi^{\text{п.и}}(z)=q_S\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\infty}\varphi_0^{\text{т.и}}\left[(\rho^2+z^2)^{1/2}\right]\rho d\rho d\varphi. \quad (8.84)$$

Так как $R^2=\rho^2+z^2$, то $2RdR=2\rho d\rho$ и

$$\varphi^{\text{п.и}}(z)=2\pi q_S\int\limits_z^{\infty}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR. \quad (8.85)$$

Преобразование от точечного источника к дисковому (д. и.). Для дискового источника радиусом a с равномерным распределением источников по поверхности диска

$$\varphi^{\text{д.и}}(z)=2\pi q_S\int\limits_z^{\sqrt{z^2+a^2}}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR. \quad (8.86)$$

Это преобразование осуществлено по формуле (8.35) с заменой верхнего предела интегрирования на $R=\sqrt{z^2+a^2}$.

Преобразование от точечного источника к сферическому поверхностному (с. и.). Пусть поверхность

сферы радиусом r представляет собой поверхностный равномерный изотропный источник постоянной поверхностной мощности q_S. Сфера находится внутри некоторой среды, причем внутри сферы находится такая же среда (рис. 8.3, *г*). Элемент площади поверхности источника в виде кольца радиусом $r\sin\theta$ и шириной $rd\theta$, расположенного симметрично относительно прямой OD, $dS=2\pi r^2\sin\theta d\theta$. Тогда плотность потока на расстоянии r_0 от центра сферы

$$\varphi^{\text{с.и}}(r_0)=2\pi q_S\int\limits_0^{\pi}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,r^2\sin\theta d\theta. \quad (8.87)$$

Так как $R^2=r_0^2+r^2-2rr_0\cos\theta$ и $2RdR=2rr_0\sin\theta d\theta$, то

$$\varphi^{\text{с.и}}(r_0)=2\pi q_S\frac{r}{r_0}\int\limits_{r_0-r}^{r_0+r}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR. \quad (8.88)$$

Преобразование от дискового источника радиусом a к точечному. Дифференцируя равенство (8.86) по z, получаем

$$d\varphi^{\text{д.и}}(z)/dz=2\pi q_S z\left\{\varphi_0^{\text{т.и}}\left[(z^2+a^2)^{1/2}\right]-\varphi_0^{\text{т.и}}(z)\right\}, \quad (8.89)$$

отсюда

$$\varphi_0^{\text{т.и}}(z)=B(z)+\varphi_0^{\text{т.и}}\left[(z^2+a^2)^{1/2}\right], \quad (8.90)$$

где $B(z)=-\left[d\varphi^{\text{д.и}}(z)/dz\right]/(2\pi q_S z)$. Используя равенство (8.90) как рекуррентное соотношение, находим, что

$$\varphi_0^{\text{т.и}}(z)=B(z)+B\left[(z^2+a^2)^{1/2}\right]+B\left[(z^2+2a^2)^{1/2}\right]+\ldots=$$
$$=\sum_{\nu=0}^{\infty}B\left[(z^2+\nu a^2)^{1/2}\right]. \quad (8.91)$$

Преобразование от дискового источника радиусом a к бесконечному плоскому. Напомним, что для обычного подынтегрального выражения и целого числа n имеет место соотношение

$$\int\limits_z^{(z^2+na^2)^{1/2}}=\int\limits_z^{(z^2+a^2)^{1/2}}+\int\limits_{(z^2+a^2)^{1/2}}^{(z^2+2a^2)^{1/2}}+\ldots+\int\limits_{[z^2+(n-1)a^2]^{1/2}}^{(z^2+na^2)^{1/2}}. \quad (8.92)$$

Воспользуемся формулой (8.86) для дискового источника радиусом $\sqrt{n}\,a$. Тогда с учетом формулы (8.92)

$$\varphi^{\text{д.и}}_{\sqrt{n}\,a}(z)=2\pi q_S\int\limits_z^{(z^2+na^2)^{1/2}}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR=2\pi q_S\int\limits_z^{(z^2+a^2)^{1/2}}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR+$$
$$+2\pi q_S\int\limits_{(z^2+a^2)^{1/2}}^{(z^2+2a^2)^{1/2}}\varphi_0^{\text{т.и}}(R)\,RdR+\ldots$$

$$\ldots + 2\pi q_S \int_{[z^2+(n-1)a^2]^{1/2}}^{(z^2+na^2)^{1/2}} \varphi_0^{т.и}(R)\, RdR = \sum_{\nu=0}^{n-1} \varphi_a^{д.и}\left[(z^2+\nu a^2)^{1/2}\right]. \quad (8.93)$$

В этих соотношениях нижний индекс при $\varphi^{д.и}$ указывает радиус дискового источника, для которого определяется плотность потока частиц.

Для бесконечного плоского изотропного источника $n \to \infty$ и

$$\varphi^{п.и}(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varphi_a^{д.и}\left[(z^2+\nu a^2)^{1/2}\right]. \quad (8.94)$$

Из формулы (8.94) следует, что плотность потока, рассчитываемая для бесконечного плоского источника, равна сумме целого ряда значений плотности потока от дискового источника радиусом a с такой же поверхностной мощностью излучения.

Преобразование от бесконечного плоского источника к точечному осуществляется дифференцированием выражения (8.85) по z. Выполнив соответствующие вычисления, находим

$$\varphi_0^{т.и}(z) = -\left[1/(2\pi q_S z)\right] d\varphi^{п.и}(z)/dz. \quad (8.95)$$

Преобразование от бесконечного плоского источника к сферическому поверхностному. С учетом формул (8.85) и (8.88) в предположении, что поверхностные мощности источников q_S для сферического и плоского источников совпадают, можно получить

$$\varphi^{с.и}(r_0) = (r/r_0)\left[\varphi^{п.и}(r_0 - r) - \varphi^{п.и}(r_0 + r)\right]. \quad (8.96)$$

При $r \gg \lambda$, где λ — длина релаксации излучения в материале внутри сферы,

$$\varphi^{с.и}(r_0) \approx (r/r_0)\,\varphi^{п.и}(r_0 - r). \quad (8.97)$$

Преобразование от бесконечного плоского источника к дисковому. Для дискового источника равенство (8.86) запишем в виде

$$\varphi^{д.и}(z) = 2\pi q_S \left[\int_z^{\infty} \varphi_0^{т.и}(R)\, RdR - \int_{\sqrt{z^2+a^2}}^{\infty} \varphi_0^{т.и}(R)\, RdR\right]. \quad (8.98)$$

Отсюда, учитывая равенство (8.85), получаем

$$\varphi^{д.и}(z) = \varphi^{п.и}(z) - \varphi^{п.и}\left(\sqrt{z^2+a^2}\right). \quad (8.99)$$

Преобразование от плоского источника к частично-сферическому источнику (ч. с. и.) (источник на поверхности сферы, ограниченной полярными углами θ_1 и θ_2). В этом случае плотность потока излучения в точке на расстоянии r_0 от центра сферы радиусом r подобно формуле (8.87) запишется в виде

$$\varphi^{ч.с.и}(r_0, \theta_1, \theta_2) = 2\pi q_S \int_{\theta_1}^{\theta_2} \varphi_0^{т.и}(R)\, r^2 \sin\theta d\theta. \quad (8.100)$$

Далее, переходя от переменной θ к R (рис. 8.3, *г*) и учитывая выражение (8.85), получаем

$$\varphi^{ч.с.и}(r_0, \theta_1, \theta_2) = (r/r_0)\left[\varphi^{п.и}(R_1) - \varphi^{п.и}(R_2)\right], \quad (8.101)$$

где $R_1^2 = r_0^2 + r^2 - 2rr_0\cos\theta_1$; $R_2^2 = r_0^2 + r^2 - 2rr_0\cos\theta_2$.

Проиллюстрируем использование формул преобразований для изотропных источников на примере перехода к полю излучения дискового источника в вакууме по известным функциям ослабления точечного изотропного источника единичной мощности в вакууме $\varphi_0^{т.и}(R) = 1/(4\pi R^2)$ и в среде:

$$\varphi_0^{т.и}(R) = \left[\exp(-\mu R)/(4\pi R^2)\right]\left[A_1 \exp(-\alpha_1 \mu R) + (1 - A_1)\exp(-\alpha_2 \mu R)\right] =$$
$$= A_1 \exp(-\mu' R)/(4\pi R^2) + (1 - A_1)\exp(-\mu'' R)/(4\pi R^2), \quad (8.102)$$

где A_1, α_1 и α_2 — коэффициенты для экспоненциального представления фактора накопления (см. § 10.4); $\mu' = \mu(1 + \alpha_1)$; $\mu'' = \mu(1 + \alpha_2)$.

Подставив значения $\varphi_0^{т.и}(R)$ в вакууме в выражение (8.86), получим для плотности потока излучения дискового источника в вакууме

$$\varphi^{д.и}(z) = 2\pi q_S \int_z^{\sqrt{z^2+a^2}} \frac{RdR}{4\pi R^2} = \frac{q_S}{4} \ln \frac{z^2+a^2}{z^2}. \quad (8.103)$$

Подставив значение $\varphi_0^{т.и}(R)$ в среде в выражение (8.86), получим выражение для плотности потока излучения дискового источника в среде

$$\varphi^{д.и}(z) = 2\pi q_S \int_z^{\sqrt{z^2+a^2}} \left[A_1 \frac{\exp(-\mu' R)}{4\pi R^2} + (1 - A_1)\frac{\exp(-\mu'' R)}{4\pi R^2}\right] RdR =$$
$$= (q_S/2)\left\{A_1\left[E_1(\mu' z) - E_1\left(\mu'\sqrt{z^2+a^2}\right)\right] + (1 - A_1) \times \right.$$
$$\left. \times \left[E_1(\mu'' z) - E_1\left(\mu''\sqrt{z^2+a^2}\right)\right]\right\}. \quad (8.104)$$

Геометрические преобразования в классе мононаправленных источников. Рассмотрим прежде всего часто практически полезные преобразования от функции ослабления точечного мононаправленного источника к функции ослабления бесконечного плоского мононаправленного источника. Показание детектора D, помещенного на расстоянии r от плоского мононаправленного источника (п. м.) с поверхностной мощностью q_S (рис. 8.3, *д*), можно определить по формуле

$$G^{\text{п.м}}(r)=q_S\int\limits_S G_0^{\text{дет}}(r,\,h)\,dS, \qquad (8.105)$$

где $G_0^{\text{дет}}(r,\,h)$ — вклад в показание детектора, обусловленный потоком излучения от источника единичной мощности, расположенного на единичной площадке на расстоянии h от проекции точки детектирования на плоскость источника; dS — элемент поверхности источника. Учитывая эквивалентность перемещения источника или детектора в рассматриваемой задаче (рис. 8.3, *е*), можно написать

$$G^{\text{п.м}}(r)=q_S\int\limits_S G_0^{\text{дет}}(r,\,h)\,dS=Cq_S\int\limits_0^{\infty} G_0^{\text{т.м}}(r,\,h)\,h dh, \qquad (8.106)$$

где $G_0^{\text{т.м}}(r,\,h)$ отнесено к единичной площадке источника.

Экспериментально невозможно создать строго точечный мононаправленный источник. Поэтому на практике часто приходится работать с некоторым приближением такого источника — с дисковым мононаправленным источником. Рассмотрим преобразование от функции ослабления дискового радиусом a мононаправленного источника к функции ослабления одного из наиболее широко используемых источников — плоского мононаправленного источника, если поверхностные мощности этих источников одинаковы и равны q_S.

Пусть распределение от точечного мононаправленного источника (тонкого луча), находящегося в плоскости $S_{\text{ист}}$ (рис. 8.3, *ж*) на единичной площадке с координатами $(x_0,\,y_0,\,z_0=0)$ для источника единичной мощности, задается в виде $G_0^{\text{т.м}}(x-x_0,\,y-y_0,\,z)$, где x, y, z — координаты точки детектирования. Тогда в соответствии с формулой (8.106) функция ослабления плоского мононаправленного источника

$$G^{\text{п.м}}(z)=q_S\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} G_0^{\text{т.м}}(x-x_0,\,y-y_0,\,z)\,dxdy, \qquad (8.107)$$

где $dxdy$ — элемент поверхности.

Функция ослабления дискового мононаправленного источника (д. м.) радиусом a

$$G^{\text{д.м}}(x,\,y,\,z)=q_S\iint\limits_{\substack{\text{Площадь}\\ \text{диска}}} G_0^{\text{т.м}}(x-x_0,\,y-y_0,\,z)\,dx_0dy_0, \qquad (8.108)$$

где $dx_0dy_0=dS_{\text{ист}}$.

Составим формально следующий интеграл:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} G^{\text{д.м}}(x,\,y,\,z)\,dxdy=q_S\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dxdy\times$$

$$\times\iint\limits_{\substack{\text{Площадь}\\ \text{диска}}} G_0^{\text{т.м}}(x-x_0,\,y-y_0,\,z)\,dx_0dy_0=\iint\limits_{\substack{\text{Площадь}\\ \text{диска}}} dx_0dy_0\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} q_S\,G_0^{\text{т.м}}(x-x_0,\,y-y_0,\,z)\,dxdy=\pi a^2G^{\text{п.м}}(z). \qquad (8.109)$$

Таким образом,

$$G^{\text{п.м}}(z)=\frac{1}{\pi a^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} G^{\text{д.м}}(x,\,y,\,z)\,dxdy. \qquad (8.110)$$

В заключение отметим, что рассмотренные в этом параграфе преобразования могут быть использованы для любых функционалов плотности потока частиц или их энергии.

Часть III

ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЩИТЫ ОТ ИЗЛУЧЕНИЙ

Глава 9

ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ (БЕЗ УЧЕТА РАССЕЯННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ)

§ 9.1. Общие положения

В настоящей главе рассмотрены функции, описывающие поля излучения точечных и протяженных источников ионизирующих излучений. При этом принимается экспоненциальный закон ослабления излучения в среде. Этот закон строго соблюдается при распространении в среде нерассеянных частиц (без учета рассеянного излучения). Поэтому материалы этой главы применимы прежде всего к расчету поля нерассеянных частиц. Однако есть ряд задач, когда ослабление излучения с учетом рассеянного излучения может быть при определенных допущениях принято за экспоненциальное, например ослабление быстрых нейтронов в приближениях концепции сечения выведения (см. § 11.4) или длин релаксации (см. § 11.3). Подробно методы учета рассеянного в среде излучения рассматриваются в следующих главах. Приводимые характеристики поля излучения справедливы для любого функционала поля излучения: плотности потока частиц φ, плотности потока энергии или интенсивности I, мощности поглощенной дозы $\dot{D}$, мощности кермы $\dot{K}$, мощности эквивалентной дозы $\dot{H}$. В данной главе за основной функционал поля излучения в качестве примера выбрана плотность потока энергии частиц (интенсивность) I, а в качестве излучения — фотоны.

Всякий объемный источник можно представить в виде суперпозиции точечных. Поэтому в общем виде определение функционала поля излучения от протяженных изотропных источников сводится к интегрированию функции ослабления точечного изотропного источника (точечного ядра) по длине, поверхности или объему протяженного источника. Иными словами, протяженный источник представляется суперпозицией точечных изотропных источников. При этом ниже рассматриваются моноэнергетические источники излучения с равномерным

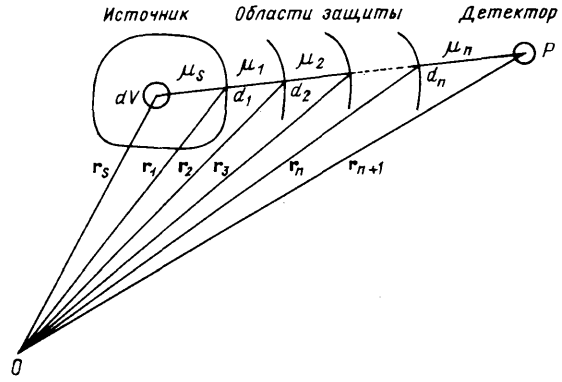


Рис. 9.1. К интегрированию функции ослабления излучения точечного ядра по протяженному источнику

(кроме особо оговоренных случаев) распределением их мощности по длине, поверхности или объему.

Для иллюстрации общего подхода к расчету полей излучения объемных протяженных источников рассмотрим изотропный произвольный источник (рис. 9.1) с равномерно распределенной по объему V объемной мощностью q_V, коэффициентом самопоглощения в источнике μ_s и коэффициентами ослабления $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{n-1}, \mu_n$ в защитных слоях $d_1, d_2, \ldots, d_{n-1}, d_n$ соответственно. Тогда интенсивность I в точке детектирования P может быть определена из соотношений:

а) с учетом только геометрического параметра

$$I = \int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s)\, dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi |\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_s|^2}; \qquad (9.1)$$

б) с учетом геометрии и самопоглощения в источнике

$$I = \int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s) \exp\left[-\mu_s |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_s|\right] dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi |\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_s|^2}; \qquad (9.2)$$

в) с учетом геометрии, самопоглощения в источнике и ослабления в гетерогенной n-слойной композиции

$$I = \int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s) \exp\left[-\mu_s |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_s|\right] \exp\left[-\sum_{i=1}^{n} \mu_i |\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|\right] dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi |\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_s|^2}. \qquad (9.3)$$

В этих формулах постоянным геометрическим параметром является лишь радиус-вектор детектора $\mathbf{r}_{n+1}$, а радиусы-векторы

элементарного объема источника $\mathbf{r}_s$ и радиусы-векторы, характеризующие положение 1, 2, ..., $n-1$, n-й областей многослойной защиты,— переменными величинами.

Приведенные функции ослабления для интенсивности I без изменения могут быть использованы и для определения поля излучения по другим функционалам. Если, например, в рассмотренном примере источник характеризуется объемной активностью $\mathscr{A}_V$, Бк/м^3, то мощность воздушной кермы $\dot{K}$, Гр/с, может быть получена путем замены q_V на $4\pi\mathscr{A}_V\Gamma_\delta$, где Γ_δ — керма-постоянная, Гр · м^2/(с · Бк).

При определении поля излучения протяженных источников часто используют интегральные показательные функции n-го рода $E_n(x)$, имеющие следующий вид:

$$E_n(x)=x^{n-1}\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t^n}\,dt. \qquad (9.4)$$

В частных случаях:

при $n=1$

$$E_1(x)=\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t}\,dt; \qquad (9.5)$$

при $n=2$

$$E_2(x)=x\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t^2}\,dt=e^{-x}-xE_1(x); \qquad (9.6)$$

при $n=3$

$$E_3(x)=x^2\int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t^3}\,dt=\frac{1}{2}\left[e^{-x}-xE_2(x)\right]. \qquad (9.7)$$

При любом $n>1$ можно воспользоваться рекуррентной формулой

$$E_n(x)=\frac{1}{n-1}\left[e^{-x}-xE_{n-1}(x)\right]. \qquad (9.8)$$

Численные значения этих функций при $x=0$ и ∞ равны: $E_1(0)=\infty$; $E_2(0)=1{,}0$; $E_3(0)=0{,}5$; $E_1(\infty)=E_2(\infty)=E_3(\infty)=0$. Ниже мощность источника по энергии для точечного изотропного источника обозначена q, линейная и поверхностная мощности q_L и q_S, а удельная и объемная мощности q_m и q_V соответственно.

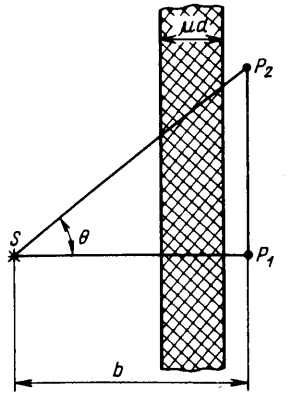


Рис. 9.2. Излучение точечного источника за защитой

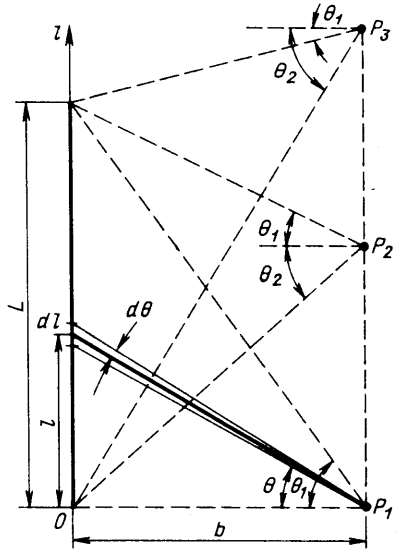


Рис. 9.3. Излучение линейного непоглощающего источника без защиты

§ 9.2. Поле излучения точечных и линейных источников

Точечный изотропный источник. Для точечного изотропного источника интенсивность фотонов без защитных экранов и с однородной защитой толщиной d в точках P_1^* и P_2 будет равна (рис. 9.2)

$$I_{10}=\frac{q}{4\pi b^2};\quad I_1=\frac{q\exp(-\mu d)}{4\pi b^2}; \qquad (9.9)$$

$$I_{20}=\frac{q}{4\pi(b\sec\theta)^2};\quad I_2=\frac{q\exp(-\mu d\sec\theta)}{4\pi(b\sec\theta)^2}. \qquad (9.10)$$

Линейный источник. К линейным непоглощающим источникам могут быть отнесены трубопроводы и всевозможные коммуникации, заполненные радиоактивным газом, паром или жидкими радиоактивными растворами, если поперечный размер источников невелик и можно пренебречь самопоглощением. При некоторых метеоусловиях струю радиоактивных газов, выбрасываемых из вентиляционных труб АЭС, также можно представить на ограниченных участках в форме линейных источников и т. д.

Линейный источник без защиты. Рассмотрим линейный источник длиной L с линейной мощностью по энергии q_L (рис. 9.3). Дифференциальный вклад в интенсивность dI_0 от

* Здесь и далее первая цифра индекса при I соответствует номеру детектируемой точки, а нуль характеризует поле излучения без защиты.

элемента источника dl в точке P_1 будет

$$dI_{10}=\frac{q_L dl}{4\pi(b^2+l^2)}, \tag{9.11}$$

где l — переменная интегрирования. Подставляя $l=b\operatorname{tg}\theta$; $b^2+l^2=b^2\sec^2\theta$ и $dl=b\sec^2\theta d\theta$ и интегрируя по θ, получаем

$$I_{10}=\int_0^{\theta_1}\frac{q_L d\theta}{4\pi b}=\frac{q_L\theta_1}{4\pi b}, \tag{9.12}$$

где θ_1 выражено в радианах $(\theta_1=\operatorname{arctg}L/b)$. По аналогии для точек детектирования P_2 и P_3 по принципу аддитивности имеем

$$I_{20}=\frac{q_L(\theta_1+\theta_2)}{4\pi b}; \tag{9.13}$$

$$I_{30}=\frac{q_L(\theta_2-\theta_1)}{4\pi b}. \tag{9.14}$$

Если линейный источник имеет бесконечную длину (точка P_2 при $\theta_1=\theta_2=\pi/2$), то

$$I_{20}=\frac{q_L}{4b}. \tag{9.15}$$

Линейный источник с защитой. Рассмотрим те же геометрические условия, что и в предыдущей задаче, но с защитным экраном толщиной μd (рис. 9.4, *а*). Тогда по аналогии с (9.11) и используя прежние замены можно написать

$$dI_1=\frac{q_L dl\exp(-\mu d\sec\theta)}{4\pi(b^2+l^2)}=\frac{q_L\exp(-\mu d\sec\theta)\,d\theta}{4\pi b}. \tag{9.16}$$

Интегрируя по углу θ, получаем

$$I_1=\int_0^{\theta_1}\frac{q_L}{4\pi b}\exp(-\mu d\sec\theta d\theta)=\frac{q_L}{4\pi b}F(\theta_1,\mu d), \tag{9.17}$$

где

$$F(\theta, x)=\int_0^{\theta}\exp(-x\sec\theta')\,d\theta' \tag{9.18}$$

— интегральный секанс (функция Зиверта), численные значения которого приведены в справочной литературе.

По аналогии в точках P_2 и P_3 (рис. 9.4, *а*) получим

$$I_2=\frac{q_L}{4\pi b}[F(\theta_1,\mu d)+F(\theta_2,\mu d)]; \tag{9.19}$$

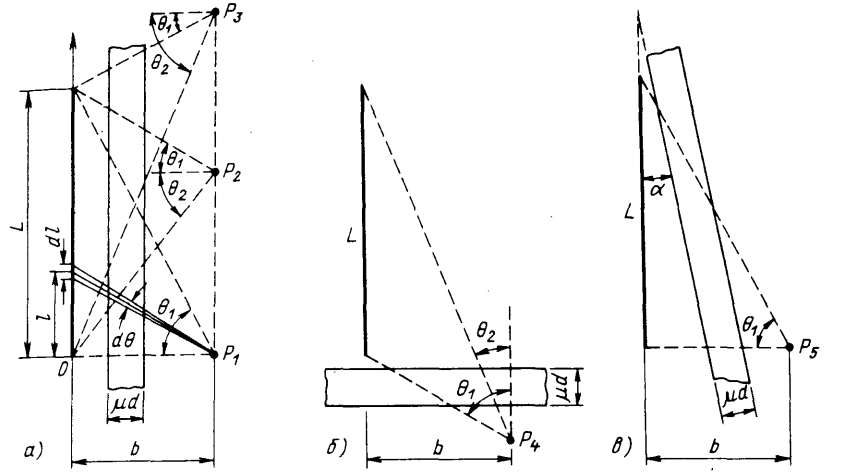


Рис. 9.4. Излучение линейного непоглощающего источника за плоской защитой

$$I_3=\frac{q_L}{4\pi b}[F(\theta_2,\mu d)-F(\theta_1,\mu d)]. \tag{9.20}$$

В точках P_4 и P_5 из рис. 9.4, *б* и *в* получим соответственно

$$I_4=\frac{q_L}{4\pi b}[F(\theta_1,\mu d)-F(\theta_2,\mu d)]; \tag{9.21}$$

$$I_5=\frac{q_L}{4\pi b}\{F[(\theta_1+\alpha),\mu d]-F(\alpha,\mu d)\}, \tag{9.22}$$

где α — угол наклона плоской защиты по отношению к оси линейного источника.

§ 9.3. Поле излучения поверхностных источников

Поверхностные источники на практике встречаются часто. К ним относится некоторое технологическое оборудование радиохимических заводов и АЭС (фильтрующие ткани, загрязненные радиоактивными веществами поверхности помещений, активированные материалы, поверхности облучательных установок, загрязненная радиоактивными осадками поверхность земли до их проникновения в глубину почвы и т. д.).

Дисковый источник. Если каждый элемент поверхности дискового источника является изотропным излучателем, интенсивность в точке P_1 за слоем защиты толщиной μd (рис. 9.5, *а*) определяется из соотношения

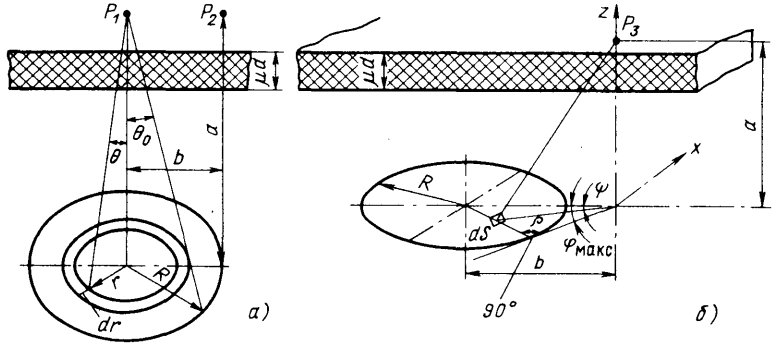


Рис. 9.5. Схема к расчету защиты от излучающего диска

$$I_1 = \int_0^R \frac{q_S}{4\pi}\left\{\left[\exp\left(-\mu d\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{a}\right)2\pi r dr\right](a^2+r^2)^{-1}\right\}. \quad (9.23)$$

Используя подстановку $\mu d\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{a} = \mu d\sec\theta = u$, получаем

$$I_1 = \int_{\mu d}^{\mu d\sec\theta_0} \frac{q_S}{2}\frac{\exp(-u)}{u}du = \frac{q_S}{2}\left[E_1(\mu d) - E_1(\mu d\sec\theta_0)\right], \quad (9.24)$$

где $\theta_0 = \operatorname{arctg} R/a$. Если защиты нет ($\mu d = 0$), то из формулы (9.23) получим

$$I_{10} = \frac{q_S}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+R^2}}{a}\right) = \frac{q_S}{2}\ln\sec\theta_0. \quad (9.25)$$

Вблизи бесконечно протяженного плоского источника ($R\to\infty$ $\theta_0 = \pi/2$ уравнение (9.24) принимает вид

$$I_1 = \frac{q_S}{2}E_1(\mu d). \quad (9.26)$$

Интенсивность в точке P_3, находящейся вне оси симметрии (рис. 9.5, *б*), определяется из соотношения

$$I_3 = \iint \frac{q_S}{4\pi}\frac{\rho d\rho d\psi}{(a^2+\rho^2)}\exp\left(-\mu d\frac{\sqrt{a^2+\rho^2}}{a}\right). \quad (9.27а)$$

Переменные интегрирования ψ и ρ изменяются в пределах

$$0 \leqslant \psi \leqslant \psi_{\text{макс}} = \arcsin(R/b);$$

$$b\cos\psi - \sqrt{R^2 - b^2\sin^2\psi} \leqslant \rho \leqslant b\cos\psi + \sqrt{R^2 - b^2\sin^2\psi}.$$

Этот интеграл не имеет аналитического решения. Используя подстановку $\operatorname{tg}\theta = \rho/a$ и безразмерные параметры $m = b/a$ и $n = R/a$, можно получить

$$I_2 = \frac{q_S}{2\pi}V(m, n, \mu d) = \frac{q_S}{2\pi}\int_0^{\arcsin\frac{n}{m}} d\psi \times$$

$$\times\left\{E_i\left(-\mu d\sqrt{1+m^2\cos 2\psi + n^2 + 2m\cos\psi\sqrt{n^2 - m^2\sin^2\psi}}\right) - \right.$$

$$\left. - E_i\left(-\mu d\sqrt{1+m^2\cos 2\psi + n^2 - 2m\cos\psi\sqrt{n^2 - m^2\sin^2\psi}}\right)\right\}, \quad (9.27б)$$

где функция $V(m, n, \mu d)$ табулирована и приведена в справочной литературе.

Интенсивность в точке P_3, если защита отсутствует, может быть получена интегрированием соотношения (9.27а), в котором следует положить $\mu d = 0$. Тогда

$$I_{30} = \frac{q_S}{4}\ln\frac{R^2 + a^2 - b^2 + \sqrt{R^4 + 2R^2(a^2 - b^2) + (a^2 + b^2)^2}}{2a^2}. \quad (9.28)$$

В точке P_2 (рис. 9.5, *а*) из формулы (9.28) получим

$$I_{20} = \frac{q_S}{4}\ln\left\{\frac{a^2 + \sqrt{a^2(a^2 + 4R^2)}}{2a^2}\right\}. \quad (9.29)$$

При $b = 0$ формула (9.28) переходит в (9.25).

Непоглощающий цилиндрический источник, поверхность которого является равномерным источником частиц. Интенсивность в точке P_1, лежащей на оси цилиндра (рис. 9.6), получают интегрированием по поверхности источника на нижней и верхней частях цилиндра:

$$I_{10} = \frac{q_S}{4\pi}\left\{\int_0^h \frac{2\pi R dx}{x^2 + R^2} + \int_0^{H-h}\frac{2\pi R dx}{x^2 + R^2}\right\} = \frac{q_S}{2}\left[\operatorname{arctg}\frac{h}{R} + \operatorname{arctg}\frac{H-h}{R}\right]. \quad (9.30)$$

В плоскости центрального сечения ($h = H/2$)

$$I_{10} = q_S\operatorname{arctg}(H/2R). \quad (9.31)$$

В торцовой плоскости цилиндра в точке P_2

$$I_{20} = (q_S/2)\operatorname{arctg}(H/R). \quad (9.32)$$

Плоский прямоугольный источник. Рассмотрим тонкий прямоугольный изотропный источник с поверхностной мощностью q_S, экранированный защитным слоем толщиной μd, расположенным параллельно источнику.

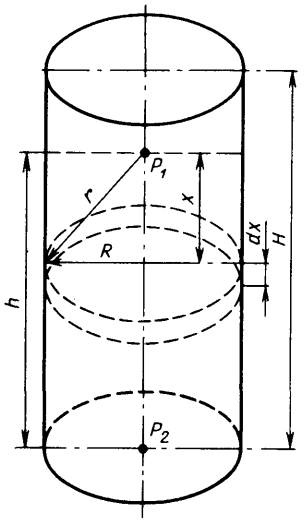


Рис. 9.6. Излучение внутренней поверхности непоглощающего цилиндрического источника

Используя полярную систему координат с центром в точке *0* (рис. 9.7), определяем интенсивность в точке детектирования *P*:

$$I=\int\int\frac{q_S\exp\left(-\mu d\frac{\sqrt{\rho^2+b^2}}{b}\right)}{4\pi(\rho^2+b^2)}\rho d\rho d\psi. \quad (9.33)$$

Переменные интегрирования изменяются (см. рис. 9.7) в пределах:

при $0\leqslant\psi\leqslant\operatorname{arctg}(H/L)$ $0\leqslant\rho\leqslant L\sec\psi$;

при $\operatorname{arctg}(H/L)\leqslant\psi\leqslant\pi/2$ $0\leqslant\rho\leqslant$ $\leqslant H\operatorname{cosec}\psi$.

Введя новые параметры $m=L/b$, $n=H/L$, $\rho=b\operatorname{tg}\theta$ и используя функцию $E_1(x)$, в результате интегрирования получаем

$$I=\frac{q_S}{4\pi}R(m, n, \mu d), \quad (9.34)$$

где $R(m, n, \mu d)=\left\{\frac{\pi}{2}E_1(\mu d)-\int\limits_0^{\operatorname{arctg}n}E_1\left[\mu d\sqrt{1+m^2\sec^2\psi}\right]d\psi-\right.$

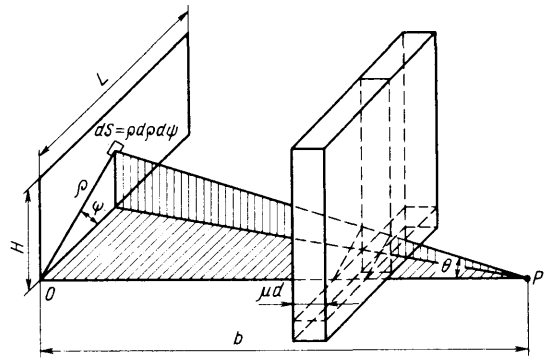
$$\left.-\int\limits_{\operatorname{arctg}n}^{\pi/2}E_1\left[\mu d\sqrt{1+m^2n^2\operatorname{cosec}^2\psi}\right]d\psi\right\}$$ — табулированная функция.

9.4. Поле излучения объемных источников

Рассмотрим объемные самопоглощающие источники с равномерно распределенной объемной мощностью q_V с коэффициентами ослабления в материале источника μ_s и материале защиты μ кроме особо оговоренных ниже случаев.

Источник в виде усеченного конуса. Анализ показывает, что функция, характеризующая ослабление излучения источника в виде усеченного конуса, может быть использована с хорошим приближением при решении многих задач защиты от излучения источников другой формы, например цилиндрического источника со стороны торца. Это тем более удобно, что функция ослабления излучения усеченного конуса представляет-

Рис. 9.7. Излучение плоского прямоугольного источника



ся в аналитическом виде с помощью широко известных интегральных показательных функций второго рода.

Интенсивность в точке *P*, которую для данной задачи можно принять за центр сферической системы координат (рис. 9.8)

$$I=\int\limits_V\frac{q_V\exp\left[-\mu_s(r-r_2)\right]\exp\left[-\mu(r_2-r_1)\right]}{4\pi r^2}dV. \quad (9.35)$$

Учитывая, что $dV=r^2\sin\theta d\theta d\psi dr$; $r_2-r_1=d\sec\theta$; $r_3-r_2=h\sec\theta$ и имея в виду интервалы изменения переменных интегрирования $0\leqslant\psi\leqslant2\pi$; $0\leqslant\theta\leqslant\theta_0$; $r_2\leqslant r\leqslant r_3$, получаем

$$I=\int\limits_0^{\theta_0}\frac{q_V}{2\mu_s}\exp\left(-\mu d\sec\theta\right)\left[1-\exp\left(-\mu_s h\sec\theta\right)\right]\sin\theta d\theta. \quad (9.36)$$

Воспользовавшись подстановкой $u=\mu d\sec\theta$ и проведя интегрирование по частям, получим выражение для интенсивности в точке *P*:

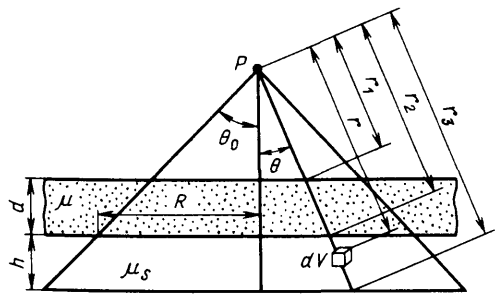


Рис. 9.8

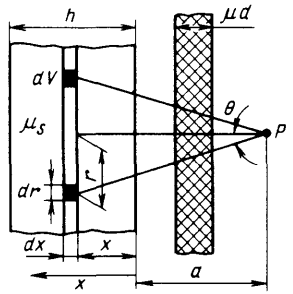


Рис. 9.9

Рис. 9.8. Излучение источника в форме усеченного конуса

Рис. 9.9. Излучение толстой пластины

$$I=\frac{q_V}{2\mu_s}\{E_2(\mu d)-\cos\theta_0 E_2(\mu d\sec\theta_0)-E_2(\mu d+\mu_s h)+$$
$$+\cos\theta_0 E_2[(\mu d+\mu_s h)\sec\theta_0]\}. \quad (9.37)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Излучение усеченного конуса бесконечной высоты ($\mu_s h=\infty$):

$$I=\frac{q_V}{2\mu_s}[E_2(\mu d)-\cos\theta_0 E_2(\mu d\sec\theta_0)]. \quad (9.38)$$

2. Излучение за защитным экраном источника в виде бесконечного полупространства ($\mu_s h=\infty$; $\theta_0=\pi/2$):

$$I=\frac{q_V}{2\mu_s}E_2(\mu d). \quad (9.39)$$

3. Излучение усеченного конуса без защиты ($\mu d=0$):

$$I_0=\frac{q_V}{2\mu_s}[1-\cos\theta_0-E_2(\mu_s h)+\cos\theta_0 E_2(\mu_s h\sec\theta_0)]. \quad (9.40)$$

4. Излучение усеченного конуса бесконечной высоты без защиты ($\mu_s h=\infty$; $\mu d=0$):

$$I_0=\frac{q_V}{2\mu_s}(1-\cos\theta_0). \quad (9.41)$$

5. Излучение бесконечного полупространства без защиты ($\mu_s h=\infty$; $\mu d=0$; $\theta_0=\pi/2$):

$$I_0=\frac{q_s}{2\mu_s}. \quad (9.42)$$

Источник в виде пластины и полубесконечного пространства. Наиболее часто для таких источников (рис. 9.9) встречаются следующие распределения мощности источника по объему: равномерное ($q_V=\text{const}$), экспоненциальное [$q_V(x)=q_{V0}\exp(\pm\alpha x)$] и линейное [$q_V(x)=q_{V0}(1+mx)$, $m\gtrless 0$].

Рассмотрим задачу с указанными распределениями мощности источника.

Равномерное распределение. Интенсивность излучения в точке P (рис. 9.9) от элементарного объема $dV=2\pi r dr dx$ источника в виде пластины толщиной h с равномерно распределенной объемной мощностью q_V можно определить по формуле

$$dI=\frac{q_V\exp[-(\mu_s x+\mu d)\sec\theta]\,2\pi r dr dx}{4\pi[r^2+(a+x)^2]}.$$

Если обозначить $\mu_s x+\mu d=z$ и иметь в виду, что $\sec\theta=\sqrt{r^2+(a+x)^2}/(a+x)$, то получим

$$I=\int_0^h dx\int_0^\infty\frac{q_V\exp[-z\sqrt{r^2+(a+x)^2}/(a+x)]}{2[r^2+(a+x)^2]}r dr. \quad (9.43)$$

Введя новую переменную $t=z\sqrt{r^2+(a+x)^2}/(a+x)$, получим

$$I=\int_0^h dx\int_z^\infty\frac{q_V\exp(-t)}{2t}dt=\frac{q_V}{2}\int_0^h E_1(\mu_s x+\mu d)\,dx. \quad (9.44)$$

Используя свойства функции $E_n(x)$, получаем окончательное выражение для интенсивности от бесконечной пластины толщиной $\mu_s h$ с равномерно распределенной мощностью за защитой толщиной μd:

$$I=\frac{q_V}{2\mu_s}[E_2(\mu d)-E_2(\mu d+\mu_s h)]. \quad (9.45)$$

Без защиты интенсивность от толстой пластины

$$I_0=\frac{q_V}{2\mu_s}[1-E_2(\mu_s h)]. \quad (9.46)$$

Для полубесконечного пространства ($\mu_s h=\infty$) формула (9.46) переходит в формулу (9.42).

Экспоненциальное распределение мощности. Исходные уравнения для интенсивности аналогичны предыдущему случаю, поэтому

$$I=\int_0^h\frac{q_{V0}}{2}\exp(\pm\alpha x)\,E_1(\mu_s x+\mu d)\,dx.$$

Обозначив $\mu d=b_1$; $\mu_s h+\mu d=b_3$; $\mu_s x+\mu d=z$ и проведя преобразования, получим выражение для интенсивности от источника в форме пластины толщиной h с экспоненциальным законом распределения активности:

$$I=\frac{q_{V0}}{2\mu_s}\exp(\mp\alpha b_1/\mu_s)[F_1(b_3,\pm\alpha/\mu_s)-F_1(b_1,\pm\alpha/\mu_s)]. \quad (9.47)$$

Для полубесконечного пространства ($b_3=\infty$)

$$I=\frac{q_{V0}}{2\mu_s}\exp(\mp\alpha b_1/\mu_s)[F_1(\infty,\pm\alpha/\mu_s)-F_1(b_1,\pm\alpha/\mu_s)], \quad (9.48)$$

где функция $F_1(t,\pm\alpha)=\int_0^t\exp(\pm\alpha x)\,E_1(x)\,dx$.

В качестве примера на рис. 9.10 приведены численные значения функции $F_1(t, \alpha)$ для диапазона параметров $0 \leqslant t \leqslant 7$; $-4 \leqslant \alpha \leqslant 4$.

Линейное распределение мощности. Как и в предыдущем разделе, вместо формулы (9.44) имеем исходное уравнение

$$I = \left(\frac{q_{V0}}{2}\right) \int_0^t (1+mx)\, E_1(b_1+\mu_s x)\, dx = I_1 + I_2, \qquad (9.49)$$

где $I_1 = (q_{V0}/2) \int_0^h E_1(b_1+\mu_s x)\, dx$ определена формулой (9.44). При решении второго интеграла $I_2 = (q_{V0}m/2) \int_0^h E_1(b_1+\mu_s x)\, x dx$ заменим x на $(z-b_1)/\mu_s$; тогда

$$I_2 = \frac{q_{V0}m}{2\mu_s} \int_{b_1}^{b_3} \frac{z-b_1}{\mu_s} E_1(z)\, dz = \frac{q_{V0}m}{2\mu_s} \left[\int_{b_1}^{b_3} \frac{z}{\mu_s} E_1(z)\, dz - \right.$$
$$\left. - \frac{b_1}{\mu_s} \int_{b_1}^{b_3} E_1(z)\, dz \right]. \qquad (9.50)$$

Используя известные свойства функции $E_n(x)$, записываем

$$I_2 = \frac{q_{V0}m}{2\mu_s} \left\{ \int_{b_1}^{b_3} \frac{z}{\mu_s} [-dE_2(z)] - \frac{b_1}{\mu_s} [E_2(b_1) - E_2(b_3)] \right\} =$$
$$= \frac{q_{V0}m}{2\mu_s} \left\{ \frac{1}{\mu_s} [E_3(b_1) - E_3(b_3)] - \left[\frac{1}{\mu_s}(b_3 - b_1) \right] E_2(b_3) \right\}. \qquad (9.51)$$

Принимая во внимание, что $(b_3-b_1)/\mu_s = h$ и суммируя все члены, получаем окончательное выражение для интенсивности излучения толстой бесконечно протяженной пластины с линейным распределением активности по глубине в форме табулированных интегралов:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{q_{V0}}{2\mu_s} \left\{ E_2(b_1) - (1+mh)\, E_2(b_3) + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{m}{\mu_s}\right) [E_3(b_1) - E_3(b_3)] \right\}. \qquad (9.52)$$

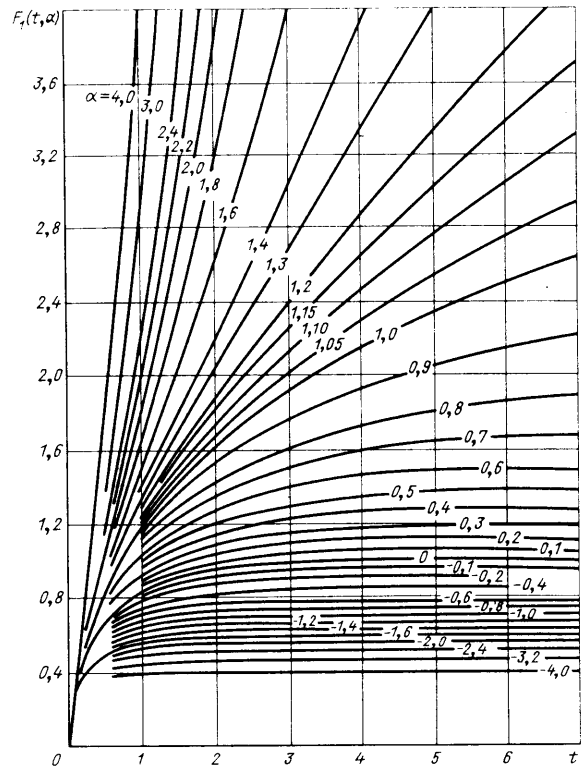


Рис. 9.10. Функция $F_1(t, \alpha)$ для $0 \leqslant t \leqslant 7$ и $-4 < a \leqslant 4$

В отсутствие защиты

$$I_0 = \frac{q_{V0}}{2\mu_s} \left\{ 1 - (1+mh)\, E_2(\mu_s h) + \frac{m}{\mu_s} [0{,}5 - E_3(\mu_s h)] \right\}. \qquad (9.53)$$

Для полубесконечного пространства $\mu_s h = \infty$ формула (9.52) принимает вид

$$I = \frac{q_{V0}}{2\mu_s} \left[E_2(\mu d) + \left(\frac{m}{\mu_s}\right) E_3(\mu d) \right]. \qquad (9.54)$$

Если защита отсутствует и $\mu_s h = \infty$, то

$$I_0 = \frac{q_{V0}}{2\mu_s} \left(1 + \frac{m}{2\mu_s}\right). \qquad (9.55)$$

Цилиндрический источник. Цилиндрическая форма источников весьма распространена в практике, поэтому не удивительно, что существует несколько решений, описывающих их поле излучения. Здесь рассмотрены лишь те формулы, в которых

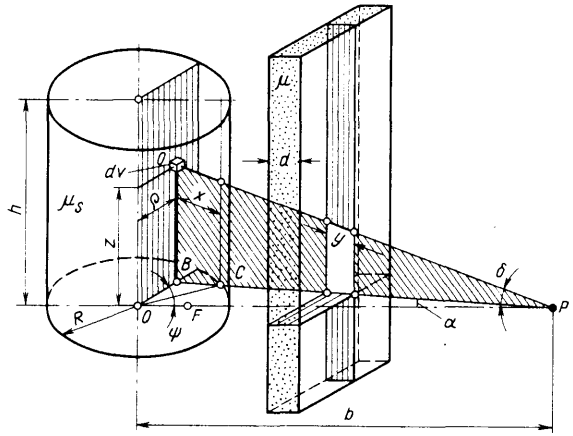


Рис. 9.11. Излучение цилиндрического поглощающего источника в радиальном направлении

математическая строгость сочетается с простотой практического использования. Необходимо отметить, что ни одна из формул для определения поля излучения цилиндрических источников не имеет аналитического решения и не сводится к общеизвестным табулированным интегралам. Для этих источников выведены специальные функции, численные значения которых получены на ЭВМ.

Излучение цилиндрического источника за плоской защитой в радиальном направлении. В данном случае для вывода функции ослабления используется цилиндрическая система координат с центром в точке *0*. Интенсивность излучения в точке *P* в радиальном (боковом) направлении в плоскости нижнего основания самопоглощающего цилиндрического источника (рис. 9.11)

$$I=\int_{\rho=0}^{R}\int_{z=0}^{h}\int_{\psi=0}^{2\pi}\frac{q_V\exp(-\mu_s x)\exp(-\mu y)\,\rho d\rho dz d\psi}{4\pi(z^2+\rho^2+b^2-2b\rho\cos\psi)}, \qquad (9.56)$$

где x — путь фотона в источнике; y — путь фотона в защите. Эти геометрические параметры имеют вид

$$x=\left[\frac{\rho^2-b\rho\cos\psi+\sqrt{R^2(\rho^2+b^2-2b\rho\cos\psi)-b^2\rho^2\sin^2\psi}}{\rho^2+b^2-2b\rho\cos\psi}\right]\times$$

$$\times\sqrt{z^2+\rho^2+b^2-2b\rho\cos\psi};\quad y=d\sec\alpha=\frac{d\sqrt{z^2+\rho^2+b^2-2b\rho\cos\psi}}{b-\rho\cos\psi}.$$

Введем новые безразмерные переменные интегрирования: $k=h/R$ — относительная высота; $m=\rho/R$ и $n=z/R$ и получим

окончательное выражение для интенсивности излучения цилиндрического источника в радиальном направлении за плоской защитой

$$I=\left(\frac{q_V R}{2\pi}\right)G(k,\ p,\ \mu_s R,\ \mu d), \qquad (9.57)$$

где

$$G(k,\ p,\ \mu_s R,\ \mu d)=\int_0^k dn\int_0^1 m dm\int_0^\pi\frac{d\psi}{m^2+n^2+p^2-2mp\cos\psi}\times$$

$$\times\exp\left[-\sqrt{m^2+n^2+p^2-2mp\cos\psi}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\mu_s R\frac{m^2-mp\cos\psi+\sqrt{m^2+p^2-2mp\cos\psi-m^2p^2\sin^2\psi}}{m^2+p^2-2mp\cos\psi}+\frac{\mu d}{p-m\cos\psi}\right)\right]. \qquad (9.58)$$

В частном случае, когда детектор находится на высоте h_1 от нижнего торца цилиндрического источника,

$$I=\frac{q_V R}{2\pi}[G(k',\ p,\ \mu_s R,\ \mu d)+G(k'',\ p,\ \mu_s R,\ \mu d)], \qquad (9.59)$$

где $k'=h_1/R$; $k''=(h-h_1)/R$. В плоскости центрального сечения, когда $h_1=h/2$, интенсивность излучения цилиндрического поглощающего источника

$$I=\frac{q_V R}{\pi}G(k',\ p,\ \mu_s R,\ \mu d), \qquad (9.60)$$

где $k'=h/(2R)$. Численные значения функционалов поля излучения определяются с помощью ЭВМ и приведены в справочной литературе.

Излучение цилиндрического источника в торцовом направлении. Интенсивность нерассеянного излучения в точке *P*, находящейся на продолжении центральной оси цилиндрического источника (рис. 9.12), элемент кольцевого объема которого $dV=2\pi r dr dx$, может быть определена из соотношения

$$I=\int_0^h dx\int_0^R\frac{q_V\exp[-(\mu_s x+\mu d)\sec\theta]\,2\pi r dr}{4\pi[r^2+(a+x)^2]}, \qquad (9.61)$$

где $\theta=\sqrt{r^2+(a+x)^2}/(a+x)$. Это выражение аналогично полученному ранее (9.43) с той лишь разницей, что радиус источника ограничен значением *R*. Данное обстоятельство лишает возможности получить аналитическое решение через общеизвестные табулированные интегралы.

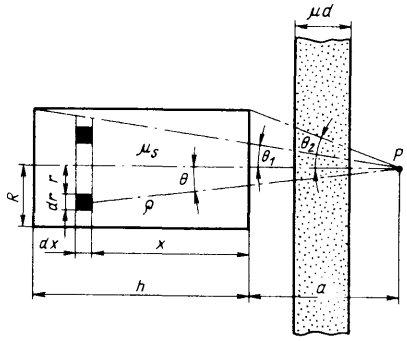


Рис. 9.12. Излучение цилиндрического источника в торцовом направлении

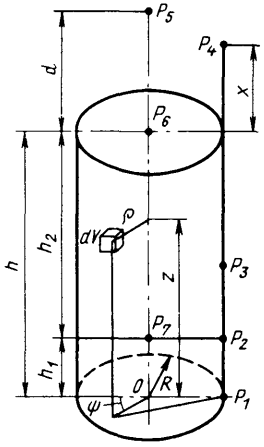


Рис. 9.13. Излучение газонаполненного цилиндрического источника

Проведя интегрирование по r, получим окончательное выражение для интенсивности излучения в торцовом направлении цилиндрического источника:

$$I = \frac{q_V}{2\mu_s} Z(h/R,\ a/h,\ \mu_s h,\ \mu d). \tag{9.62}$$

Функции ослабления

$$Z(h/R,\ a/h,\ \mu_s h,\ \mu d) = \int_0^{b_2} \{E_1[g_1(y)] - E_1[g_2(y)]\}\, dy, \tag{9.63}$$

где y — переменная интегрирования, а аргументы функции определяются соотношениями

$$g_1(y) = y + \mu d;\ g_2(y) = y + \mu_s h \sqrt{1 + \left[\frac{b_2 (R/h)}{y + b_2 (a/h)}\right]^2},$$

где $b_2 = \mu_s h$.

Численное значение функции $Z(h/R,\ a/h,\ \mu_s h,\ \mu d)$ рассчитывается с помощью ЭВМ.

Поле излучения внутри и вне непоглощающих цилиндрических источников без защиты. Такими источниками могут быть, например, газонаполненные цилиндрические источники (газгольдеры, облучательские установки, шлейф радиоактивного выброса и др.).

Интенсивность I_{10} в точке P_1, лежащей на образующей непоглощающего цилиндрического источника в плоскости нижнего основания цилиндра (рис. 9.13), определяется отношением

$$I_{10} = \int_0^h \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{q_V \rho\, dz\, d\rho\, d\psi}{4\pi[z^2 + \rho^2 + R^2 - 2\rho R\cos\psi]}. \tag{9.64а}$$

Интегрирование дает окончательное значение плотности потока в точке P_1:

$$I_{10} = \frac{q_V h}{2} \beta\left(\frac{h}{R}\right), \tag{9.64б}$$

где $\beta(h/R) = 0{,}5\left[1 + \ln\left[\left(\sqrt{1 + 4(R/h)^2}\right)/2\right] + 2R/h - \sqrt{1 + 4(R/h)^2}\right]$.

Для точки P_2 применимо правило аддитивности:

$$I_{20} = \frac{q_V}{2}\left[h_1 \beta\left(\frac{h_1}{R}\right) + h_2 \beta\left(\frac{h_2}{R}\right)\right]. \tag{9.65}$$

На образующей в плоскости центрального сечения $h_1 = h_2 = h/2$

$$I_{30} = \frac{q_V}{2} h \beta\left(\frac{h}{2R}\right). \tag{9.66}$$

В точке P_4 на расстоянии x от торца (вдоль образующей)

$$I_{40} = \frac{q_V}{2}\left[(h + x)\beta\left(\frac{h + x}{R}\right) - x\beta\left(\frac{x}{R}\right)\right]. \tag{9.67}$$

В точке P_5, находящейся на расстоянии a от торца на продолжении оси цилиндра,

$$I_{50} = \frac{q_V}{4}\left\langle (h + a)\left\{\ln\left[1 + \frac{R^2}{(h + a)^2}\right] + \frac{2R}{h + a}\operatorname{arctg}\frac{h + a}{R}\right\} - a\left[\ln\left(1 + \frac{R^2}{a^2}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{2R}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{R}\right]\right\rangle. \tag{9.68}$$

В точке P_6, когда $a = 0$,

$$I_{60} = \frac{q_V}{4}\left\{h\left[\ln\left(1 + \frac{R^2}{h^2}\right) + 2\operatorname{arctg}\frac{h}{R}\right]\right\}. \tag{9.69}$$

В точке P_7, находящейся внутри источника на высоте h_1 от его нижнего сечения, плотность потока

$$I_{70} = \frac{q_V}{4}\left\{h_1\left[\ln\left(1 + \frac{R^2}{h_1^2}\right) + 2\frac{R}{h_1}\operatorname{arctg}\frac{h_1}{R}\right] + h_2\left[\ln\left(1 + \frac{R^2}{h_2^2}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 2\frac{R}{h_2}\operatorname{arctg}\frac{h_2}{R}\right]\right\}. \tag{9.70}$$

Приведенные в этой главе функционалы поля излучения с введением соответствующих уточнений (учет рассеянного излучения в источнике и экранирующих материалах и т. д.) используются для построения инженерных методов расчета защиты.

Глава 10
ЗАЩИТА ОТ ФОТОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 10.1. Геометрия широкого пучка. Пространственно-энергетическое распределение рассеянного в среде излучения

При измерениях полей фотонного излучения в реальных задачах наряду с нерассеянным первичным излучением источника регистрируют рассеянные в среде фотоны. Под рассеянными понимаются фотоны, претерпевшие однократное или многократное (двух- и более кратное) рассеяние.

В геометрии этих задач (рис. 10.1) детектор наряду с непровзаимодействовавшими со средой фотонами (фотоны *1*) регистрирует однократно (фотоны *2*) и многократно (фотоны *3* и *4*) рассеянные фотоны; *5*—*9* — фотоны, которые не достигают детектора из-за поглощения в веществе (фотоны *5*, *6*), из-за направления траектории за защитой не на детектор (фотоны *7*, *8*) и из-за отражения от среды (фотоны *9*).

Как указывалось в § 2.2, в диапазоне энергии фотонов от 20 кэВ до 10 МэВ (сюда включаются фотоны радионуклидов и реакторного излучения) основными процессами взаимодействия с веществом являются фотоэлектрический эффект,

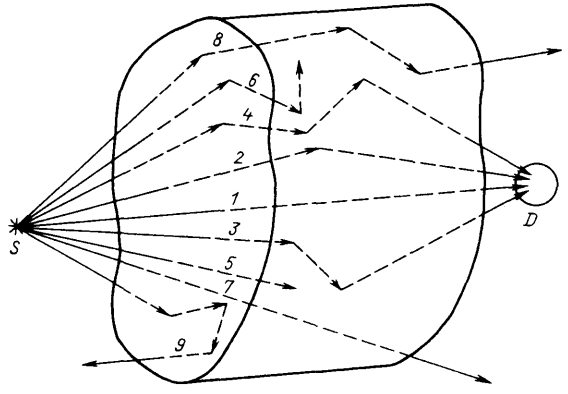


Рис. 10.1. Траектории фотонов, типичные для геометрии широкого пучка: *S* — источник; *D* — детектор

комптоновское рассеяние и образование электронно-позитронных пар.

Напомним, что при указанных процессах взаимодействия кроме рассеянных фотонов источника в среде образуется следующее вторичное фотонное излучение: а) аннигиляционное излучение, обусловленное рекомбинацией замедленных до низких энергий позитронов, образованных в эффекте образования пар, и аннигиляцией позитронов в полете; б) флуоресцентное излучение, обусловленное переходом электронов на вакантные места в электронной оболочке; в) тормозное излучение, образующееся при замедлении фотоэлектронов, электронов и позитронов пар, комптоновских электронов и электронов Оже. Фотоны вторичного излучения на рис. 10.1 не показаны.

Геометрию, при которой детектор регистрирует нерассеянное и рассеянное первичное и вторичное излучение, называют *геометрией широкого пучка («плохой» геометрией)*.

Рассеянное в среде излучения источника и вторичное излучение обычно учитывают введением в закон ослабления излучения в геометрии узкого пучка сомножителя — *фактора накопления* фотонного излучения.

Если обозначить G_1 некоторый функционал, описывающий поле нерассеянного первичного излучения, а G_2 — поле рассеянного первичного и вторичного и нерассеянного вторичного излучения, то фактор накопления по данному регистрируемому эффекту

$$B_G=(G_1+G_2)/G_1=1+G_2/G_1\geqslant 1. \qquad (10.1)$$

Таким образом, фактор накопления равен кратности превышения характеристик поля нерассеянного и рассеянного первичного и вторичного излучения над характеристиками поля нерассеянного первичного излучения или, иными словами, характеризует отношение показания детектора при измерении в геометрии широкого пучка к показанию детектора при измерении в геометрии узкого пучка.

Проанализируем сперва закономерности формирования пространственно-энергетического распределения плотности потока фотонов в среде, пренебрегая образованием вторичного излучения. Как будет показано в конце этого параграфа, такое допущение часто оказывается приемлемым и не вносит существенных изменений в характеристики поля излучения. Для однозначности анализ формирования поля излучения проводится на примере рассчитанных методом моментов пространственно-энергетических распределений плотности потока рассеянных фотонов точечных изотропных моноэнергетических источников с энергией E_0, равной 0,5; 1; 2; 3; 4; 6; 8 и 10 МэВ (для воды также с энергией $E_0=0{,}255$ МэВ) в бесконечной однородной гомогенной среде из воды, алюминия, железа,

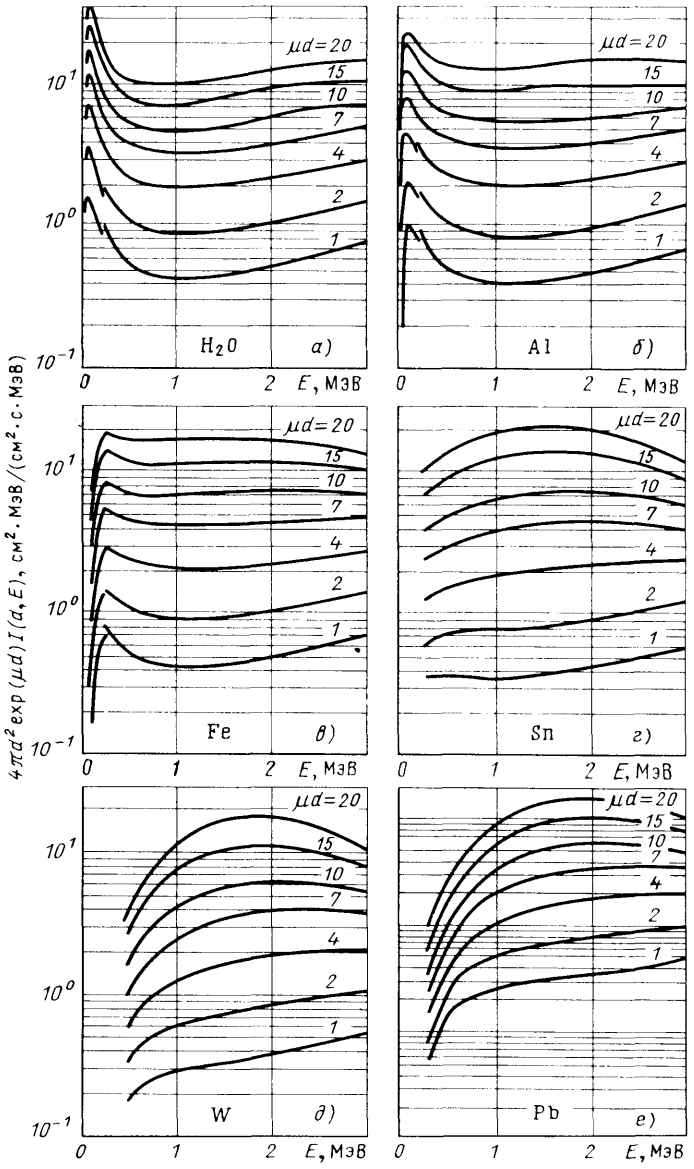


Рис. 10.2. Пространственно-энергетическое распределение плотности потока энергии рассеянных фотонов $I(d, E)$ точечного изотропного источника с энергией $E_0 = 3$ МэВ с выходом 1 фотон/с в бесконечной среде из воды (*а*), алюминия (*б*), железа (*в*), олова (*г*), вольфрама (*д*) и свинца (*е*) для различных расстояний от источника μd

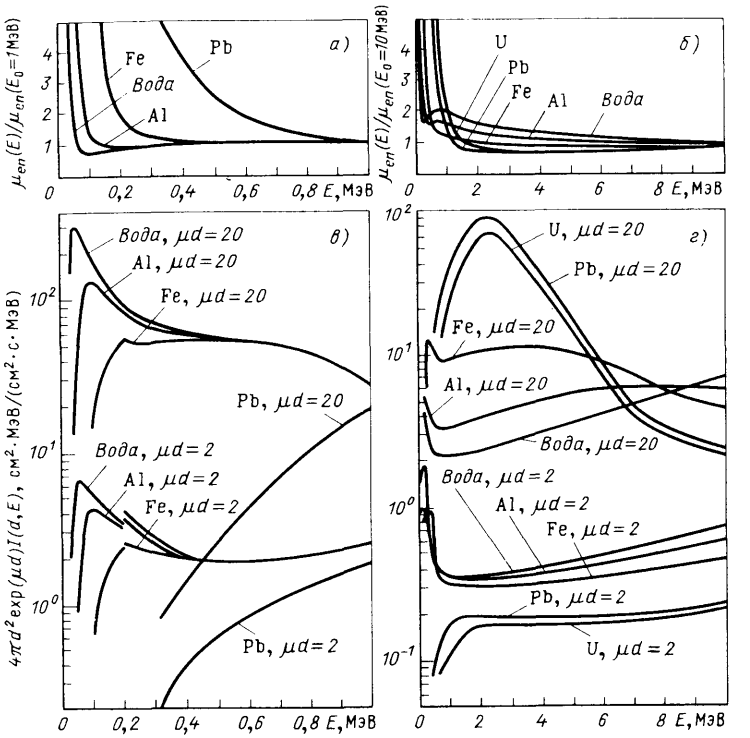


Рис. 10.3. Отношение $\mu_{en}(E)/\mu_{en}(E_0)$ для различных материалов при $E_0 = 1$ МэВ (*а*) и $E_0 = 10$ МэВ (*б*) и пространственно-энергетическое распределение плотности потока энергии рассеянных фотонов $I(d, E)$ точечных изотропных источников фотонов с энергией $E_0 = 1$ МэВ (*в*) и $E_0 = 10$ МэВ (*г*) с выходом 1 фотон/с в бесконечных средах из разных материалов для различных расстояний от источника μd

олова, вольфрама, свинца и урана при расстояниях между источником и детектором от 1 до 20 длин свободного пробега (рис. 10.2 — 10.4).

Разделим источники на две группы по энергии испускаемых фотонов. К первой группе отнесем источники с $E_0 \leqslant E_{\text{мин}}$, где $E_{\text{мин}}$ — энергия, при которой коэффициент ослабления излучения имеет минимум. Ко второй группе отнесем источники с $E_0 > E_{\text{мин}}$. Напомним, что для воды, алюминия, железа, олова, вольфрама, свинца и урана $E_{\text{мин}}$ примерно равна 51; 21; 9; 4,6; 3,5; 3,4; 3,3 МэВ соответственно.

Сформулируем некоторые основные качественные закономерности формирования поля рассеянного излучения для источников первой группы ($E_0 \leqslant E_{\text{мин}}$).

1. Особенностью энергетических спектров является установление сравнительно постоянной формы спектра рассеянного

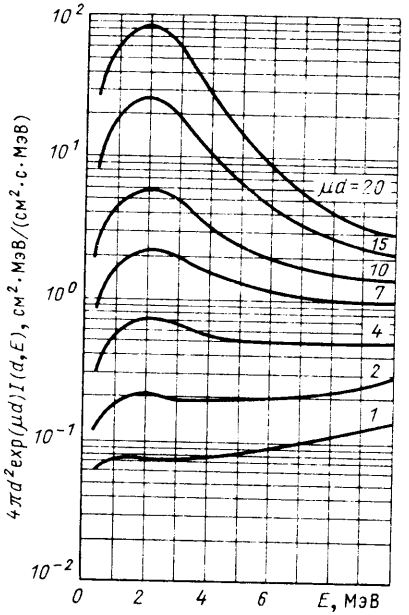


Рис. 10.4. Пространственно-энергетическое распределение плотности потока энергии рассеянных фотонов $I(d, E)$ точечного изотропного источника с $E_0 = 10$ МэВ и выходом 1 фотон/с в бесконечной среде из вольфрама для различных расстояний от источника μd

излучения для данной среды при расстояниях от источника $d \gtrsim (3 \div 4)/\mu$ (рис. 10.2). Отмеченная закономерность не выполняется обычно при E, близкой к E_0. Объясняется это тем, что после нескольких рассеяний энергия и направление фотона слабо коррелируют с характеристиками источника и энергетический спектр в значительной степени обусловлен фотонами, рассеянными вблизи источника. В этих случаях можно говорить о наличии квазиравновесия.

2. Относительная потеря энергии при комптоновском рассеянии уменьшается с уменьшением энергии фотонов. Это приводит к тому, что фотоны имеют тенденцию интенсивно накапливаться по мере снижения их энергии. Следовательно, плотность потока энергии фотонов на единичный энергетический интервал в «чистом» комптоновском рассеивателе должна увеличиваться с уменьшением E. Однако в реальных средах в области рассматриваемых энергий имеет место фотоэлектрическое поглощение, которое препятствует интенсивному накоплению рассеянных фотонов.

Конкуренция двух процессов — накопления рассеянных вследствие комптоновского эффекта фотонов и фотопоглощения — обусловливает появление пиков (максимумов) в области низких энергий на кривых энергетических распределений плотности потока энергии для легких и средних элементов (вода, алюминий, железо). Эти максимумы тем менее заметны, чем больше атомный номер материала среды Z и чем сильнее, следовательно, фотоэлектрическое поглощение. Например, даже для железа (рис. 10.2, *в*) при сравнительно большом удалении от источника пик едва заметен. Для более тяжелых сред, таких, как олово, вольфрам и свинец (рис. 10.2, *г — е*), максимум в области низких энергий исчезает из-за сильного фотопоглощения. Пики в энергетических распределениях плотности потока энергии расположены вблизи энергий, где отношение сечения рассеяния

к полному наибольшее. Сечение фотоэлектрического эффекта при этом составляет еще небольшую часть полного сечения.

3. Зависимость энергетического распределения плотности потока энергии рассеянных фотонов от атомного номера материала среды Z (рис. 10.3) можно качественно объяснить следующим образом. В области средних значений E_0 (на рис. 10.3, *а, в* приведены данные для $E_0 = 1$ МэВ) коэффициент поглощения энергии $\mu_{en}(E)$ для данной среды, нормированный на $\mu_{en}(E_0 = 1$ МэВ), для всех энергий E возрастает с увеличением Z. Поэтому $I(d, E)$, умноженная на $4\pi d^2 \exp(\mu d)$, при фиксированных значениях μd и E имеет бóльшие абсолютные значения для более легких сред. В нашем примере в области энергий $E \geqslant 0{,}5$ МэВ при $\mu d = \text{const}$ и $E = \text{const}$ значения величины $4\pi d^2 \exp(\mu d) I(d, E)$ для сред с малыми и средними значениями Z (вода, алюминий, железо) совпадают, что качественно объясняется зависимостью коэффициентов поглощения энергии от E, приведенных на рис. 10.3, *а*. Будучи представлены в виде $\mu_{en}(E)/\mu_{en}(E_0)$, они при $E \gtrsim 0{,}5$ МэВ для воды, алюминия и железа практически совпадают.

При высокой энергии фотонов (на рис. 10.3, *б, г* данные приведены для $E_0 = 10$ МэВ) в зависимостях $\mu_{en}(E)/\mu_{en}(E_0)$ от E в нашем примере для энергий $E \gtrsim 1$ МэВ наблюдается обратная картина зависимости $\mu_{en}(E)/\mu_{en}(E_0)$ от Z при $Z < 82$ по сравнению с рассмотренным выше примером для источника с энергией $E_0 = 1$ МэВ. Здесь с возрастанием Z $\mu_{en}(E)/\mu_{en}(E_0)$ сначала уменьшается, затем при $Z > 82$ начинает медленно возрастать. Количественно отмеченную зависимость можно проиллюстрировать следующим примером: отношение $\mu_{en}(E = 4$ МэВ$)/\mu_{en}(E_0 = 10$ МэВ) для воды, Al, Fe, Pb и U составляет 1,31; 1,13; 0,93; 0,78; 0,80 соответственно. Эта закономерность лишь качественно в первом приближении объясняет, почему на большом расстоянии от источника фотонов высокой энергии (см. рис. 10.3, *г*, $\mu d = 20$) абсолютное значение $4\pi d^2 \exp(\mu, d) I(d, E)$ в области $E \lesssim 5 \div 6$ МэВ при $E = \text{const}$, $\mu d = \text{const}$ при $Z < 82$ больше для сред с большим Z.

Для источников второй группы ($E_0 > E_{\text{мин}}$) фотоны, рассеянные до энергии $E_{\text{мин}}$, являются наиболее проникающими и существенно влияют на форму энергетического спектра, формируя широкий максимум в районе энергий, близких к $E_{\text{мин}}$. С увеличением толщины среды максимум становится все более явно выраженным и квазиравновесного состояния спектров с увеличением μd не наблюдается (рис. 10.4).

Приведенные данные относились к бесконечной геометрии среды. При переходе к барьерной геометрии изменение спектров наблюдается в области низких энергий (рис. 10.5). В бесконечной геометрии (см. геометрию на рис. 10.5) регистрируются фотоны *1* и *2*, рассеянные последний раз перед попаданием в

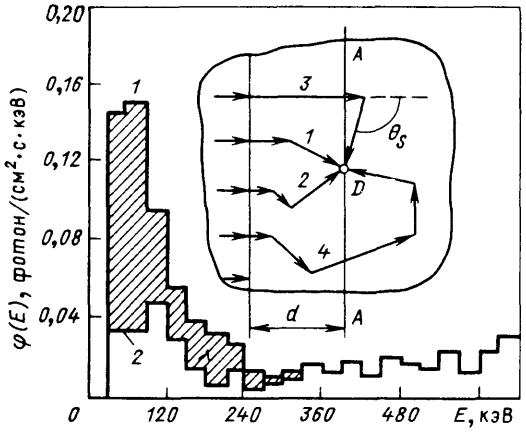
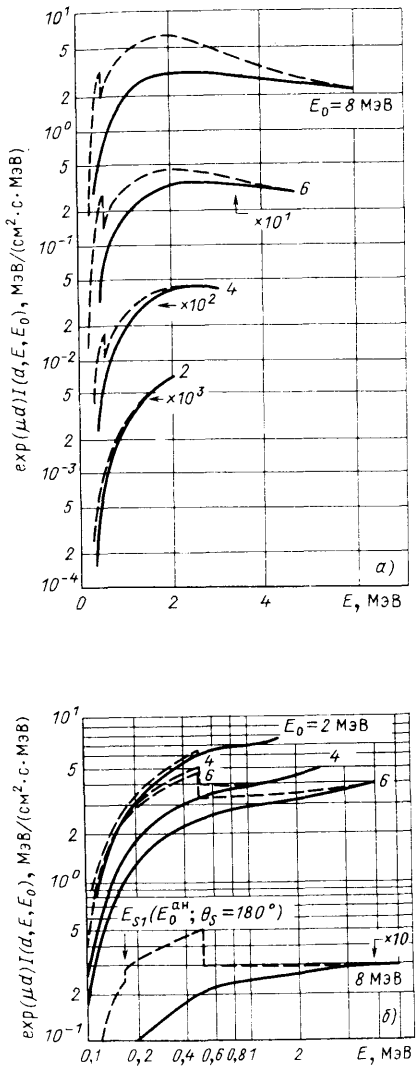


Рис. 10.5. Энергетическое распределение плотности потока рассеянных фотонов $I(d, E)$ плоского мононаправленного источника (нормальное падение излучения) с $E_0=0{,}661$ МэВ и выходом 1 фотон/(см$^2\cdot$с) при прохождении через слой воды толщиной $\mu d=2$ в бесконечной (*1*) и в барьерной (*2*) геометрии (заштрихована добавочная часть энергетического распределения при переходе от барьерной геометрии к бесконечной). На рисунке показана геометрия задачи. Расчет методом Монте-Карло

детектор левее границы выделяемого в бесконечной среде барьера (плоскость AA), и фотоны *3* и *4*, рассеянные перед попаданием в детектор правее границы барьера. При переходе к барьерной геометрии не регистрируются фотоны *3* и *4*. Максимальная энергия фотона, приходящего в детектор после однократного взаимодействия правее плоскости AA, не превышает энергию однократного рассеяния на угол $\theta_s\approx 90^\circ$. Для рассматриваемого на рис. 10.5 примера эта энергия $E_{s1}(\theta_s=90^\circ)=0{,}289$ МэВ. Таким образом, изменения в спектре при переходе от бесконечной геометрии к барьерной затрагивают область энергий $E<0{,}289$ МэВ. В действительности, как будет ясно из следующего параграфа, детектор в бесконечной среде регистрирует также некоторое число фотонов, рассеянных перед детектированием правее плоскости AA с энергией, большей 0,289 МэВ. Эти фотоны обусловлены многократным рассеянием на тот же суммарный угол рассеяния θ_s. В рассмотренном примере предполагалось, что заднее по отношению к источнику полупространство не влияет на формирование поля излучения в точке детектирования. Так бывает, когда $\mu d\gtrsim 1{,}5$.

Рассмотрим теперь роль вторичного излучения (аннигиляционного, тормозного и флуоресцентного) в формировании энергетического распределения фотонов, анализируя результаты расчетов распространения фотонов плоского мононаправленного моноэнергетического источника разной энергии E_0 от 0,1 до 8 МэВ, падающих нормально на одну из границ барьера из различных материалов толщиной $\mu d=10$. Расчеты выполнены в предположении, что источники вторичного излучения изотропны и их излучение генерируется в начале пробега электронов или позитронов.



←
Рис. 10.6. Энергетические распределения плотности потока энергии фотонного излучения плоских мононаправленных моноэнергетических источников различных энергий E_0 после барьера толщиной 10 д. с. п. из свинца (*а*) и железа (*б*):
——— — спектр без учета аннигиляционного и тормозного излучения; — — — — спектр с учетом аннигиляционного и тормозного излучения

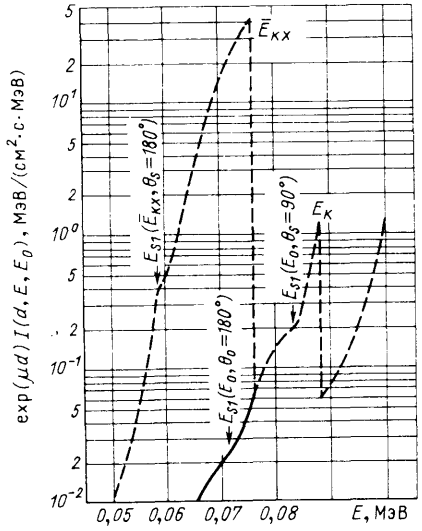


Рис. 10.7. Энергетическое распределение плотности потока энергии фотонного излучения плоских мононаправленных моноэнергетических источников с энергией $E_0=0{,}1$ МэВ после барьера толщиной 10 д. с. п. из свинца:
——— — спектр с учетом флуоресцентного излучения, — — — — спектр в области энергий $E<\bar{E}_{KX}$ без учета флуоресцентного излучения

В энергетических распределениях источники вторичного излучения могут обусловливать появления немонотонности формы спектра при следующих характерных точках (рис. 10.6 и 10.7): а) $E_0^{ан}=0{,}511$ МэВ — энергия фотонов аннигиляционного излучения; б) $\bar{E}_{KX}$ — средняя энергия флуоресцентного излучения. Источник KX-излучения принят моноэнергетическим с энергией $\bar{E}_{KX}$, равной средней энергии KX-излучения; в) E_K — энергия K-скачка в сечении; г) $E_{s1}(E_0,\ \theta_s=90^\circ)$ и $E_{s1}(E_0,\ \theta_s=180^\circ)$ — энергии фотонов источника, рассеянных на угол 90 и

180° соответственно. Подобно этим энергиям в спектрах также могут появляться характерные точки при энергиях $E_{s1}(E_0^{\text{ан}}, \theta_s = 180^\circ)$ и $E_{s1}(\bar{E}_{KX}, \theta_s = 180^\circ)$ однократного рассеяния на 180° фотонов источников аннигиляционного и KX-излучения соответственно.

Отметим, что разрыв непрерывности или резкое изменение наклона кривой энергетического распределения плотности потока фотонов, например в точках $E_{s1}(\bar{E}_{KX}, \theta_s = 180^\circ)$ и $E_{s1}(E_0^{\text{ан}}, \theta_s = 180^\circ)$ на рис. 10.6 и 10.7, показывает, что энергетическое распределение фотонов с энергиями, бóльшими энергий в этих точках, определяется в значительной степени однократно рассеянными фотонами для источников с энергией $\bar{E}_{KX}$ или $E_0^{\text{ан}} = 0{,}511$ МэВ соответственно.

Заметим, что на рис. 10.6 и 10.7 не показаны пики, соответствующие нерассеянному излучению источника, нерассеянным аннигиляционным и флуоресцентным фотонам.

При рассмотрении вторичного излучения целесообразно выделить две группы энергий источников E_0: а) $E_0 > 2$ МэВ, где вторичное излучение определяется тормозным и аннигиляционным излучением; б) $E_0 < 0{,}5$ МэВ, где важным становится флуоресцентное излучение.

Следуя такому разделению энергии источников, рассмотрим сперва влияние на энергетическое распределение аннигиляционного и тормозного излучения (рис. 10.6). В спектре регистрируемого излучения выделим две области, границу между которыми примем равной $E = 0{,}511$ МэВ.

В области энергий $E > 0{,}511$ МэВ вторичное излучение полностью определяется тормозным излучением. Форма спектра для различных сред различается. Для свинца (рис. 10.6, *а*) без учета вторичного излучения спектр содержит гладкий максимум, кроме спектров для небольших значений $E_0 (E_0 = 2$ МэВ), где этот максимум не наблюдается. Учет тормозного излучения несколько смещает максимум в область более низких энергий. В железе с уменьшением энергии наблюдается медленный спад потока фотонов (рис. 10.6, *б*). Добавление тормозного излучения приводит к почти «белому» спектру — спектру плотности потока энергии фотонов, равномерно распределенному по всему диапазону рассматриваемых энергий. В воде вклад в спектр фотонов тормозного излучения не превышает нескольких процентов.

При $E = 0{,}511$ МэВ в спектре наблюдается пик, обусловленный добавлением к потоку фотонов аннигиляционного излучения. Форма спектра в области энергий $E < 0{,}511$ МэВ обусловливается конкуренцией фотоэлектрического эффекта и комптоновского рассеяния. Большое сечение фотоэффекта для свинца приводит к сильному поглощению фотонов и резкому спаду рассеянного первичного и тормозного излучения с

уменьшением энергии. Поэтому форма спектра здесь главным образом определяется однократно рассеянными фотонами аннигиляционного излучения. Фотонов с энергией, меньшей $E_{s1}(E_0^{\text{ан}}, \theta_s = 180^\circ)$, в спектре практически нет. В железе спад при $E_{s1}(E_0^{\text{ан}}, \theta_s = 180^\circ)$ не сильно выражен, а в воде он вообще не наблюдается, это подтверждает, что вклад однократно рассеянного аннигиляционного излучения не является здесь доминирующим.

Таким образом, вторичное аннигиляционное и тормозное излучение ведет к смягчению спектра. Наиболее сильно эти эффекты проявляются для наиболее тяжелых материалов.

Для источников фотонов с энергией $E_0 < 0{,}5$ МэВ для сред с высокими атомными номерами, таких, например, как свинец или уран, вклад от вторичного излучения определяется в основном флуоресцентным излучением.

Энергетический спектр в таких случаях имеет три характерные области (рис. 10.7): 1) от энергии источника E_0 до энергии K-скачка E_K; 2) между энергией K-скачка E_K и средней энергией KX-излучения $\bar{E}_{KX}$; 3) ниже средней энергии KX-излучения. Напомним, что для свинца (рис. 10.7) энергия K-скачка равна 0,088 МэВ, а средняя энергия KX-излучения принимается равной 0,076 МэВ.

Учет флуоресцентного излучения естественно изменяет спектр только при энергиях, меньших средней энергии KX-излучения.

Резкий скачок (уменьшение сечения) при энергии, равной энергии связи электрона на K-оболочке атома (K-скачок), приводит к резкому максимуму в спектре при этой энергии. Затем идет уменьшение плотности потока энергии с уменьшением энергии детектирования до средней энергии KX-излучения $\bar{E}_{KX}$. Учет флуоресцентного излучения приводит к резкому скачку в спектре при этой энергии. Энергетическое распределение при энергии ниже $\bar{E}_{KX}$ определяется практически интенсивным флуоресцентным излучением. Сильное поглощение в области низких энергий обусловливает то, что флуоресцентные фотоны вряд ли переживают более одного рассеяния. Резкий спад плотности потока энергии при $E_{s1}(\bar{E}_{KX}, \theta_s = 180^\circ)$ подтверждает эту закономерность.

С увеличением энергии источника E_0 до 0,3 МэВ роль флуоресцентного излучения уменьшается. Однако спектр ниже $\bar{E}_{KX}$ все еще определяется флуоресцентным излучением.

Таким образом, эффект флуоресцентного и аннигиляционного излучения ограничен областями с энергией фотонов $E \leqslant \bar{E}_{KX}$ и $E \leqslant 0{,}511$ МэВ соответственно, тормозное излучение дает вклад по всему энергетическому спектру.

Проанализированные выше изменения в энергетическом спектре за счет источников вторичного излучения ведут к возрастанию характеристик поля излучения.

Вклад аннигиляционного излучения в дозу, возрастающий с увеличением E_0, для $E_0=8$ МэВ на глубине 7 длин свободного пробега (д. с. п.) в свинце составляет 11, в воде 4,2%.

Роль тормозного излучения возрастает с увеличением E_0 и Z. Для $E_0=8$ МэВ тормозное излучение увеличивает дозу излучения за пластиной толщиной 10 д. с. п. из свинца на 39, из железа на 11, из воды на 4,9%.

Флуоресцентное излучение, роль которого резко уменьшается с возрастанием E_0, особенно значительно проявляется в тяжелых средах, когда E_0 близка к энергии K-скачка. Например, флуоресцентное излучение на выходе из свинцовой пластины толщиной 10 д. с. п. для $E_0=0{,}1$ МэВ ведет к увеличению дозового фактора накопления в 32 раза. Однако уже для энергии источника 0,5 МэВ и выше флуоресцентным излучением с погрешностью до нескольких процентов (в свинце толщиной 8 д. с. п. с погрешностью до 2%) можно пренебречь.

§ 10.2. Энергетическо-угловое распределение рассеянного излучения на границе среды

Для решения многих задач необходимо знать не только пространственную характеристику поля излучения за защитой, но и более детальную информацию об энергетическо-угловых характеристиках рассеянного излучения на границах среды. Это необходимо, например, при расчете факторов накопления ограниченных источников или ограниченных защит для точек, удаленных от поверхности защиты, при решении многих задач распространения излучений через неоднородности в защитах и т. п.

Информация по энергетическо-угловому распределению рассеянного фотонного излучения на границе среды получена экспериментально или расчетно методом Монте-Карло.

Рассмотрим прежде всего характерные особенности формирования энергетического распределения рассеянного излучения, детектируемого под разными углами θ, отсчитываемыми от нормали к границе среды, на примере точечных изотропных (рис. 10.8, *а*), плоских мононаправленных (рис. 10.8, *б*, *в*) и плоских изотропных (рис. 10.8, *г*) источников. Энергетическо-угловые распределения рассеянного излучения в виде примера для приведенных на рис. 10.8, *а*, *в*, *г* геометрий показаны на рис. 10.9. Как видно из данных рис. 10.9, в области низких энергий в энергетическо-угловых характеристиках для легких и средних по атомному номеру сред имеют мето пики (максимумы), положение которых по энергии соответствует поло-

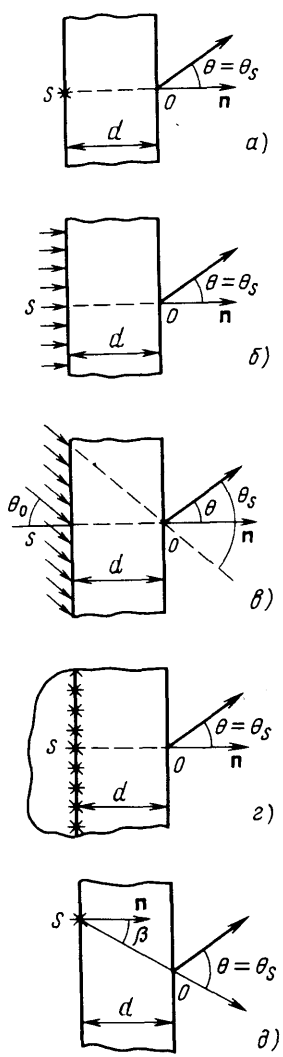


Рис. 10.8. Геометрии задач по исследованию энергетическо-углового распределения рассеянного фотонного излучения:
S — источник; θ — угол детектирования; θ_s — угол рассеяния

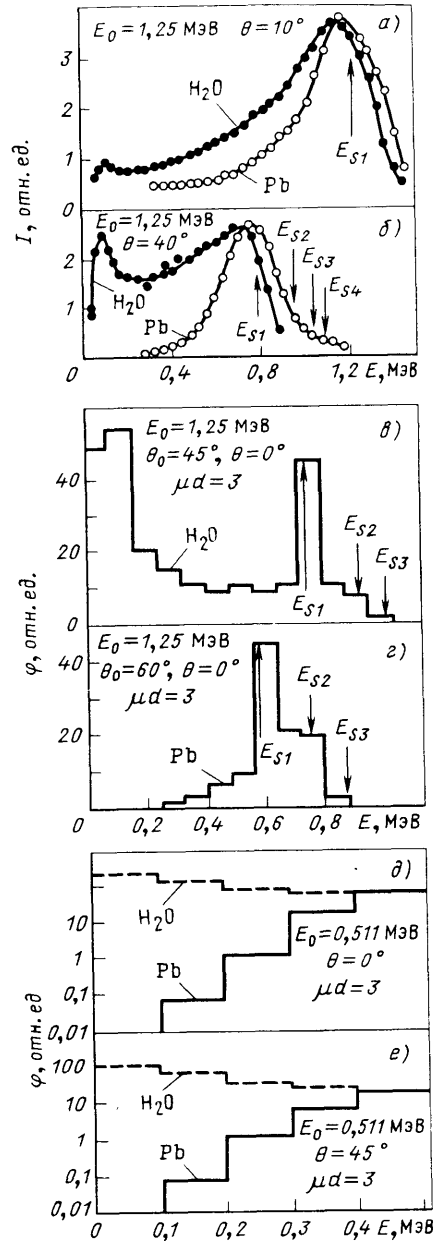


Рис. 10.9. Энергетическо-угловое распределение характеристик поля рассеянных фотонов точечного изотропного (*а*, *б*), плоского мононаправленного (*в*, *г*) и плоского изотропного (*д*, *е*) источников фотонного излучения на границе среды для геометрий задач, показанных на рис. *а*, *в*, *г* соответственно. Распределения на рис. *а*, *б* нормированы вблизи энергии однократного рассеяния E_{s1}, на рис. *д*, *е* — для энергетической группы 400—511 кэВ. На рис. *а*, *б* экспериментальные, на остальных — расчетные данные

жению и в проинтегрированных по углу детектирования энергетических распределениях. Этот максимум обусловлен конкуренцией процессов комптоновского рассеяния и фотоэлектрического поглощения (на рис. 10.9, *д*, *е* максимумы для рассеивателя из воды «растворились» в достаточно широкой энергетической группе спектра 0—100 кэВ). Для тяжелых сред (например, для свинца) максимум не наблюдается из-за «выедания» этой части спектра за счет фотоэффекта.

Введем понятие *пороговой энергии спектра излучения* (нижняя граница) $E_{\text{пор}}$. Если за $E_{\text{пор}}$ принять значение энергии, ниже которой число фотонов не превышает 5% общего их числа в энергетическом распределении, то такой границей для воды, алюминия, железа и свинца будут энергии 0,05; 0,08; 0,12 и 0,29 МэВ соответственно.

Для точечных изотропных и плоских мононаправленных источников (рис. 10.9, *а*—*г*) характерно также появление максимума в высокоэнергетической части спектра. Положение этого пика соответствует энергии фотона, однократно рассеянного на угол рассеяния θ_s в направлении на детектор (рис. 10.8, *а*—*в*) (для точечного изотропного источника имеется в виду однократное рассеяние на минимальный угол θ_s).

Интересно отметить, что для точечных изотропных и плоских мононаправленных источников в дифференциальных энергетических распределениях имеют место фотоны с энергией, большей энергии фотона после однократного комптоновского рассеяния E_{s1} на угол θ_s (рис. 10.8). Появляются эти фотоны вследствие многократного рассеяния на тот же суммарный угол θ_s. Изменение энергии фотона при однократном рассеянии, выраженное через длину волны, определяется зависимостью (2.31). Тогда, разложив $\cos\theta_s$ в ряд, получим

$$\Delta\lambda_1 = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{(2k)!} \theta_s^{2k}. \qquad (10.2)$$

При n рассеяниях на одинаковый угол θ_s/n длина волны изменится на величину

$$\Delta\lambda_n = n \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{(2k)!} \left(\frac{\theta_s}{n}\right)^{2k} < \Delta\lambda_1. \qquad (10.3)$$

В предельном случае при $n \to \infty$ $\Delta\lambda_n \to 0$.

Следовательно, энергия фотонов при многократном рассеянии на суммарный угол θ_s больше энергии однократно рассеянных на тот же угол фотонов. Например, при однократном рассеянии на угол $\theta_s = 60^\circ$ фотона с энергией $E_0 = 1{,}25$ МэВ энергия $E_{s1} = 0{,}56$ МэВ, при двукратном рассеянии каждый раз на угол $\theta_s/2 = 30^\circ$ $E_{s2} = 0{,}75$ МэВ, а при трехкратном рассеянии каждый раз на угол $\theta_s/3 = 20^\circ$ $E_{s3} = 0{,}86$ МэВ.

С увеличением $E_0 \gtrsim 2$ МэВ в энергетических распределениях появляются максимумы, обусловленные аннигиляционными фотонами.

При решении практических задач широко применяются угловые плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения.

Рассмотрим прежде всего угловое распределение однократно рассеянных в среде фотонов на примере плоского мононаправленного источника (п. м.). Пусть нормально к барьеру толщиной d падают фотоны плоского мононаправленного моноэнергетического источника с энергией фотонов E_0 и мощностью пучка первичных фотонов по энергии I_s, отнесенной к единичной площади источника. Тогда очевидно, что плотность потока энергии фотонов, однократно рассеянных на угол $\theta_s = \theta$, за барьером толщиной d (рис. 10.8, *б*)

$$I^{\text{п.м, однокр}}(E_0, d, \theta) = \int_0^d I_s n_a Z \sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta) e^{-\mu x} e^{-\frac{\mu_{s1}(d-x)}{\cos\theta}} dx =$$

$$= I_s n_a Z \sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta) \cos\theta \frac{e^{-\mu d} - e^{-\frac{\mu_{s1} d}{\cos\theta}}}{\mu_{s1} - \mu\cos\theta}, \qquad (10.4)$$

где n_a — число атомов в единице объема; Z — атомный номер материала рассеивателя; $\sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta)$ — дифференциальное микроскопическое сечение рассеяния энергии фотонов на угол θ на один электрон; μ, μ_{s1} — коэффициенты ослабления фотонов источника и однократно рассеянных на угол θ соответственно; x — глубина рассеивателя, измеряемая по нормали к поверхности среды.

Формулу (10.4) легко записать, если учесть, что $I_s e^{-\mu x}$ — плотность потока энергии фотонов на глубине x; $n_a Z$ — число электронов в единице объема; $n_a Z \sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta) = \Sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta)$ — дифференциальное макроскопическое сечение рассеяния энергии фотонов с энергией E_0 на угол θ; $I_s e^{-\mu x} \Sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta)$ — энергия фотонов, однократно рассеянных в единичный телесный угол в направлении θ на глубине x в единицу времени в единице объема среды, а $e^{-\frac{\mu_{s1}(d-x)}{\cos\theta}}$ учитывает ослабление рассеянных фотонов в среде.

В виде примера угловое распределение однократно рассеянного излучения, рассчитанное по формуле (10.4), и полного рассеянного излучения в зависимости от θ для плоского мононаправленного источника показано на рис. 10.10. В этих расчетах $\sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta)$ принималось равным сечению комптоновского рассеяния.

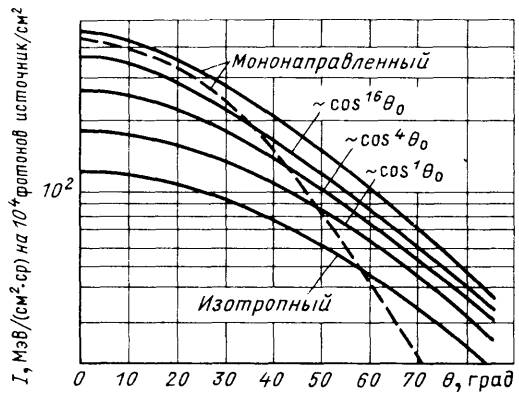


Рис. 10.10. Угловое распределение плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения за барьером из железа толщиной 3/μ для плоских источников с энергией $E_0=0{,}661$ МэВ с угловым распределением фотонов вида $[(n+1)/(2\pi)]\cos^n\theta$; штриховая линия — угловое распределение однократно рассеянного излучения мононаправленного источника при $\theta_0=0^\circ$

Рассмотрим ниже формулы для описания угловых характеристик рассеянного фотонного излучения источников с различным угловым распределением излучения. Формулы получены исходя из анализа закономерностей формирования поля рассеянного излучения и экспериментальной и расчетной информации для источников с $E_0=0{,}145\div7{,}0$ МэВ при толщине среды от $1{,}5\div2$ до 7 длин свободного пробега.

Плоский изотропный источник (п. и.) Угловая плотность потока энергии рассеянных фотонов, покидающих барьер через единичную площадку вблизи точки O, расположенной на внешней по отношению к источнику поверхности барьера, в единичный телесный угол в направлении θ для плоского изотропного источника (см. рис. 10.8, *г*) может быть рассчитана по формуле

$$I^{\text{п. и}}(E_0,\ d,\ \theta)=C^{\text{п. и}}\cos^{k-1}\theta, \qquad (10.5)$$

где $C^{\text{п. и}}=I_s(B_{\text{э}}^{\text{п. и}}-1)kE_1(\mu d)/(2\pi)$ — нормировочный множитель, определяемый из условия нормировки рассеянного излучения на границе среды; I_s — энергия, испускаемая с единицы поверхности плоского изотропного источника в единицу времени в полупространство в направлении защиты; $E_1(\mu d)$ — интегральная показательная функция; $B_{\text{э}}^{\text{п. и}}$ — энергетический фактор накопления плоского изотропного источника для точки O на внешней границе среды; $k=1{,}1(\mu d)^{0.8+\lg(0{,}1E_0)(1{,}6/Z+0{,}02)}$, где E_0 — энергия, МэВ; Z — атомный номер материала рассеивателя.

Приведенный нормировочный множитель $C^{\text{п. и}}$ легко определить, если проинтегрировать выражение (10.5) по телесному углу 2π ср

$$I^{\text{п. и}}(E_0,\ d)=\int_0^{2\pi}d\psi\int_0^{\pi/2}I^{\text{п. и}}(E_0,\ d,\ \theta)\sin\theta\,d\theta$$

и приравнять полученное выражение $I_sE_1(\mu d)(B_{\text{э}}^{\text{п. и}}-1)$.

В отличие от точечного изотропного и плоского мононаправленного источников, рассмотренных ниже, в угловом распределении плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения плоского изотропного источника с увеличением толщины материала защиты не устанавливается равновесия.

С увеличением d функция $I^{\text{п. и}}(E_0, d, \theta)$ в зависимости от угла θ становится все более анизотропной, так как вероятность поглощения растет быстрее для фотонов, детектируемых под большими углами θ. Анизотропия увеличивается также с увеличением энергии источника E_0 и атомного номера материала защиты Z.

Плоский мононаправленный источник. Рассмотрим случай нормального падения фотонов на барьер ($\theta_0=0^\circ$). Угловую плотность потока энергии рассеянного фотонного излучения в этом случае (рис. 10.8, *б*) можно описать зависимостью

$$I^{\text{п. м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)=\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i-1}C_i^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_i^{\text{п. м}}), \qquad (10.6)$$

где $C_i^{\text{п. м}}$ и $\theta_i^{\text{п. м}}$ — нормировочные множители и характеристические углы для i-го члена суммы; значения $\theta_i^{\text{п. м}}$ с погрешностью до 10% не зависят от d при $d\gtrsim(1{,}5\div2)/\mu$.

Для $E_0\leqslant2$ МэВ погрешность аппроксимации не превышает 10%, если в разложении удержать два члена ($n=2$)

$$I^{\text{п. м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)=C_1^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_1^{\text{п. м}})-C_2^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_2^{\text{п. м}}). \qquad (10.7)$$

Для энергий 2 МэВ $<E_0\leqslant7$ МэВ угловое распределение с той же погрешностью аппроксимируется рядом из трех членов ($n=3$):

$$I^{\text{п. м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)=C_1^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_1^{\text{п. м}})-$$
$$-C_2^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_2^{\text{п. м}})+C_3^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta_3^{\text{п. м}}). \qquad (10.8)$$

Первый член правой части выражений (10.6)–(10.8) определяет рассматриваемую зависимость в области углов $\theta\gtrsim15\div30^\circ$, второй учитывает особенность в поведении плотности потока энергии рассеянного излучения в области углов $0^\circ\leqslant\theta\lesssim15\div30^\circ$, третий вводит поправку при углах $\theta\gtrsim60\div70^\circ$.

В диапазоне углов $15\div30^\circ\lesssim\theta\lesssim60\div70^\circ$ формулы (10.6)—(10.8) ввиду малости второго и третьего членов суммы переходят в хорошо известную и часто приводимую в литературе зависимость вида

$$I^{\text{п. м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)=C^{\text{п. м}}\exp(-\theta/\theta^{\text{п. м}}), \qquad (10.9)$$

где $\theta^{\text{п. м}}\approx\theta_1^{\text{п. м}}$.

Нормировочные множители в (10.6)—(10.9) при известных характеристических углах $\theta_i^{\text{п. м}}$ определяется из соотношений

$$I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d)=\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)\sin\theta d\theta=$$

$$=I_s(B_{\text{э}}^{\text{п.м}}-1)\exp(-\mu d); \qquad (10.10)$$

$$\left[I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)\right]'_{\theta=0^\circ}=0; \qquad (10.11)$$

$$\left[I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)\right]''_{\theta=\theta_{\text{пер}}}=0, \qquad (10.12)$$

где I_s — энергия, испускаемая с единицы поверхности плоского мононаправленного источника в единицу времени в полупространство в направлении защиты; $B_{\text{э}}^{\text{п.м}}$ — энергетический фактор накопления для плоского мононаправленного источника; $\theta_{\text{пер}}$ соответствует углам, при которых наблюдается точка перегиба для зависимости $I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d,\ \theta)$ от θ.

Решая систему уравнений (10.10) и (10.11), можно определить следующие выражения для двух нормировочных множителей формулы (10.7) ($n=2$):

$$\left.\begin{aligned} C_2^{\text{п.м}}&=I_s\exp(-\mu d)\left[(B_{\text{э}}^{\text{п.м}}-1)/(2\pi)\right]\times\\ &\times\frac{\theta_2^{\text{п.м}}\left[1+(\theta_2^{\text{п.м}})^2\right]\left[1+(\theta_1^{\text{п.м}})^2\right]}{(\theta_1^{\text{п.м}})^2\left[1+(\theta_2^{\text{п.м}})^2\right]\left[\theta_1^{\text{п.м}}-\underset{\text{а}}{\exp(-\pi/(2\theta_1^{\text{п.м}}))}\right]-}\rightarrow\\ &\rightarrow\frac{}{-(\theta_2^{\text{п.м}})^2\left[1+(\theta_1^{\text{п.м}})^2\right]\left[\theta_2^{\text{п.м}}-\exp(-\pi/(2\theta_2^{\text{п.м}}))\right]};\\ C_1^{\text{п.м}}&=C_2^{\text{п.м}}\theta_1^{\text{п.м}}/\theta_2^{\text{п.м}}. \end{aligned}\right\} \qquad (10.13)$$

Характеристические углы в формулах — в радианах.

При представлении углового распределения в виде (10.8) ($n=3$) для определения трех нормировочных множителей необходимо решить совместно систему уравнений (10.10)—(10.12). Тогда получим нормировочные множители

$$\left.\begin{aligned} C_3^{\text{п.м}}&=\frac{B_{\text{э}}^{\text{п.м}}-1}{2\pi}I_s\exp(-\mu d)\left\{\frac{\theta_1^{\text{п.м}}\left[\theta_1^{\text{п.м}}-\exp(-\pi/(2\theta_1^{\text{п.м}}))\right]}{1+(\theta_1^{\text{п.м}})^2}A-\right.\\ &-\frac{\theta_2^{\text{п.м}}\left[\theta_2^{\text{п.м}}-\exp(-\pi/(2\theta_2^{\text{п.м}}))\right]}{1+(\theta_2^{\text{п.м}})^2}\left(\frac{A}{\theta_1^{\text{п.м}}}+\frac{1}{\theta_3^{\text{п.м}}}\right)\theta_2^{\text{п.м}}+\\ &\left.+\frac{\theta_3^{\text{п.м}}\left[\theta_3^{\text{п.м}}-\exp(-\pi/(2\theta_3^{\text{п.м}}))\right]}{1+(\theta_3^{\text{п.м}})^2}\right\}^{-1};\\ C_2^{\text{п.м}}&=C_3^{\text{п.м}}\left(A/\theta_1^{\text{п.м}}+1/\theta_3^{\text{п.м}}\right)\theta_2^{\text{п.м}};\\ C_1^{\text{п.м}}&=C_3^{\text{п.м}}A, \end{aligned}\right\} \qquad (10.14)$$

где

$$A=\frac{\theta_1^{\text{п.м}}}{\theta_3^{\text{п.м}}}\left[\frac{\exp(-\theta_{\text{пер}}/\theta_2^{\text{п.м}})}{\theta_2^{\text{п.м}}}-\frac{\exp(-\theta_{\text{пер}}/\theta_3^{\text{п.м}})}{\theta_3^{\text{п.м}}}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{\exp(-\theta_{\text{пер}}/\theta_1^{\text{п.м}})}{\theta_1^{\text{п.м}}}-\frac{\exp(-\theta_{\text{пер}}/\theta_2^{\text{п.м}})}{\theta_2^{\text{п.м}}}\right]^{-1}.$$

Для удобства расчетов значения A приведены в табл. 10.1 вместе со значениями характеристических углов.

При наклонном падении фотонов ($\theta_0\neq 0$) (см. рис. 10.8, *в*) в угловых характеристиках плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения за барьерами имеет место азимутальная асимметрия, растущая с увеличением угла θ_0, при этом максимум в угловом распределении наблюдается при углах $\theta_{\text{макс}}\leqslant\theta_0$.

Угловое распределение плотности потока энергии рассеянного излучения при $d\gtrsim(1{,}5\div 2)/\mu$ в неплохом приближении аппроксимируется зависимостью, подобной (10.6):

$$I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0,\ d,\ \theta',\ \psi)=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i-1}C_i^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0,\ d;\ \psi)\exp(\theta'/\theta_i^{\text{п.м}}), \qquad (10.15)$$

где θ' отсчитывается от направления $\theta_{\text{макс}}$.

При $d\gtrsim 3/\mu$ $\theta_i^{\text{п.м}}$ практически не зависят от толщины среды.

Плоский источник с произвольным угловым распределением фотонов (п. п.). Для плоских источников с промежуточным угловым распределением фотонов между мононаправленным и изотропным — с угловым распределением излучения вида $[(n+1)/(2\pi)]\cos^n\theta_0$ — плотность потока энергии рассеянного излучения на границе среды может быть представлена суммой соответствующих величин для плоских мононаправленных и изотропных источников, взятых с некоторыми весами:

$$I^{\text{п.п}}(E_0,\ d;\ \theta)=p_1I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d;\ \theta)+p_2I^{\text{п.и}}(E_0,\ d;\ \theta). \qquad (10.16)$$

Величины $I^{\text{п.п}}(E_0,\ d;\ \theta)$, $I^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d;\ \theta)$, $I^{\text{п.и}}(E_0,\ d;\ \theta)$ нормированы на одну и ту же мощность источника.

Коэффициенты p_1 и p_2 находятся из соотношения для плотности потока энергии нерассеянного фотонного излучения на границе среды

$$I_0^{\text{п.п}}(E_0,\ d)=p_1I_0^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d)+p_2I_0^{\text{п.и}}(E_0,\ d) \qquad (10.17)$$

и очевидного соотношения

$$p_1+p_2=1. \qquad (10.18)$$

Соотношение (10.17) можно записать в виде

$$p_1I_0^{\text{п.м}}(E_0,\ \theta_0=0^\circ,\ d)/I_0^{\text{п.п}}(E_0,\ d)+p_2I_0^{\text{п.и}}(E_0,\ d)/I_0^{\text{п.п}}(E_0,\ d)=1. \qquad (10.19)$$

Так как закон ослабления в защите нерассеянного фотонного излучения источников вида $[(n+1)/(2\pi)]\cos^n\theta_0$ известен, нетруд-

Таблица 10.1. **Значения характеристических углов $\theta_i^{\text{п.м}}$ для плоских моно**

Материал	$\theta_i^{\text{п.м}}$, град, при энергии							
	0,145		0,28		0,661		1,25	
	$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$	$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$	$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$	$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$
Вода	43	22	42	16,5	35	10,0	25	6,3
Алюминий	38	20	39	16,0	32	9,8	24	5,8
Железо	26	10,5	32	11,5	29	9,4	22,5	5,5
Свинец	18,5	9,5	19,5	9,5	17,5	7,5	15	5,2

* Константы рассчитаны с учетом аннигиляционного излучения для толщины

но получить для целого n вместо соотношения (10.19) выражение вида

$$\frac{p_1 \exp(-\mu d)}{(n+1)E_{n+1}(\mu d)} + \frac{p_2 E_1(\mu d)}{(n+1)E_{n+1}(\mu d)} = 1, \qquad (10.20)$$

где $E_i(\mu d)$ — интегральная показательная функция i-го порядка.

Решая систему уравнений (10.18) и (10.20), находим

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \frac{(n+1)E_{n+1}(\mu d) - E_1(\mu d)}{\exp(-\mu d) - E_1(\mu d)}; \\ p_2 &= 1 - p_1. \end{aligned}\right\} \qquad (10.21)$$

В практических расчетах рекомендованный выше подход к определению поля излучения можно использовать, если реальное угловое распределение достаточно хорошо аппроксимируется функцией пропорциональной $\cos^n\theta_0$ хотя бы при $0^\circ \leqslant \theta_0 \lesssim 60^\circ$, так как фотоны, входящие в защиту под углами $\theta_0 \gtrsim 60^\circ$, не вносят существенного вклада в поле излучения за защитой. При углах $\theta_0 > 60^\circ$ аппроксимирующая функция может более существенно отличаться от реального распределения, особенно при достаточно больших значениях n.

Для гетерогенных барьеров зависимость плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения от угла детектирования для плоских источников при толщине последнего слоя $d \gtrsim (1{,}5 \div 2)/\mu$ имеет ту же форму, что и для гомогенного барьера такой же полной оптической толщины, выполненного из материала последнего слоя защиты. Нормировочные множители при этом следует определять по факторам накопления для гетерогенной защиты (см. § 10.5).

Для рассмотренных плоских источников более анизотропным является угловое распределение плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения мононаправленного источника (рис. 10.10).

направленных источников при $\theta_0 = 0^\circ$ (без учета аннигиляционного излучения)

источника E_0, МэВ

2,75				7,0			
$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$	$\theta_3^{\text{п.м}}$	A	$\theta_1^{\text{п.м}}$	$\theta_2^{\text{п.м}}$	$\theta_3^{\text{п.м}}$	A
11	4,1	31	4,53	7,0	3,2	23,0	18,8
10	4,1	28	4,30	7,0	3,2	19,8	8,3
9,5	4,1	25	3,2	7,0	3,2	19,0	6,72
9	3,9	19	3,1	6,7	3,2	16	4,66
				8,4*	4*	22*	

защиты $d \approx 2/\mu$.

Точечный изотропный источник (т. и.). Угловое распределение плотности потока энергии рассеянного излучения в направлении θ в диапазоне углов $0^\circ \lesssim \theta \lesssim 75^\circ$ за барьерами толщиной $d \gtrsim 1{,}5/\mu$ (см. рис. 10.8, *а*) может быть описано с погрешностью до 15% зависимостью

$$I^{\text{т.и}}(E_0, d, \theta) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i-1} C_i^{\text{т.и}} \exp(-\theta/\theta_i^{\text{т.и}})/\sin\theta, \qquad (10.22)$$

где $\theta_i^{\text{т.и}}$ — характеристические углы, с погрешностью 10% не зависящие от толщины барьера; $C_i^{\text{т.и}}$ — нормировочные множители.

Для изотропных источников при $E_0 < 2{,}75$ МэВ в разложении достаточно удержать два члена ($n = 2$):

$$I^{\text{т.и}}(E_0, d, \theta) = (C^{\text{т.и}}/\sin\theta)\left[\exp(-\theta/\theta_1^{\text{т.и}}) - \exp(-\theta/\theta_2^{\text{т.и}})\right], \qquad (10.23)$$

при этом $C_1^{\text{т.и}} = C_2^{\text{т.и}} = C^{\text{т.и}}$. Смысл двух членов в правой части тот же, что и в формуле (10.7).

Из условия нормировки можно определить

$$C^{\text{т.и}} = I_0^{\text{т.и}}\left[(B_3^{\text{т.и}} - 1)/(2\pi)\right] / \{\theta_1^{\text{т.и}}\left[1 - \exp(-\pi/(2\theta_1^{\text{т.и}}))\right] - \theta_2^{\text{т.и}}\left[1 - \exp(-\pi/(2\theta_2^{\text{т.и}}))\right]\},$$

где $I_0^{\text{т.и}}$ — плотность потока энергии нерассеянного излучения на выходе из защиты.

Зависимость $\theta_1^{\text{т.и}}$ от энергии для разных сред приведена на рис. 10.11.

Для определения $\theta_2^{\text{т.и}}$ можно использовать с погрешностью до 20% соотношение

$$\theta_1^{\text{т.и}}/\theta_2^{\text{т.и}} = \theta_1^{\text{п.м}}/\theta_2^{\text{п.м}},$$

из которого

$$\theta_2^{\text{т.и}} = \theta_1^{\text{т.и}}\theta_2^{\text{п.м}}/\theta_1^{\text{п.м}}.$$

Как и для плоского мононаправленного источника, при углах наблюдения $\theta \gtrsim 15 \div 30^\circ$ (10.23) переходит в хорошо известное и часто приводимое в литературе выражение вида

$$I^{\text{т.и}}(E_0, d, \theta) = (C^{\text{т.и}}/\sin\theta)\exp(-\theta/\theta^{\text{т.и}}), \qquad (10.24)$$

где $\theta^{\text{т.и}} \approx \theta_1^{\text{т.и}}$.

Зависимость вида (10.24) сохраняется для угловых плотностей потока энергии рассеянного фотонного излучения в геометрии рис. 10.8, *д* до значений β по крайней мере 65°, если θ изменяется в диапазоне углов 10—140°.

Влияние связи электронов в атоме на перенос низкоэнергетического γ-излучения. Учет связи электронов в атоме при рассеянии фотонов (см. § 2.2) в диапазоне небольших энергий приводит к значительному увеличению плотности потока рассеянного излучения в области небольших углов рассеяния.

Для когерентного рассеяния $\mu = \mu_{s1}$, где μ и μ_{s1} — коэффициенты ослабления фотонов источника и однократно рассеянных на угол θ фотонов соответственно. Тогда формула (10.4) с учетом формул (2.35), (2.36) для когерентного рассеяния запишется в виде

$$I_{\text{ког}}^{\text{п.м, однокр}}(E_0, d, \theta) = I_s n_a \sigma_0(\theta)\cos\theta\,[F(|\mathbf{p}_e|, Z)]^2 \frac{e^{-\mu d} - e^{-\frac{\mu d}{\cos\theta}}}{\mu(1-\cos\theta)}. \qquad (10.25)$$

Отсюда можно определить для $\theta > 0^\circ$ соотношение $I_{\text{ког}}^{\text{п.м, однокр}}$ к подобной величине при комптоновском рассеянии

$$\frac{I_{\text{ког}}^{\text{п.м. однокр}}(E_0, d, \theta)}{I_{\text{к}}^{\text{п.м. однокр}}(E_0, d, \theta)} = \frac{r_0^2}{2}\frac{1+\cos^2\theta}{Z\sigma_{\text{нк}}^{\text{кн}}(E_0, \theta)}\left[[F(|\mathbf{p}_e|, Z)]^2 \frac{e^{-\mu d} - e^{-\frac{\mu d}{\cos\theta}}}{e^{-\mu d} - e^{-\frac{\mu_{s1} d}{\cos\theta}}} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\mu_{s1} - \mu\cos\theta}{\mu(1-\cos\theta)}\right]. \qquad (10.26)$$

Легко показать, что при $\theta = 0^\circ$ это отношение будет максимально. В этом случае и для комптоновского рассеяния $\mu = \mu_{s1}$ и справедливо соотношение

$$\frac{I_{\text{ког}}^{\text{п.м, однокр}}(E_0, d, \theta)}{I_{\text{к}}^{\text{п.м, однокр}}(E_0, d, \theta)} = Z, \qquad (10.27)$$

так как формфактор при $\theta = 0^\circ$ равен Z.

Характерные результаты расчетов по формуле (10.4) представлены на рис. 10.12, где выполнены расчеты, принимая $\sigma_{\text{рас}}(E_0, \theta)$ в формуле (10.4) равными сечению для когерентного рассеяния, комптоновского рассеяния и некогерентного рассеяния на связанных электронах соответственно. Данные рис. 10.12 показывают, что учет связи электронов в атоме в данном диапазоне энергий приводит к значительному увеличению плотности потока рассеянного излучения в области малых углов.

При увеличении энергии фотонов вклад когерентного рассеяния все более резко спадает с ростом угла θ. Это связано с зависимостью формфактора от угла.

Нарастание числа фотонов, приходящих в детектор под большими углами (рис. 10.12, *б*), для когерентного и комптоновского рассеяния обусловлено значительным увеличением соответствующей области рассеяния: при рассеянии на бóльшие углы участвуют бóльшие площади поверхности барьера.

§ 10.3. Зависимость фактора накопления фотонного излучения от условий задачи

Фактор накопления зависит от всех условий задачи: регистрируемого эффекта, характеристик источника (энергетического состава, геометрии и углового распределения излучения),

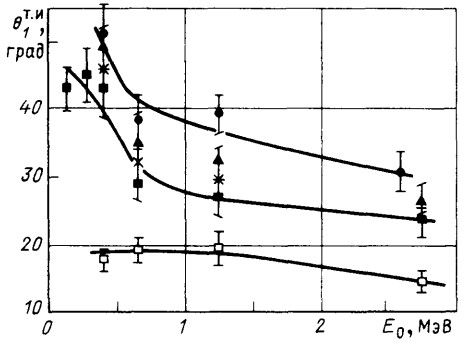
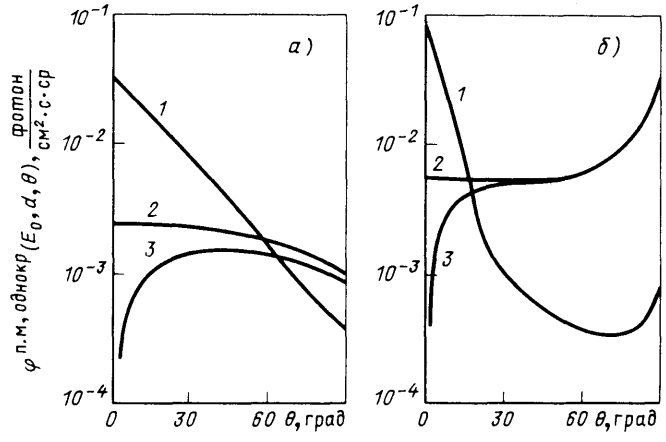


Рис. 10.11. Зависимость $\theta_1^{\text{т.и}}$ от энергии фотонного излучения: ● — для воды (плексигласа); ■ — для алюминия; ▲ — для железа; □ — для свинца (по данным разных авторов)

Рис. 10.12. Угловое распределение однократно рассеянного фотонного излучения плоских мононаправленных источников для барьера из алюминия 1 мм для $E_0 = 20$ кэВ (*а*) и $E_0 = 70$ кэВ (*б*):
для когерентного рассеяния (*1*), комптоновского (*2*) и некогерентного на связанных электронах (*3*)



характеристик защитной среды (геометрии защиты, в том числе ее толщины, порядкового номера материала среды, компоновки защиты), взаимного расположения источника, защиты и детектора.

Зависимость фактора накопления от регистрируемого эффекта. Для различных регистрируемых эффектов выделяют следующие факторы накопления (для моноэнергетических источников фотонов с энергией E_0):

числовой (для плотности потока фотонов)

$$B_{\text{ч}}(d) = \frac{\int_0^{E_0} \varphi(d, E)\, dE}{\varphi_0(d)}, \qquad (10.28)$$

энергетический (для плотности потока энергии фотонов)

$$B_{\text{э}}(d) = \frac{\int_0^{E_0} \varphi(d, E)\, E dE}{\varphi_0(d)\, E_0}, \qquad (10.29)$$

дозовый (для поглощенной дозы в воздухе, для экспозиционной дозы)

$$B_{\text{д}}(d) = \frac{\int_0^{E_0} \varphi(d, E)\, E\mu_{en}^{\text{в}}(E)\, dE}{\varphi_0(d)\, E_0 \mu_{en}^{\text{в}}(E_0)}, \qquad (10.30)$$

поглощенной энергии (для поглощенной в среде энергии)

$$B_{\text{п}}(d) = \frac{\int_0^{E_0} \varphi(d, E)\, E\mu_{en}^{\text{ср}}(E)\, dE}{\varphi_0(d)\, E_0 \mu_{en}^{\text{ср}}(E_0)}, \qquad (10.31)$$

кермы

$$B_{\text{к}}(d) = \frac{\int_0^{E_0} \varphi(d, E)\, E\mu_{tr}^{\text{ср}}(E)\, dE}{\varphi_0(d)\, E_0 \mu_{tr}^{\text{ср}}(E_0)}, \qquad (10.32)$$

где $\varphi(d, E)$ — пространственно-энергетическое распределение плотности потока нерассеянного и рассеянного первичного и вторичного излучения; $\varphi_0(d)$ — пространственное распределение плотности потока нерассеянного в среде первичного излучения; $\mu_{en}^{\text{в}}(E)$, $\mu_{en}^{\text{ср}}(E)$ — коэффициенты поглощения энергии фотонов в воздухе и в некоторой среде соответственно; $\mu_{tr}^{\text{ср}}(E)$ — коэффициент передачи энергии фотонов в некоторой среде.

Переход от числового фактора накопления к энергетическому осуществляется по существу тем, что при расчете энергетического фактора накопления все фотоны берутся с весовым множителем, равным их энергии. Так как энергия рассеянных фотонов E в числителе формулы (10.29) всегда меньше энергии E_0 в знаменателе этой же формулы, то, следовательно, энергетический фактор накопления всегда меньше числового. Вместе с тем заметим, что числовые факторы накопления большого интереса для фотонного излучения не имеют, так как в практических задачах редко измеряется или рассчитывается плотность потока фотонов.

При переходе от энергетического фактора накопления к дозовому [формула (10.30)] идет домножение энергетической плотности потока энергии фотонов $\varphi(d, E)E$ на коэффициент поглощения энергии в воздухе $\mu_{en}^{\text{в}}(E)$ (рис. 3.2, *а*). Зависимость $\mu_{en}^{\text{в}}$ от E в диапазоне энергий ниже 0,1 МэВ подчиняется в первом приближении закону $1/\sqrt{E}$, в области энергий 0,1—2 МэВ $\mu_{en}^{\text{в}}$ слабо изменяется (постоянен с погрешностью $\pm 14\%$ среднего значения, затем с ростом энергии идет спад $\mu_{en}^{\text{в}}(E)$. Следовательно, в числителе формулы (10.30) для рассеянного излучения мы обычно домножаем $\varphi(d, E)E$ на коэффициент $\mu_{en}^{\text{в}}(E < E_0)$, больший $\mu_{en}^{\text{в}}(E_0)$. Поэтому дозовый фактор накопления обычно больше энергетического. Это расхождение может достигать нескольких десятков процентов. Исключение составляет область энергий 0,1—0,5 МэВ, где с ростом энергии $\mu_{en}^{\text{в}}(E)$ увеличивается на 28%. Поэтому для энергий фотонов источника около 0,5 МэВ $B_{\text{э}}$ может быть немного больше $B_{\text{д}}$, особенно для средних по атомному номеру сред.

Заметим, что дозовый фактор накопления тождественно равен фактору накопления поглощенной энергии в воздухе. Фактор накопления по керме в воздухе совпадает с дозовым фактором накопления, если можно пренебречь долей энергии вторичных заряженных частиц g, переходящей в тормозное излучение (рис. 1.8). Для воздуха и энергий радионуклидных источников $g \lesssim 0{,}01$, для $E_0 \leqslant 10$ МэВ $g \lesssim 0{,}04$. Поэтому отмеченное утверждение с этими небольшими погрешностями можно считать справедливым.

В этом параграфе ниже для простоты анализа часто не рассматривается вторичное излучение.

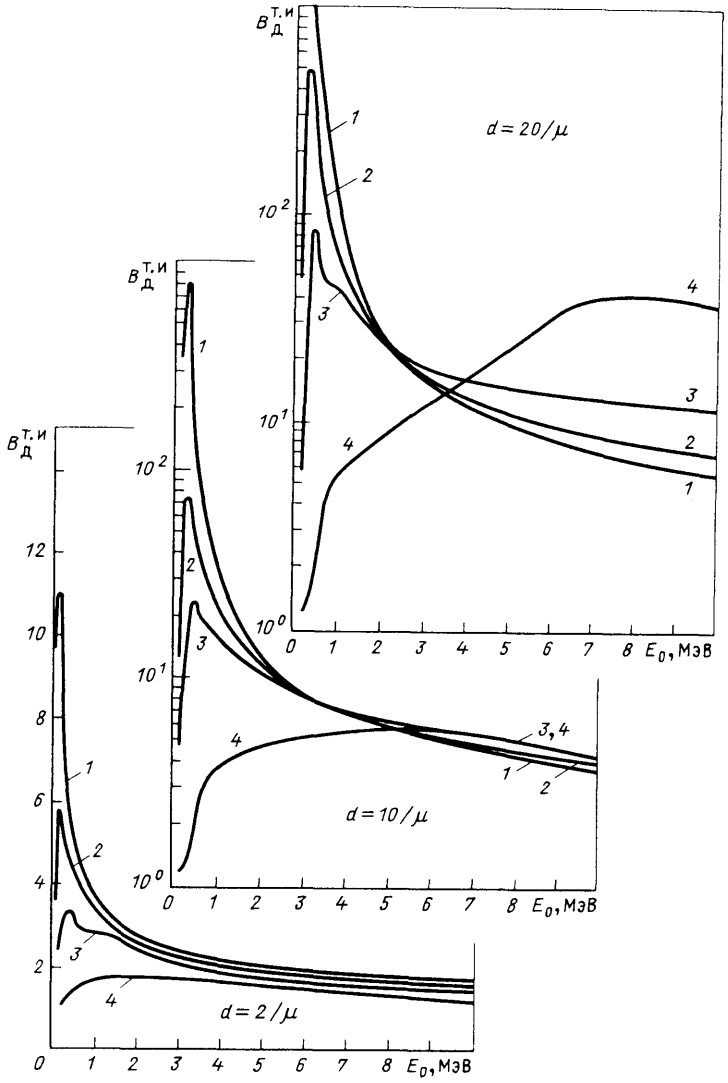


Рис. 10.13. Зависимость дозового фактора накопления точечного изотропного источника в бесконечной водной (*1*), алюминиевой (*2*), железной (*3*) и свинцовой (*4*) средах от энергии фотонов источника для различных расстояний d между источником и детектором

Зависимость фактора накопления от энергии фотонов источника (рис. 10.13). Для легких и средних по атомному номеру сред при $E_0 \leqslant E_{мин}$ с уменьшением энергии излучения источника пики (максимумы) в области низких энергий спектров мало изменяются по форме и положению, однако роль их в полном

спектре все время возрастает. Это приводит к росту фактора накопления с уменьшением начальной энергии фотонов при данной толщине среды из легких и средних элементов. При этом фактор накопления может достигать очень больших значений. Например, для $E_0 = 200$ кэВ при расстоянии детектора от точечного изотропного источника в бесконечной водной среде 20 длин свободного пробега дозовый фактор накопления равен 1350.

Увеличение фактора накопления с уменьшением энергии фотона можно объяснить также увеличением отношения средней энергии рассеянных фотонов в случае комптоновского эффекта к энергии падающего фотона при уменьшении E_0.

С дальнейшим уменьшением E_0 фактор накопления стремится к единице из-за быстрого роста фотопоглощения. При этом энергия источника «попадает» в энергетический диапазон, соответствующий пику (максимуму) энергетического спектра в области низких энергий, и начинается «выедание» пика за счет фотопоглощения, которое ведет к уменьшению фактора накопления с уменьшением E_0. Так, в зависимости $B = B(E_0)$ появляется максимум в области низких энергий для легких и средних элементов.

При больших расстояниях между источником и детектором и $E_0 \gtrsim 2 \div 4$ МэВ (рис. 10.13 при $\mu d = 20$) фактор накопления больше для более тяжелых сред, что объясняется особенностью формирования энергетического распределения рассеянных фотонов при этих энергиях и μd (рис. 10.3, *г*).

Для тяжелых материалов фактор накопления мал, так как преобладает фотоэлектрическое поглощение. Значение этого эффекта уменьшается с увеличением E_0, и фактор накопления сначала растет. При малой толщине среды значение фактора накопления проходит через максимум в области 1—2 МэВ, а затем уменьшается с ростом E_0.

На больших расстояниях от источника для больших энергий излучения источника ($E_0 > E_{мин}$) происходит увеличение концентрации фотонов, рассеянных до энергии вблизи $E_{мин}$ и распространяющихся затем в среде в соответствии с коэффициентом ослабления, близким к $\mu_{мин}$. Это приводит к росту фактора накопления с увеличением E_0. Для высоких значений E_0 поглощение фотонов за счет эффекта образования пар дает большой вклад в процессы взаимодействия, и фактор накопления начинает понижаться с ростом E_0. Поэтому при больших расстояниях от источника максимум фактора накопления, например для свинца, находится в области $E_0 = 6 \div 8$ МэВ.

Зависимости от энергии источника и толщины выбранной среды, подобные приведенным на графиках рис. 10.13, можно проиллюстрировать аппроксимационной поверхностью для фактора накопления (рис. 10.14).

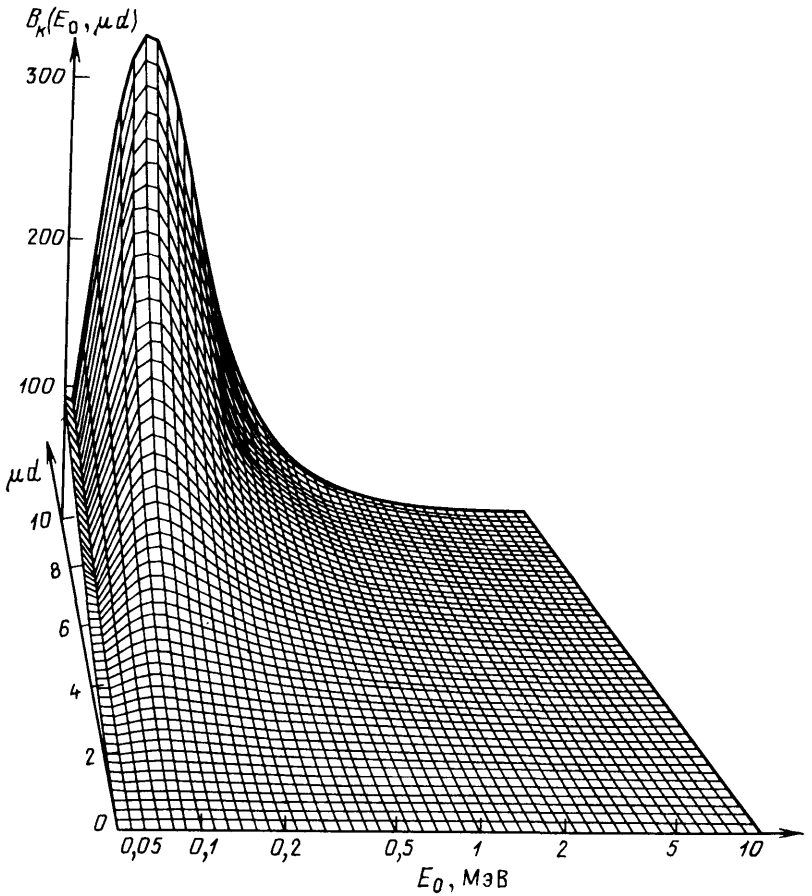


Рис. 10.14. Зависимость фактора накопления по воздушной керме точечного изотропного источника в бесконечной воздушной среде от энергии фотонов источника E_0 и расстояния от источника μd

Зависимость фактора накопления от геометрии источника. Рассмотрим эту зависимость на примере плоских источников различных геометрических размеров, но одинакового углового и энергетического распределения излучений. Достаточно просто указанную зависимость можно проследить на примере плоских мононаправленных $(\theta_0 = 0°)$ источников.

Пусть в бесконечной среде расположен дисковый мононаправленный источник радиусом a (рис. 10.15, *а*). На оси источника на расстоянии μd от него помещен детектор d. В этом случае детектор регистрирует нерассеянные фотоны *1* и рассеянные в среде фотоны *2* и *3*. С увеличением диаметра

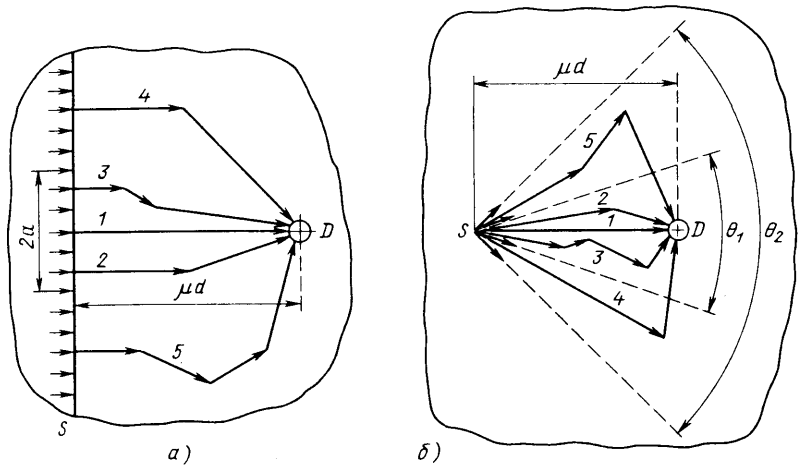


Рис. 10.15. К рассмотрению зависимости фактора накопления от геометрии источника (*а*) и углового распределения излучения источника (*б*)

плоского источника при постоянной поверхностной мощности источника число регистрируемых нерассеянных фотонов *1* не изменяется, а число рассеянных детектируемых фотонов растет (за счет фотонов *4* и *5*), что приводит к увеличению фактора накопления. Таким образом, с увеличением протяженности источника фактор накопления возрастает. При некотором достаточно большом диаметре источника, зависящем от E_0 и μd, фактор накопления становится практически равным фактору накопления плоского мононаправленного источника.

Зависимость фактора накопления от углового распределения излучения источника. Рассмотрим зависимость на примере точечных изотропных коллимированных источников с углом коллимации θ, помещенных в бесконечную среду (рис. 10.15, *б*). Для угла коллимации θ_1 детектор наряду с непровзаимодействовавшими со средой фотонами *1* регистрирует рассеянные в среде фотоны *2* и *3*. С увеличением угла коллимации, например, до θ_2 при постоянной мощности излучения источника в единичный телесный угол детектор регистрирует прежнее число нерассеянных фотонов *1*, число регистрируемых рассеянных в среде фотонов возрастает (за счет фотонов *4* и *5*), что приводит к увеличению фактора накопления. С дальнейшим ростом угла коллимации фактор накопления возрастает и при некотором достаточно большом значении θ, зависящем от E_0 и μd, практически становится равным фактору накопления точечного изотропного источника.

Таким образом, увеличение изотропии источника приводит к возрастанию фактора накопления. В частности, фактор накопления плоского изотропного источника больше фактора накопле-

ния плоского мононаправленного источника для защиты одной и той же толщины.

Фактор накопления при наклонном падении мононаправленного излучения источника больше фактора накопления для случая нормального падения излучения. Интересно отметить, что с погрешностью до 20% при углах $\theta_0 \leqslant 45^\circ$ и $\mu d/\cos\theta_0 \lesssim 6$ можно пользоваться значениями факторов накопления при $\theta_0 = 0^\circ$, взятыми для измеренных вдоль луча источника идентичных толщин барьеров.

Зависимость фактора накопления от геометрии защиты. Приведенное в § 3.7 (см. рис. 3.11) рассмотрение типичных траекторий нерассеянных и рассеянных фотонов для разных геометрий защиты позволяет легко записать следующее соотношение для факторов накопления: $B_\infty > B_{1/2\infty} > B_{\text{бар}} > B_{\text{огр}}$, где B_∞, $B_{1/2\infty}$, $B_{\text{бар}}$, $B_{\text{огр}}$ — факторы накопления соответственно для бесконечной, полубесконечной, барьерной и ограниченной геометрии защиты при постоянной толщине среды между источником и детектором.

Зависимость фактора накопления от толщины защиты. С увеличением толщины среды между источником и детектором факторы накопления возрастают (рис. 10.16). Эта закономерность связана с отсутствием равновесия между числом рассеянных и нерассеянных фотонов при увеличении толщины защиты. Последнее обусловлено, в частности, накоплением с удалением от источника числа фотонов, рассеянных на малые углы с

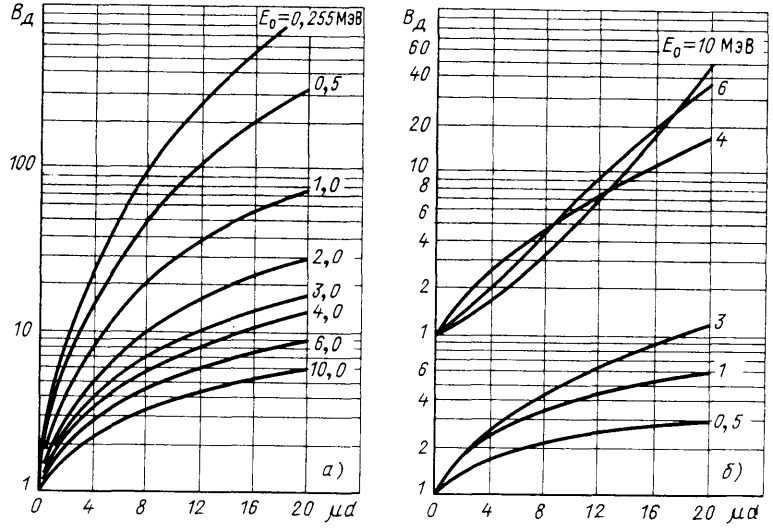


Рис. 10.16. Зависимость дозового фактора накопления от расстояния между детектором и точечным изотропным источником с энергией E_0 в бесконечной водной (*а*) и свинцовой (*б*) средах

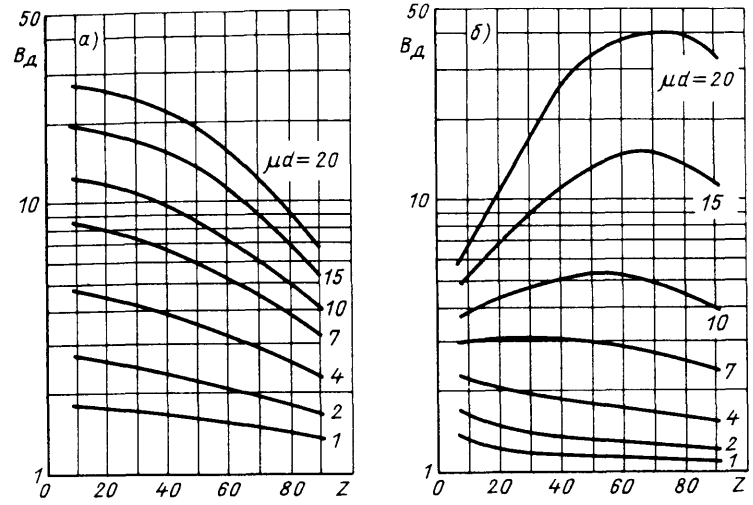


Рис. 10.17. Зависимость дозового фактора накопления от атомного номера материала среды Z для точечного изотропного источника с энергией 2 МэВ (*а*) и 10 МэВ (*б*) для различных расстояний между источником и детектором μd

небольшим изменением энергии. На малых расстояниях от источника это однократно рассеянные на небольшие углы фотоны, на больших глубинах среды это фотоны, испытавшие много рассеяний на малые углы. В связи с тем что энергия этих фотонов близка к энергии первичных, они распространяются вместе с нерассеянными фотонами на достаточно большие расстояния от места рассеяния. С удалением от источника доля этих фотонов, образующихся за счет нерассеянных, в общем потоке рассеянного и нерассеянного излучения возрастает.

Для высоких энергий излучения источника и элементов с умеренно низкими Z скорость возрастания фактора накопления близка к линейной (рис. 10.16, *а*). Для тяжелых элементов (рис. 10.6, *б*) фактор накопления растет медленно с расстоянием, если $E_0 \leqslant E_{\text{мин}}$. Для источников с $E_0 > E_{\text{мин}}$ распространение большинства фотонов определяется коэффициентом $\mu_{\text{мин}}$, а не μ, где $\mu_{\text{мин}}$ — коэффициент ослабления для энергии фотонов $E_{\text{мин}}$. Следовательно, фактор накопления, в знаменателе выражения которого стоит плотность потока нерассеянных фотонов, быстро растет при большой толщине среды, по крайней мере как $\exp[(\mu - \mu_{\text{мин}})d]$.

Зависимость фактора накопления от атомного номера материала среды. В большинстве случаев фактор накопления убывает с увеличением Z (рис. 10.17). Исключение составляет зависимость $B = B(Z)$ для высоких энергий излучения источников ($E_0 \gtrsim$ $\gtrsim$ 3,0 МэВ) при больших глубинах распространения. В этих условиях фактор накопления в зависимости от Z сначала

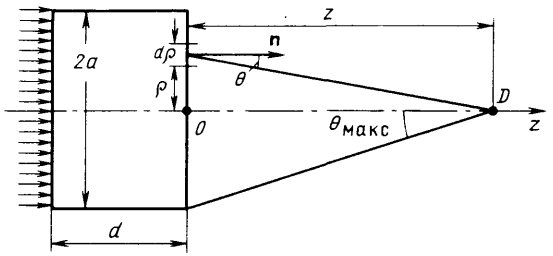


Рис. 10.18. К определению фактора накопления в точке детектирования D для цилиндрической защиты и мононаправленного источника

растет, проходит через максимум и затем убывает. Объясняются данные зависимости закономерностями формирования энергетических распределений (рис. 10.3).

Зависимость фактора накопления от взаимного расположения источника, защиты и детектора. Для ограниченных источников и (или) ограниченных защит при удалении точки детектирования D от защиты фактор накопления уменьшается. Объясняется это различными угловыми распределениями нерассеянного и рассеянного излучения, покидающего защиту.

Используя известные угловые распределения рассеянного излучения на выходе из защиты (§ 10.2), можно определить фактор накопления в точках детектирования, удаленных от поверхности защиты.

Рассмотрим зависимость фактора накопления от взаимного расположения источника, защиты и детектора на примере точечных изотропных и плоских мононаправленных источников, излучение которых падает на торец цилиндрической защиты. Рассмотрение проведем на примере энергетических факторов накопления.

Пусть на торец цилиндрической защиты диаметром $2a$ и длиной d (рис. 10.18) падает пучок мононаправленного излучения с энергией фотонов E_0, полностью и равномерно омывающего торец цилиндра. На поверхности цилиндра на выходе из среды энергетический фактор накопления примем равным $B_э(E_0, \mu d, z=0)$.

Для определения фактора накопления на оси цилиндра на расстоянии z от поверхности защиты рассчитаем плотность потока энергии рассеянного излучения:

$$I(\mu d, z)=\int_0^{2\pi}\int_0^{a} I^{п.м}(E_0, \theta_0=0^\circ, d, \theta)\frac{\cos\theta\rho d\rho d\psi}{\rho^2+z^2}, \qquad (10.33)$$

где $I^{п.м}(E_0, \theta_0=0^\circ, d, \theta)$ — угловое распределение плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения на поверхности защиты, задаваемое выражениями (10.6)—(10.9). Для простоты дальнейших выкладок примем выражение вида (10.9). Нормировочный множитель $C^{п.м}$ в этом выражении можно определить,

если проинтегрировать выражение (10.9) по телесному углу 2πср

$$I(E_0, \mu d)=\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} I^{п.м}(E_0, \theta_0=0^\circ, d, \theta)\sin\theta d\theta \qquad (10.34)$$

и учесть, что, с другой стороны,

$$I(E_0, \mu d)=I_s(B_э-1)\exp(-\mu d)=I_0(B_э-1), \qquad (10.35)$$

где I_s — поверхностная мощность излучения источника; I_0 — плотность потока энергии нерассеянного излучения на выходе из защиты. Тогда из равенств (10.34) и (10.35) легко получить

$$C^{п.м}=I_0(B_э-1)\left[1+(\theta^{п.м})^2\right]/\{2\pi\theta^{п.м}\left[\theta^{п.м}-\exp\left(-\pi/(2\theta^{п.м})\right)\right]\}. \qquad (10.36)$$

Заменяя $\rho/z=\operatorname{tg}\theta$ и учитывая, что $d\rho/z=d\theta/\cos^2\theta$, определяем

$$I(\mu d, z)=2\pi\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)} I^{п.м}(E_0, \theta_0=0^\circ, d, \theta)\sin\theta d\theta. \qquad (10.37)$$

Интегрируя выражение (10.37) и используя формулу (10.36), получаем

$$I(\mu d, z)=\frac{I_0\left[B_э(\mu d, z=0)-1\right]\left[1+(1/\theta^{п.м})^2\right]}{1-(1/\theta^{п.м})\exp\left(-\pi/(2\theta^{п.м})\right)}\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)}\exp\left(-\theta/\theta^{п.м}\right)\sin\theta d\theta=$$

$$=\frac{I_0\left[B_э(\mu d, z=0)-1\right]}{1-(1/\theta^{п.м})\exp\left(-\pi/(2\theta^{п.м})\right)}\left[1-\frac{\exp\left[-\operatorname{arctg}(a/z)/\theta^{п.м}\right]}{\sqrt{1+(a/z)^2}}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{a}{z}\frac{1}{\theta^{п.м}}+1\right)\right]. \qquad (10.38)$$

Учитывая, что $I(\mu d, z)/I_0(\mu d, z)=B_э(\mu d, z)-1$ и I_0 постоянно для любого z, можно записать

$$\frac{B_э(\mu d, z)-1}{B_э(\mu d, z=0)-1}=\frac{1}{1-(1/\theta^{п.м})\exp\left(-\pi/(2\theta^{п.м})\right)}\times$$

$$\times\left[1-\frac{\exp\left[-\operatorname{arctg}(a/z)/\theta^{п.м}\right]}{\sqrt{1+(a/z)^2}}\left(\frac{a}{z}\frac{1}{\theta^{п.м}}+1\right)\right]. \qquad (10.39)$$

Рассмотрим два частных случая.

1. Защита представляет собой полубесконечный барьер ($\theta_{макс}=\pi/2$), источник — бесконечный плоский, мононаправленный. В этом случае правая часть выражения (10.39) равняется единице. Следовательно, $B_э(\mu d, z)=B_э(\mu d, z=0)$.

2. Защита имеет форму тонкого цилиндра ($a\to 0$). Для такой защиты $B_э(\mu d, z)=1$, т. е. при этом ограничении воспроизводится геометрия узкого пучка.

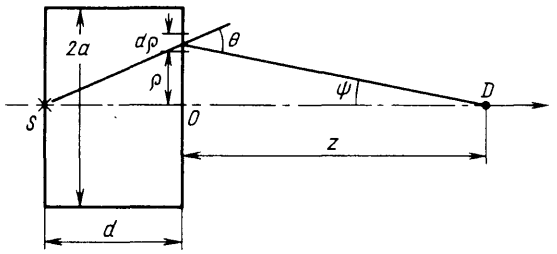


Рис. 10.19. К определению фактора накопления в точке детектирования D для цилиндрической защиты и точечного изотропного источника S на поверхности защиты

При выводе соотношения (10.39) предполагалось, что закон формирования углового распределения рассеянного излучения справедлив на всей видимой из точки детектирования поверхности защиты. При этом не учитывается краевой эффект, искажающий у границы указанную закономерность. Для учета этого эффекта целесообразно в расчетах выбирать эффективный радиус цилиндра, несколько меньший реального радиуса защиты.

Обычно мононаправленный источник реализуется удалением точечного изотропного на достаточное расстояние от защиты. В этом смысле рассмотренный выше вариант является идеализацией практических задач. Для точечных изотропных источников, удаленных на достаточное расстояние r по оси от защиты, когда угловое распределение рассеянного излучения на противоположной поверхности защиты хорошо описывается зависимостью вида (10.9), можно написать

$$\frac{B_3(\mu d,\, z)-1}{B_3(\mu d,\, z=0)-1}=\frac{\left[1+(1/\theta^{\text{п.м}})\right]^2\exp\left(-\mu d\right)\left[1+z/(d+r)\right]^2}{1-(1/\theta^{\text{п.м}})\exp\left(-\pi/(2\theta^{\text{п.м}})\right)}\times$$

$$\times\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)}\frac{\exp\left\{-\mu d\sqrt{1+\left[\operatorname{tg}\psi z/(d+r)\right]^2}\right\}}{\sqrt{1+\left[\operatorname{tg}\psi\cdot z/(d+r)\right]^2}}\times$$

$$\times\frac{\exp\left\{-(1/\theta^{\text{п.м}})\left[\operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}\psi\cdot z/(d+r)\right]+\psi\right]\right\}}{\sqrt{1+\left[\operatorname{tg}\psi\cdot z/(d+r)\right]^2}}\sin\psi d\psi. \qquad (10.40)$$

Заметим, что в формуле (10.40) и ниже в этом параграфе через ψ обозначен угол, показанный на рис. 10.19, а азимутальный угол обозначен φ.

Рассмотрим теперь задачу, когда точечный изотропный источник расположен на поверхности цилиндрической защиты на ее оси (рис. 10.19). В этой задаче

$$I(\mu d,\, z)=\int_0^{2\pi}\int_0^{a} I^{\text{т.и}}(E_0,\, d,\, \theta)\cos\psi\rho d\rho d\varphi/(z^2+\rho^2), \qquad (10.41)$$

где $I^{\text{т.и}}(E_0,\, d,\, \theta)$ — угловое распределение плотности потока энергии рассеянного излучения на поверхности защиты, задаваемое выражениями (10.22) — (10.24). Для простоты дальнейших выкладок примем выражение вида (10.24).

Заменяя $\rho/z=\operatorname{tg}\psi$, находим

$$I(\mu d,\, z)=2\pi\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)} I^{\text{т.и}}(E_0,\, d,\, \theta)\sin\psi d\psi. \qquad (10.42)$$

Используя выражение для $C^{\text{т.и}}$ при $\theta_2^{\text{т.и}}=0$ и $\theta_1^{\text{т.и}}=\theta^{\text{т.и}}$, получаем

$$I(\mu d,\, z)=2\pi\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)}\frac{I_0^{\text{т.и}}(\mu d,\, \rho,\, z=0)\left[B_3(\mu d,\, \rho,\, z=0)-1\right]\exp\left(-\theta/\theta^{\text{т.и}}\right)}{2\pi\theta^{\text{т.и}}\left[1-\exp\left(-\pi/(2\theta^{\text{т.и}})\right)\right]\sin\theta}\times$$

$$\times\sin\psi d\psi, \qquad (10.43)$$

где $B_3(\mu d,\, \rho,\, z=0)$ — фактор накопления в точке детектирования на наружной поверхности защиты на расстоянии ρ от оси цилиндра. Учитывая, что

$$I_0(\mu d,\, \rho=0,\, z)/I_0(\mu d,\, \rho,\, z=0)=$$
$$=(d^2+\rho^2)\exp\left(-\mu d\right)/\left[(d+z)^2\exp\left(-\mu\sqrt{d^2+\rho^2}\right)\right], \qquad (10.44)$$

можно определить

$$\frac{B_3(\mu d,\, \rho=0,\, z)-1}{B_3(\mu d,\, \rho=0,\, z=0)-1}=\frac{\exp\left(\mu d\right)}{\theta^{\text{т.и}}\left[1-\exp\left(-\pi/(2\theta^{\text{т.и}})\right)\right]}\frac{d+z}{d}\times$$

$$\times\int_0^{\operatorname{arctg}(a/z)}\exp\left[-\mu d\sqrt{1+\left(\frac{z}{d}\operatorname{tg}\psi\right)^2}\right]\exp\left[-\frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{z}{d}\operatorname{tg}\psi\right)+\psi}{\theta^{\text{т.и}}}\right]d\psi. \qquad (10.45)$$

Формула (10.45) записана в предположении, что фактор накопления изменяется по линейному закону $B_3(t)-1=At$. Угловое распределение принято соответствующим формуле (10.24) с отсчетом угла θ, как показано на рис. 10.19.

Рассмотрим частные случаи.

1. Тонкая защита $(\mu d\ll 1)$ видна из точки детектирования под малыми углами $(a/z\ll 1)$. При этих условиях

$$\frac{B_3(\mu d,\, \rho=0,\, z)-1}{B_3(\mu d,\, \rho=0,\, z=0)-1}=\frac{1}{\theta^{\text{т.и}}\left[1-\exp\left(-\pi/(2\theta^{\text{т.и}})\right)\right]}\frac{d+z}{d}\frac{a}{z}. \qquad (10.46)$$

2. Защита имеет форму тонкого цилиндра $(a\to 0)$. Для такой защиты $B_3(\mu d,\, \rho=0,\, z)=1$.

Приведенные соотношения иллюстрируют методику подхода к задачам определения факторов накопления излучения в случае произвольного взаимного расположения источника, защиты и детектора.

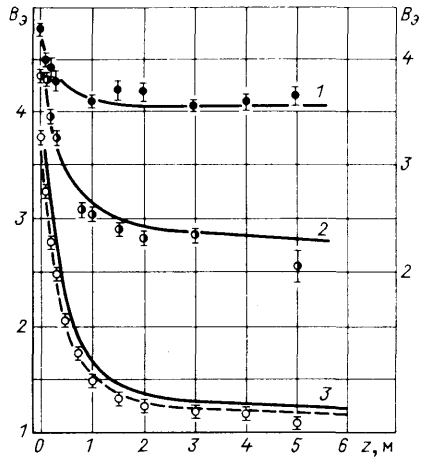


Рис. 10.20. Зависимость энергетического фактора накопления γ-излучения источника ^{137}Cs от положения точки детектирования на оси цилиндрической защиты из алюминия диаметром $2a=40$ см и толщиной 2,8 длины свободного пробега:

——— расчет при $a=20$ см; – – – – – расчет при $a=18$ см для учета краевого эффекта; *1* — $d+r=18$ см; *2* — $d+r=35$ см; *3* — $d+r=150$ см (d — толщина среды; r — расстояние от источника до защиты). Для кривой *2* — шкала справа. Точки — результаты измерений

Отметим, что константы $\theta^{п.м}$ и $\theta^{т.и}$ и факторы накопления для точек детектирования на поверхности защиты должны учитывать при необходимости ограниченные поперечные размеры защиты, т. е. выбираться для ограниченных сред.

При выводе соотношений предполагалось, что зависимости (10.9) и (10.24) описывают угловое распределение рассеянного излучения во всем диапазоне изменения углов θ. Использование уточненных зависимостей позволит при малых углах проводить более точные расчеты, особенно для тонких цилиндров и больших значений z. Однако подход к решению задач останется прежним.

Приведенные выше формулы могут использоваться для определения факторов накопления при разных взаимных положениях источника, цилиндрической защиты, детектора (рис. 10.20).

При расчетах кривых рис. 10.20 для точечного изотропного источника (кривая *1*) принимался закон углового распределения плотности потока энергии рассеянного излучения в соответствии с выражением (10.24), для достаточно удаленного источника (кривая *3*) — закон вида (10.9).

Вид углового распределения для положения источника при $d+r=35$ см, строго говоря, неизвестен. Тем не менее расчетные данные с использованием закона вида (10.9) хорошо согласуются с экспериментальными.

§ 10.4. Факторы накопления гомогенных сред

Получен большой объем расчетной информации о факторах накопления гомогенных сред.

Определены факторы накопления $B_э(d)$, $B_д(d)$, $B_п(d)$, $B_к(d)$ для точечных изотропных и плоских мононаправленных источников с энергиями фотонов от 0,015 до 15 МэВ в бесконечных

средах при изменении расстояний от источника до детектора до 20—40 длин свободного пробега.

Результаты многочисленных экспериментов хорошо согласуются с расчетными данными, подтверждая их корректность.

Наиболее удобная форма аналитического представления факторов накопления для бесконечной геометрии была предложена Тейлором. Он предложил *двухэкспоненциальное представление фактора накопления* в виде

$$B(\mu d)=A_1\exp(-\alpha_1\mu d)+(1-A_1)\exp(-\alpha_2\mu d), \qquad (10.47)$$

где коэффициенты A_1, α_1 и α_2 зависят только от E_0 и Z материала и не зависят от толщины защиты μd.

В справочных изданиях приведены значения A_1, α_1 и α_2 для различных материалов и энергий для точечных изотропных моноэнергетических источников в условиях бесконечной геометрии.

Аппроксимация в виде суммы двух экспонент позволяет с учетом рассеянного излучения сохранить общий вид известных интегралов, выведенных для различных частных случаев распространения первичного излучения источников разных геометрических форм. Таким образом, основное удобство представления фактора накопления в виде (10.47) состоит в том, что оно приводит к тем же интегралам, что и решение задачи без учета рассеяния.

Кроме отмеченной аппроксимации в литературе приводятся также следующие, обеспечивающие разную точность описания формы представления факторов накопления точечных изотропных источников в бесконечных средах:

форма, предложенная Бергером,

$$B(\mu d)=1+a\mu d\exp(b\mu d); \qquad (10.48)$$

полиномиальная форма

$$B(\mu d)=\sum_{n=0}^{3}\beta_n(\mu d)^n; \qquad (10.49)$$

квадратичная форма

$$B(\mu d)=1+c\mu d+d(\mu d)^2; \qquad (10.50)$$

линейная форма

$$B(\mu d)=1+k\mu d. \qquad (10.51)$$

Коэффициенты a, b, β_n, c, d, k в (10.48)—(10.51) зависят только от E_0 и Z материала.

Наиболее удобны и широко используются аппроксимационные формулы (10.47) и (10.48). Хорошее приближение дает (10.49).

Линейная форма представления фактора накопления может быть справедлива лишь на небольших расстояниях от источ-

ника — около одной длины свободного пробега. Тогда значение k в (10.51) можно получить, например, из соотношения $k=B(\mu d=1)-1$.

Недавно для уменьшения погрешности аппроксимации предложено *трехэкспоненциальное представление фактора накопления*

$$B(\mu d)=A_1\exp(-\alpha_1\mu d)+A_2\exp(-\alpha_2\mu d)+A_3\exp(-\alpha_3\mu d), \quad (10.52)$$

где коэффициенты A_i, α_i зависят, как и в (10.47), только от энергии фотонов источника E_0 и атомного номера среды, а $\sum_{i=1}^{3} A_i=1$. Такое представление дает меньшую погрешность аппроксимации, чем (10.47) и (10.48).

Как уже отмечалось, факторы накопления в барьерной геометрии меньше, чем в бесконечной, из-за уменьшения числа фотонов в низкоэнергетической части спектра.

М. Бергер и Дж. Доггет рассчитали *поправки на барьерность среды* для плоского мононаправленного источника при $1\leqslant\mu d\leqslant 16$ в виде коэффициентов

$$k(E_0,\ \mu d,\ Z)=\frac{B^{\text{п.м}}_{\text{э,бар}}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}{B^{\text{п.м}}_{\text{э},1/2\infty}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}, \quad (10.53)$$

при $\mu d=1$

$$k'(E_0,\ \mu d,\ Z)=\frac{B^{\text{п.м}}_{\text{э,бар}}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}{B^{\text{п.м}}_{\text{э},\infty}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}, \quad (10.54)$$

где $B^{\text{п.м}}_{\text{э,бар}}$, $B^{\text{п.м}}_{\text{э},1/2\infty}$, $B^{\text{п.м}}_{\text{э},\infty}$ — энергетические факторы накопления для барьерной, полубесконечной (источник на границе среды) и бесконечной геометрии защиты соответственно. Следует отметить, что начиная с $\mu d>1{,}5$ фактор накопления для полубесконечной геометрии $B_{\text{э},1/2\infty}$ (источник на границе среды) практически равен фактору накопления бесконечной геометрии $B_{\text{э},\infty}$. Поэтому для определения $B_{\text{э,бар}}$ из выражения (10.53) при $\mu d>1{,}5$ можно вместо $B_{\text{э},1/2\infty}$ принимать известные в литературе факторы накопления для бесконечных сред $B_{\text{э},\infty}$.

Поправка на барьерность среды практически пренебрежимо мала для тяжелых материалов (таких, как свинец) и становится заметной (более 30%) для легких элементов при низких энергиях источника. Как только при $d>(3\div 4)/\mu$ устанавливается энергетическое квазиравновесие спектра рассеянного излучения $I(d,\ E)$, поправочные коэффициенты мало изменяются. Таким образом, при увеличении μd, Z, E_0 роль краевого эффекта уменьшается.

Показано, что поправочный коэффициент на барьерность среды для плоского изотропного источника

$$k(E_0,\ \mu d,\ Z)=\frac{B^{\text{п.и}}_{\text{э,бар}}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}{B^{\text{п.и}}_{\text{э},\infty}(E_0,\ \mu d,\ Z)-1}, \quad (10.55)$$

для $d\gtrsim 2/\mu$ в пределах 6% совпадает с соответствующими поправками для плоского мононаправленного источника.

Предложенная Л. Р. Кимелем поправка на барьерность в виде

$$\delta(E_0,\ Z)=B_{\text{бар}}(E_0,\ \mu d,\ Z)/B_{\infty}(E_0,\ \mu d,\ Z) \quad (10.56)$$

более удобна, так как она не зависит от μd.

Заметим, что фактор накопления в барьерной геометрии обычно рассчитывается для точки на выходе из среды. Если за точкой детектирования расположен тканеэквивалентный фантом (например, индивидуальный дозиметр в кармане на груди оператора), то фактор накопления за счет отражения от тканеэквивалентного вещества, естественно, будет возрастать. Например, помещение тканеэквивалентной среды после свинцовой защиты за точкой детектирования приводит к возрастанию фактора накопления в 1,67 раза для энергии источника $E_0=0{,}05$ МэВ, в 1,50 раза для $E_0=0{,}2$ МэВ, в 1,14 раза для $E_0=1{,}0$ МэВ и примерно в 1,1 раза для $E_0=3{,}0$ МэВ. Возрастание фактора накопления при помещении тканеэквивалентной среды слабо зависит от толщины свинцовой защиты перед точкой детектирования. Максимальное значение дозы в фантоме может быть несколько смещено в глубь фантома. Это может также привести к небольшому возрастанию (на несколько процентов) фактора накопления для низкоэнергетических источников фотонов.

По известным факторам накопления точечных изотропных источников можно рассчитать факторы накопления других протяженных изотропных источников. Используя для вычисления дозы выражение фактора накопления точечного изотропного источника в виде (10.47), нетрудно показать, что, например, для плоского изотропного источника

$$B^{\text{п.и}}_{\text{д}}(d)=\{A_1E_1[\mu(1+\alpha_1)d]+(1-A_1)E_1[\mu(1+\alpha_2)d]\}/E_1(\mu d), \quad (10.57)$$

где $E_1(\mu d)$ — табулированная интегральная показательная функция.

Выражение для энергетического фактора накопления $B^{\text{п.п}}_{\text{э}}$ плоского источника с произвольным угловым распределением фотонов вида $[(n+1)/(2\pi)]\cos^n\theta_0$ можно легко получить из известных факторов накопления для плоских мононаправленных $B^{\text{п.м}}_{\text{э}}$ и изотропных $B^{\text{п.и}}_{\text{э}}$ источников. Интегрируя выражение (10.16) по угловым переменным, деля обе части полученного соотношения на величину $I^{\text{п.п}}_0(E_0,\ d)$, задаваемую формулой (10.17), и прибавляя к обеим частям равенства по единице, получаем

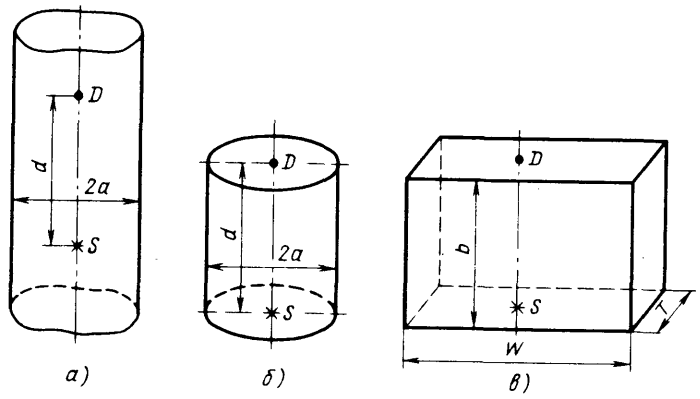


Рис. 10.21. К определению факторов накопления ограниченных сред:
S — источник; D — детектор

$$B_{э}^{п.п}=p_1k_1B_{э}^{п.м}+p_2k_2B_{э}^{п.и}. \qquad (10.58)$$

Здесь

$$k_1=\exp(-\mu d)/[(n+1)E_{n+1}(\mu d)];\quad k_2=E_1(\mu d)/[(n+1)E_{n+1}(\mu d)], \qquad (10.59)$$

где $E_{n+1}(\mu d)$ — интегральная показательная функция $(n+1)$-го порядка.

Большой интерес при решении многих практических задач представляют данные о факторах накопления ограниченных сред.

Проведенные исследования показали, что для гомогенных цилиндрических сред радиусом a из материала с атомным номером Z для точечного изотропного источника и детектора, находящихся на расстоянии d на оси симметрии цилиндра (рис. 10.21, *а*, *б*), фактор накопления ограниченной среды в виде цилиндра $B_{огр}$ связан с фактором накопления в бесконечной геометрии B_{∞} (для геометрии задачи рис. 10.21, *а*) или с фактором накопления в барьерной геометрии $B_{бар}$ (для геометрии задачи рис. 10.21, *б*) соотношением

$$\frac{B_{огр}(\mu d,\ a)-1}{B_{\infty\ (бар)}(\mu d,\infty)-1}=1-\exp\left[-K(E_0,\ a,\ d,\ Z)\right]. \qquad (10.60)$$

При расчетах дозовых факторов накопления в точке D для источников фотонов с энергией 0,5 МэВ$\leqslant E_0\leqslant$8,0 МэВ при $d\lesssim(10\div15)/\mu$ для цилиндра бесконечной высоты и геометрии задачи рис. 10.21, *а*

$$K(E_0,\ a,\ d,\ Z)=((2{,}8/d)+1{,}3\cdot10^{-3}Z)\,a. \qquad (10.61)$$

Для расчета энергетических факторов накопления цилиндров ограниченной высоты из легких материалов (вода, алюминий) и в геометрии задачи рис. 10.21, *б* при 0,412 МэВ$\leqslant E_0\leqslant$2,75 МэВ и $d\lesssim7/\mu$

$$K(E_0,\ a,\ d,\ Z)=2{,}5\cdot10^{-3}(Z^{2{,}3}/\mu)(a/d), \qquad (10.62)$$

где μ — линейный коэффициент ослабления излучения источника в материале цилиндра, см$^{-1}$. В формулах (10.61) и (10.62) a и d выражены в сантиметрах.

Для длинных прямоугольных параллелепипедов ($W\gg b$, $W\gg T$) (рис. 10.21, *в*), точечных изотропных источников с энергией фотонов 0,412 МэВ$\leqslant E_0\leqslant$2,75 МэВ и детекторов, помещенных на противоположных торцовых поверхностях защиты на оси симметрии ограниченной среды, при $b\lesssim10/\mu$ и $T\lesssim6/\mu$ энергетические факторы накопления ограниченной и барьерной сред связаны соотношением

$$\frac{B_{огр}(\mu b,\ T)-1}{B_{бар}(\mu b,\infty)-1}=1-\exp\left[-(C/\mu)(T/\sqrt[3]{b})\right], \qquad (10.63)$$

где C — постоянная, зависящая только от материала защиты и равная для алюминия 0,08, для титана 0,082, для железа 0,252; T и b выражены в см, μ — в см$^{-1}$.

Для мононаправленных источников в ряде случаев факторы накопления ограниченных сред можно получить исходя из данных о поле излучения точечного мононаправленного источника в бесконечной среде.

Таким образом, проведенные с ограниченными средами исследования позволили установить критерий барьерности сред: для плоских и мононаправленных источников при $a/d\gtrsim0{,}5$ ограниченная среда практически может быть принята за барьерную.

До сих пор рассматривались факторы накопления для моноэнергетических источников. Для немоноэнергетического точечного изотропного или плоского мононаправленного источника, энергетический спектр числа фотонов которого на единичный энергетический интервал задается в виде функции $p(E_0)$, фактор накопления, например энергетический, рассчитывается по формуле

$$B_{э}[p(E_0),d]=\frac{\int p(E_0)E_0\exp[-\mu(E_0)d]\,B_{э}[E_0,\mu(E_0)d]\,dE_0}{\int p(E_0)E_0\exp[-\mu(E_0)d]\,dE_0}. \qquad (10.64)$$

Для источников с дискретным спектром фотонного излучения, как, например, для большинства радиоактивных нуклидов, интегралы в формуле (10.64) обращаются в суммы.

§ 10.5. Факторы накопления гетерогенных сред

В большинстве практических задач защита ядерно-технических установок представляет собой гетерогенную смесь разных

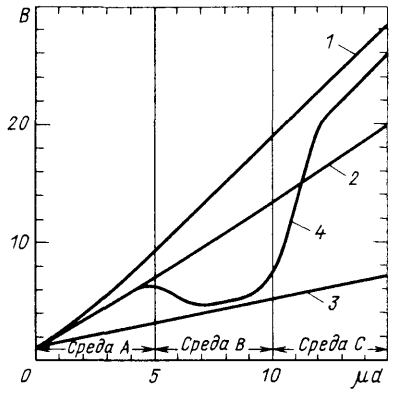


Рис. 10.22. Качественная зависимость фактора накопления от толщины для трехслойной защиты и для «чистых» сред, входящих в гетерогенную композицию: *1*, *2*, *3* — для сред *C*, *A* и *B* соответственно; *4* — для гетерогенной композиции

сред, например железоводная или свинцово-водная защиты.

Факторы накопления гетерогенных сред зависят от всех параметров задачи, в том числе от энергии фотонов источника, числа слоев защиты, толщины и материала каждого слоя, порядка их расположения.

Отметим основные закономерности в формировании фактора накопления гетерогенных сред (рис. 10.22).

1. Фактор накопления гетерогенной среды заключен между наибольшим и наименьшим значениями факторов накопления однородных материалов, входящих в композицию и взятых для суммарной оптической толщины от источника до точки детектирования. Оптической называется толщина среды, выраженная в длинах свободного пробега. На графиках рис. 10.22 наименьший атомный номер имеет среда *C* с максимальным значением факторов накопления. Наибольший атомный номер у среды *B*. Среда *A* — средняя по *Z* между средами *B* и *C*. Поэтому фактор накопления гетерогенной композиции для каждого значения $\mu d = \text{const}$ не превышает фактора накопления для среды *C*, но больше фактора накопления для среды *B*.

2. На границе сред наблюдаются переходные эффекты в неравновесной области в пределах 1—3 длин свободного пробега от границы раздела слоев. При переходе от более легкой среды с меньшим *Z* к более тяжелой с большим *Z* переходный эффект из-за более интенсивного ослабления рассеянных фотонов в тяжелой среде приводит к быстрому уменьшению фактора накопления в тяжелой среде вблизи границы с легкой средой (граница раздела сред *A* и *B* на рис. 10.22). Замена порядка расположения слоев на обратный (граница раздела сред *B* и *C* на рис. 10.22) приводит к быстрому росту фактора накопления в легкой среде вблизи границы.

Заметим, что переходный эффект наблюдается и при меньшей толщине среды, чем толщина от источника до границы раздела. Здесь роль последующего слоя приводит к увеличению (если последующий слой легче) или уменьшению (если последующий слой тяжелее) потока отраженного от него излучения.

3. На больших толщинах в асимптотической области для данного слоя защиты фактор накопления гетерогенной композиции часто стремится не точно к фактору накопления данного

слоя на суммарной оптической толщине, а к несколько отличному от него значению. Например, для тяжелой среды на выходе из защиты в асимптотической области это различие может достигать 30%.

Отмеченные выше закономерности справедливы, если энергия источника $E_0 \leqslant E_{\text{мин}}$, где $E_{\text{мин}}$ — энергия, при которой коэффициент ослабления фотонного излучения для данной среды имеет минимальное значение.

Если $E_0 > E_{\text{мин}}$, то фактор накопления на больших глубинах тяжелой среды с большим *Z* может быть больше, чем для легкой с меньшим *Z*, а большинство фотонов, выходящих из тяжелого слоя гетерогенной защиты, могут иметь энергию, близкую к $E_{\text{мин}}$.

Очевидно, что практически невозможно затабулировать факторы накопления для всего многообразия многослойных защит. Для каждого отдельного случая факторы накопления могут быть рассчитаны численными методами или методом Монте-Карло.

Рассмотрим некоторые возможные оценки фактора накопления гетерогенной *N*-слойной защиты $B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)$, на входе в которую расположен источник и $i=1$ соответствует слою вблизи источника, а детектор расположен за *N*-м слоем.

1. Фактор накопления гетерогенной среды равен фактору накопления материала последнего слоя для полной оптической толщины защиты:

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right) = B_N\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right). \tag{10.65}$$

Эта формула дает неплохие результаты, если толщина последнего слоя $\mu_N d_N > 3$.

2. Фактор накопления принимается равным произведению факторов накопления отдельных слоев:

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right) = \prod_{i=1}^{N} B_i(\mu_i d_i). \tag{10.66}$$

Очевидно, что эта оценка всегда приводит к значительной переоценке фактора накопления гетерогенной среды.

3. Фактор накопления усредняется по факторам материалов каждого слоя с «весом», равным оптической толщине слоя:

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right) = \frac{\sum_{i=1}^{N} B_i\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)\mu_i d_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i}. \tag{10.67}$$

4. Метод эффективного атомного номера (метод гомогенизации среды). В основе такого подхода лежит определение эффективного атомного номера $Z_{эф}$ для гомогенизируемой гетерогенной композиции по формуле

$$Z_{эф}=\frac{\sum_{i=1}^{N} Z_i\mu_i d_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i}, \qquad (10.68)$$

где Z_i — атомный номер материала i-го слоя.

Фактор накопления для найденных $Z_{эф}$ и толщины $\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i$ определяется путем интерполяции табличных значений факторов накопления.

Грубые предпосылки, неучет переходных эффектов вблизи границ слоев, неучет асимптотического поведения в формулах (10.65) — (10.68) обусловливают их заведомо оценочный характер.

Более совершенную формулу для определения фактора накопления гетерогенных сред предложили Д. Л. Бродер с сотр. На основании экспериментальных исследований они рекомендовали для точечных и плоских изотропных источников формулу

$$B_{гет}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)=B_N\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)+ \\ +\sum_{n=1}^{N-1}\left[B_n\left(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i\right)-B_{n+1}\left(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i\right)\right], \qquad (10.69)$$

где B_n — фактор накопления для гомогенной среды из материала n-го слоя на соответствующей толщине защиты.

Для объяснения физического смысла этой формулы вводится понятие *граничной разности факторов накопления*. Эта величина для каждой n-й границы раздела сред равна разности между факторами накопления для материала n-го и $(n+1)$-го слоев. Факторы накопления при этом вычисляются для толщины защиты от источника до границы раздела, выражаемой в длинах свободного пробега. Тогда в соответствии с формулой (10.69) фактор накопления для N-слойной среды равен $B_n\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)$ для материала последнего N-го слоя для полной оптической толщины защиты $\sum_{i=1}^{N} (\mu_i d_i)$ плюс сумма граничных разностей факторов накопления, рассчитанных для каждой n-й границы раздела от первой до $(N-1)$-й.

На рис. 10.23 в качестве примера сравниваются результаты расчетов на ЭВМ факторов накопления гетерогенных сред с расчетами по формуле (10.69). Видно, что формула (10.69) во

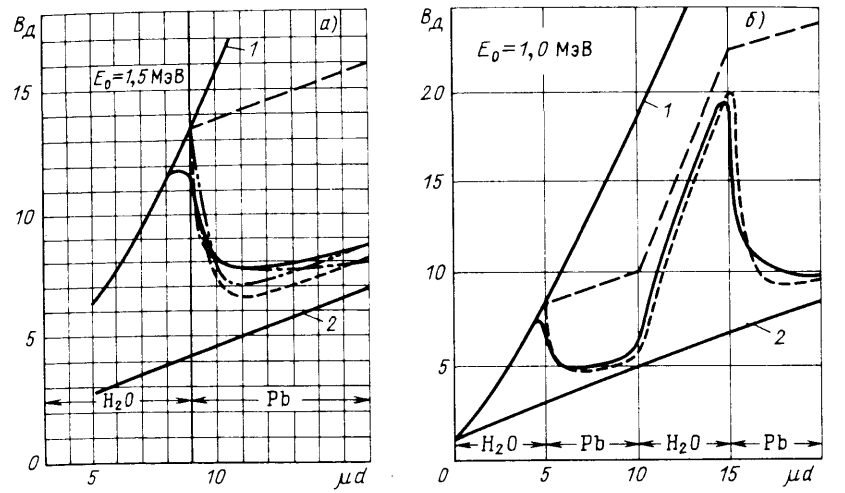


Рис. 10.23. Зависимость дозового фактора накопления от толщины двухслойной (*а*) и четырехслойной (*б*) защиты из воды и свинца для плоского изотропного моноэнергетического источника фотонов с энергией E_0:
—— расчет по программе BIGGI численного интегрирования уравнения Больцмана (*а*) и методом Карлсона [S_n-метод, (*б*)]; — · — · — расчет по формуле (10.69); — · · — · · — расчет по формуле (10.71); — — — расчет по формуле (10.72) при $\alpha_{1,2}=18$, $\beta_{1,2}=0{,}2$; — — — расчет по формуле (10.73). Кривые *1* и *2*, рассчитанные по программе BIGGI (*а*) и методом Карлсона (*б*),– факторы накопления для воды и свинца соответственно

многих случаях, особенно для тяжелых сред, следующих за более легкими, не воспроизводит истинную зависимость фактора накопления от толщины защиты.

Обусловлено это, во-первых, неучетом в формуле (10.69) переходных эффектов вблизи границ раздела слоев и, во-вторых, неполным учетом влияния предыдущих слоев на фактор накопления в асимптотической области.

Первый недостаток формулы (10.69) был устранен в работах М. Китазума, а также А. А. Викторова и В. П. Машковича.

Китазума для учета переходного эффекта на границе слоев ввел релаксационные множители и предложил расчетную формулу

$$B_{гет}\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)=B_N\left(\sum_{i=1}^{N} \mu_i d_i\right)+\sum_{n=1}^{N-1}\left\{\left[B_n\left(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i\right)- \right.\right. \\ \left.\left.-B_{n+1}\left(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i\right)\right]\exp\left(-\sum_{\nu=n+1}^{N} \alpha_{\nu-1,\nu}\mu_\nu d_\nu\right)\right\}, \qquad (10.70)$$

где коэффициенты $\alpha_{\nu-1,\nu}$ зависят от энергии фотонов источника, материалов защиты и их расположения, обычно $0\leqslant\alpha_{\nu-1,\nu}\leqslant 3$.

А. А. Викторов и В. П. Машкович для учета переходного эффекта на границе слоев ввели коэффициент f_ν, представив формулу в виде

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i\right)=B_N\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i\right)+\sum_{n=1}^{N-1}\left\{\left[B_n\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-B_{n+1}\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i\right)\right]\prod_{\nu=n+1}^{N}f_\nu\right\}, \qquad (10.71)$$

где коэффициенты f_ν зависят от энергии фотонов источника, материалов защиты и их расположения.

Оба недостатка формулы (10.69) были устранены В. Футерменгером с сотр., которые учли не только переходный эффект на границе слоев, но и влияние предыдущих слоев на фактор накопления в асимптотической области в последнем слое заменой $\exp(-\alpha_{\nu-1,\nu}\mu_\nu d_\nu)$ в (10.70) или f_ν в (10.71) функцией вида $[(1-\beta_{\nu-1,\nu})\exp(-\alpha_{\nu-1,\nu}\mu_\nu d_\nu)+\beta_{\nu-1,\nu}]$. Предложенная ими формула имеет вид

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i\right)=B_N\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i\right)+\sum_{n=1}^{N-1}\left\{\left[B_n\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-B_{n+1}\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i\right)\right]\prod_{\nu=n+1}^{N}\left[(1-\beta_{\nu-1,\nu})\exp(-\alpha_{\nu-1,\nu}\mu_\nu d_\nu)+\beta_{\nu-1,\nu}\right]\right\}. \qquad (10.72)$$

В этой формуле параметр $\alpha_{\nu-1,\nu}$ учитывает переходную область вблизи границы раздела сред, а параметр $\beta_{\nu-1,\nu}$ — асимптотическое поведение фактора накопления.

Практическое использование формул (10.70) и (10.72) ограничено отсутствием в литературе необходимых для проведения расчетов значений коэффициентов $\alpha_{\nu-1,\nu}$ и $\beta_{\nu-1,\nu}$.

Фактор накопления в гетерогенной защите с учетом его поведения вблизи границы раздела слоев и в асимптотической области удобно рассчитывать по уточненной формуле Д. Л. Бродера с сотр., в которой вместо параметра $\beta_{\nu-1,\nu}$ введен параметр $C_{i,n}$:

$$B_{\text{гет}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i\right)=B_N\left(\sum_{i=1}^{N}\mu_i d_i C_{i,N}\right)+\sum_{n=1}^{N-1}\left\{\left[B_n\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i C_{i,n}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-B_{n+1}\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i d_i C_{i,n+1}\right)\right]\exp\left(-\sum_{\nu=n+1}^{N}\alpha_{\nu-1,\nu}\mu_\nu d_\nu\right)\right\}. \qquad (10.73)$$

Параметр $C_{i,n}=[Z_i/(\sigma+\tau+\varkappa)_i](\sigma+\tau+\varkappa)_n/Z_n$, где Z — атомный номер среды; σ, τ, $\varkappa$ — микроскопические сечения на один атом для комптоновского эффекта, фотоэффекта и эффекта образования пар соответственно; i, n — номера слоев защиты; $C_{i,n}\equiv 1$ при $i=n$.

Проведенные Д. Л. Бродером, С. М. Рубановым и И. Н. Трофимовым методом Карлсона (S_n-методом) расчеты прохождения фотонов плоского изотропного источника с энергией от 0,5 до 8 МэВ в гетерогенных защитах из слоев воды, графита, железа и свинца позволили вычислить зависимость коэффициентов $\alpha_{\nu-1,\nu}$ от энергии фотонов, которые вместе со значениями $C_{i,n}$ приводятся в справочной литературе.

В формуле (10.73) по существу предлагается представлять толщину защиты не как сумму толщин слоев $\sum_{i=1}^{n}(\mu_i d_i)$, а как эффективную толщину $\mu_n d_n+\sum_{i=1}^{n-1}\mu_i d_i C_{i,n}$. Тогда, например, для двухслойной защиты из воды и свинца в случае фотонов с энергией 1,5 МэВ $C_{\text{H}_2\text{O,Pb}}=1{,}31$. Это означает, что кривая, выражающая зависимость асимптотического фактора накопления в свинце от толщины защиты в длинах свободного пробега, сдвигается по оси абсцисс относительно кривой для чистого свинца несколько влево. При обратном расположении слоев кривая асимптотического поведения фактора накопления сдвигается вправо.

Формулы (10.69)—(10.72) для двухслойной защиты принимают вид

$$B_{\text{гет}}(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2)=B_2(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2)+[B_1(\mu_1 d_1)-B_2(\mu_1 d_1)]k_{1,2}, \qquad (10.74)$$

где для (10.69) $k_{1,2}=1$; для (10.70) $k_{1,2}=\exp(-\alpha_{1,2}\mu_2 d_2)$; для (10.71) $k_{1,2}=f_2$; для (10.72) $k_{1,2}=[(1-\beta_{1,2})\exp(-\alpha_{1,2}\mu_2 d_2)+\beta_{1,2}]$. Формула (10.73) для двухслойной среды имеет вид

$$B_{\text{гет}}(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2)=B_2(\mu_1 d_1 C_{1,2}+\mu_2 d_2)+$$
$$+[B_1(\mu_1 d_1)-B_2(\mu_1 d_1 C_{1,2})]\exp(-\alpha_{1,2}\mu_2 d_2). \qquad (10.75)$$

Заметим, что (10.72) переходит в (10.70), если положить $\beta_{\nu-1,\nu}=0$, и в (10.69), если $\beta_{\nu-1,\nu}=0$ и $\alpha_{\nu-1,\nu}=0$.

Недостающие коэффициенты для любой из приведенных формул могут быть получены из дополнительных расчетов или экспериментов.

Для источников любого произвольного углового распределения фотонов вида $[(n+1)/(2\pi)]\cos^n\theta_0$ (где θ_0 — угол падения фотонов, отсчитываемый от нормали к поверхности защиты) фактор накопления для гетерогенных барьеров можно оценить по формуле, аналогичной (10.58) для гомогенных барьеров. Например, для двухслойных барьеров

$$B^{\text{п.п}}_{\text{гет}}(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2)=p_1 k_1 B^{\text{п.м}}_{\text{гет}}(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2)+p_2 k_2 B^{\text{п.и}}_{\text{гет}}(\mu_1 d_1+\mu_2 d_2).$$

§ 10.6. Приближенные способы учета рассеянного фотонного излучения в материале источника и защиты

Учет рассеянного фотонного излучения в материале источника. В большинстве объемных радиоактивных источников (кроме газонаполненных) происходит процесс поглощения и рассеяния фотонов материалом самого источника. Поэтому выходящее из него излучение имеет спектр, резко отличающийся от спектра первичного излучения. Этот процесс существенно изменяет функционал поля излучения как внутри, так и за пределами

источника. Рассмотрим два приближенных способа учета рассеянного фотонного излучения в материале источника.

Первый способ: с помощью аналитического представления факторов накопления. Воспользуемся экспоненциальным представлением фактора накопления в форме (10.47) для описания функционала поля излучения внутри бесконечно протяженного объемного самопоглощающего источника. Тогда выражение для интенсивности I с учетом первичного и рассеянного излучения фотонов можно записать в виде

$$I = A_1 \int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s)\exp\left[-\mu_s'|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|\right]dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|^2} + \\ + (1-A_1)\int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s)\exp\left[-\mu_s''|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|\right]dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|^2}, \qquad (10.76)$$

где $\mu_s' = (1+\alpha_1)\mu_s$; $\mu_s'' = (1+\alpha_2)\mu_s$; $\mathbf{r}_D$ — радиус-вектор точки детектирования; $\mathbf{r}_s$ — радиус-вектор точки размещения элемента объема $dV(\mathbf{r}_s)$; μ_s — коэффициенты ослабления фотонного излучения в материале источника для энергии первичных фотонов E_0, а коэффициенты α_1, α_2 и A_1, зависящие только от энергии фотонов E_0 и материала источника, приведены в справочной литературе. Анализ формулы (10.76) показывает, что подынтегральное выражение по форме совпадает с подобным выражением без учета рассеянного излучения. Без учета рассеянного излучения формула (10.76) примет вид

$$I = \int_V \frac{q_V(\mathbf{r}_s)\exp\left[-\mu_s|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|\right]dV(\mathbf{r}_s)}{4\pi|\mathbf{r}_D-\mathbf{r}_s|^2}. \qquad (10.77)$$

В этом достоинство рассматриваемого метода.

Если функционал поля представляется в виде мощности кермы в данной среде $\dot{K}$, Гр/с, то вместо (10.76) можно написать

$$\dot{K} = \frac{4\pi\mathscr{A}_V\Gamma_\delta}{\mu_s}\left(\frac{A_1}{1+\alpha_1}+\frac{1-A_1}{1+\alpha_2}\right) = 4\pi\mathscr{A}_V\Gamma_\delta\left(\frac{A_1}{\mu_s'}+\frac{1-A_1}{\mu_s''}\right), \qquad (10.78)$$

где объемная активность $\mathscr{A}_V$ выражена в Бк/м^3; Γ_δ — керма-постоянная, Гр·м^2/(с·Бк); μ_s' и μ_s'', определены формулой (10.76) с той лишь разницей, что коэффициенты α_1, α_2 и A_1 при их использовании в (10.76) относятся к энергетическому, а в (10.78) — к фактору накопления по керме точечного изотропного источника в бесконечной среде. На поверхности полубесконечной среды с точностью до краевого эффекта мощность кермы будет в 2 раза меньше, чем внутри источника.

Второй способ: с помощью гамма-метода. Данный метод основан на принципе лучевого равновесия: внутри бесконечно протяженного источника с равномерно распределенной удельной мощностью q_m, МэВ/(с·кг) [или q_V, МэВ/(с·м^3)], в результате завершения всех процессов поглощения и рассеяния каждый элемент массы или объема поглощает столько энергии фотонов, сколько он ее и излучает.

Тогда мощность кермы в данной среде $\dot{K}_{ср}$, Гр/с, определяется соотношением

$$\dot{K}_{ср} = q_m\frac{1{,}602\cdot10^{-13}}{w} = q_V\frac{1{,}602\cdot10^{-13}}{w\rho}, \qquad (10.79)$$

где $w = 1$ Дж/(кг·Гр) — энергетический эквивалент 1 Гр, ρ — плотность, кг/м^3. Гамма-метод наиболее часто применяют к таким легкоатомным протяженным средам, как атмосферный воздух или вода, равномерно загрязненные радионуклидами, а также почва с содержанием естественных радиоактивных веществ, урановые шахты и т. д.

Например, мощность кермы в воздухе моноэнергетических фотонов $\dot{K}_{возд}$ связана с мощностью кермы в данной среде $\dot{K}_{ср}$ следующим соотношением:

$$\dot{K}_{возд} = \dot{K}_{ср}\left[\mu_{tr,m}^{возд}(E_0)/\mu_{tr,m}^{ср}(E_0)\right], \qquad (10.80)$$

где $\mu_{tr,m}^{возд}$, $\mu_{tr,m}^{ср}$ — массовые коэффициенты передачи энергии фотонов в воздухе и среде соответственно, м^2/кг.

Заменим в формуле (10.79) $q_m = \mathscr{A}_m E_0$, где $\mathscr{A}_m$ — удельная активность источника, Бк/кг; E_0 — энергия фотона, МэВ/расп. Тогда формулу (10.80) можно переписать в виде

$$\dot{K}_{возд} = \frac{\mathscr{A}_m E_0\cdot1{,}602\cdot10^{-13}\mu_{tr,m}^{возд}(E_0)\cdot4\pi}{w\mu_{tr,m}^{ср}(E_0)\cdot4\pi} = \frac{4\pi\mathscr{A}_m\Gamma_\delta}{\mu_{tr,m}^{ср}}. \qquad (10.81)$$

Здесь в числитель и знаменатель введен множитель 4π для того, чтобы выделить керма-постоянную Γ_δ, определяемую формулой (3.21). На границе полубесконечной среды мощность воздушной кермы будет приблизительно в 2 раза меньше.

Обобщая полученную зависимость, можно сказать, что оценка функционалов поля фотонного излучения с учетом процессов рассеяния фотонов в источнике может производиться по соответствующим формулам гл. 9 для объемных источников, если в них заменить коэффициенты ослабления в источнике μ_s на коэффициенты передачи энергии (для расчета мощности воздушной кермы) или коэффициенты истинного поглощения в среде (для расчета мощности поглощенной и экспозиционной доз).

Следует оговорить условия применения рассмотренных здесь приближенных методов расчета поля излучения объемных источников с учетом рассеянного излучения. Во-первых, эти методы нельзя применять в том случае, если источник

экранирован. Дело в том, что рассеянные фотоны имеют значительно меньшую энергию, чем первичные, как говорят, они более «мягкие». Следовательно, их проникающая способность значительно меньше — они поглощаются в первых слоях защиты. Более строгое решение требует знания спектра рассеянного в источнике излучения. Во-вторых, чтобы соблюдался закон лучевого равновесия, размеры источника должны превосходить 3—4 длины свободного пробега во всех направлениях от точки детектирования. В-третьих, он применим для легкоатомных сред (верхней части периодической системы элементов Д. И. Менделеева).

Учет рассеянного излучения фотонов в материале защиты. Рассмотрим два способа расчета поля фотонного моноэнергетического излучения за защитой толщиной μd с учетом рассеянного излучения. Проиллюстрируем их на примерах протяженных источников.

Первый способ: с помощью аналитического представления факторов накопления. Рассмотрим функцию ослабления излучения бесконечного плоского изотропного источника. Используя фактор накопления в форме суммы двух экспонент, вместо (9.26) получим значение интенсивности I за защитой с учетом рассеянного излучения

$$I=\frac{q_s}{2}\left[A_1 E_1(\mu' d)+(1-A_1)E_1(\mu'' d)\right], \qquad (10.82)$$

где $\mu'=(1+\alpha_1)\mu$; $\mu''=(1+\alpha_2)\mu$. Как и для учета рассеянного излучения в источнике, достоинство этого метода состоит в сохранении вида интегрируемых функций, рассчитанных без учета рассеянного излучения и с его учетом. Заметим при этом, что приведенные в справочной литературе коэффициенты α_1, α_2 и A_1 не зависят от толщины защиты μd (или размеров источника $\mu_s r$).

Если обозначить $G(\mu d)$ обобщенную функцию нерассеянного в защите излучения, то численное значение фактора накопления протяженного источника $B_{\text{п.и}}$ по этому методу можно рассчитать из соотношения

$$B_{\text{п.и}}=\frac{A_1 G(\mu' d)+(1-A_1)G(\mu'' d)}{G(\mu d)}. \qquad (10.83)$$

Заметим, что данный способ может быть применен и для объемных поглощающих источников. Но это возможно лишь при условии, что спектр фотонов, выходящих из объемного источника излучения, определен.

Второй способ: с помощью эквивалентной толщины ослабления. Обозначим $G(0)$ и $G(\mu d)$ обобщенные функции, характеризующие поле нерассеянного излучения протяженного источника без защитного экрана и после экрана толщиной μd.

Кратность ослабления $k(\mu d)$ нерассеянного излучения точечного источника можно записать в форме

$$k(\mu d)=\frac{G(0)}{G(\mu d)}. \qquad (10.84)$$

В этом методе Д. П. Осановым и Е. Е. Ковалевым предложено определять эквивалентную толщину защиты μl для точечного изотропного источника, ослабляющую излучение в то же число раз, из соотношения

$$k(\mu d)=\exp(\mu l), \qquad (10.85)$$

откуда

$$\mu l=\ln\left[\frac{G(0)}{G(\mu d)}\right]. \qquad (10.86)$$

Тогда фактор накопления протяженного источника $B(E_0, \mu l, Z)$ можно определить, используя для этого табличные значения фактора накопления точечного источника, но с входным параметром μl, определяемым формулой (10.86). Преимущество этого способа учета рассеяния излучения в защите перед предыдущим состоит в том, что здесь отпадает необходимость вводить фактор накопления в подынтегральное выражение функции ослабления. В этом способе рассеянное в защите излучение учитывается умножением функции ослабления на определенный фактор накопления.

Используя фактор накопления протяженных источников, следует учитывать степень точности, которая необходима при проектировании защиты. Как показал анализ, эффект протяженности источника в худшем случае (на близких расстояниях) увеличивает фактор накопления в 1,35 раза. Для наиболее часто используемых условий проектирования это различие лежит в пределах 1,05—1,07. Поэтому при оценочных расчетах указанное приближение обычно приемлемо. Кроме того, необходимо иметь в виду, что литературные данные о численных значениях факторов накопления обычно относятся к бесконечной среде и, следовательно, включают эффект «бесконечности» среды. С другой стороны, эффект «барьерности» для легких сред уменьшает фактор накопления по сравнению с бесконечной геометрией. Таким образом, эти два эффекта в значительной степени компенсируют друг друга. Поэтому можно считать достаточно оправданной распространенную практику применения факторов накопления точечных источников в бесконечной среде в расчетах барьерной защиты из легких сред для протяженных источников.

§ 10.7. Инженерные методы расчета защиты от фотонного излучения

Основная задача проектирования защиты сводится к снижению уровней излучения до установленных допустимых значений. Если критерием является безопасность персонала или

населения, то нормативными являются допустимые эквивалентные дозы и мощности эквивалентных доз, приведенные в табл. 4.1 и 4.2. Но в ряде случаев эти уровни определяются другими требованиями: защитой высокочувствительной аппаратуры или материалов, строительными, технологическими особенностями и т. д. Приведенные в настоящей главе формулы являются общими для решения тех и других задач.

Следует отметить, что приведенные в этой главе инженерные методы являются приближенными, но в большинстве случаев эта точность оказывается достаточной. Поэтому эти методы нашли широкое распространение на практике. В ответственных случаях обычно применяют точные методы расчета защиты с использованием ЭВМ.

В настоящем разделе приведены практические методы расчета защиты, относящиеся в основном к точечным изотропным источникам. Однако многие закономерности остаются справедливыми и для протяженных источников. Более подробно особенности методов расчета защиты для линейных, поверхностных и объемных источников γ-излучения будут рассмотрены во втором томе учебника применительно к промышленным производствам ядерного топливного цикла.

«Защита» без применения экранов. Для точечных изотропных источников фотонного излучения в непоглощающей среде (т. е. когда защита отсутствует) для основных функционалов — мощности эквивалентной дозы $\dot{X}$, Зв/с, и эквивалентной дозы H, Зв, интенсивности I, МэВ/(м^2·с), и флюенса F, МэВ/м^2, можно написать соответственно

$$\dot{H}=\frac{a\mathscr{A}\Gamma_\delta}{b^2};\quad H=\frac{a\mathscr{A}\Gamma_\delta t}{b^2}; \tag{10.87}$$

$$I=\frac{q}{4\pi b^2};\quad F=\frac{qt}{4\pi b^2}, \tag{10.88}$$

где $\mathscr{A}$ — активность, Бк; q — мощность источника, МэВ/с; b — расстояние, м; t — время работы в поле излучения источника, с; $a=1{,}09$ Зв/Гр — переходный коэффициент от мощности кермы в воздухе к мощности эквивалентной дозы, $a=(\mu^{тк}_{en,m}/\mu^{в}_{en,m})k=1{,}09\cdot 1{,}0=1{,}09$ Зв/Гр; Γ_δ — в Гр·м^2/(с·Бк).

Этот способ можно условно назвать *«защита временем — количеством — расстоянием»*, так как при заданных нормативных функционалах $\dot{H}$, H, I и F можно рассчитать время работы t, расстояние b, активность $\mathscr{A}$ или мощность источника q, при которых обеспечивается безопасность без применения защитных экранов.

Универсальные таблицы для расчета защиты. Мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$, Зв/с, от точечного моноэнергетического

источника активностью $\mathscr{A}$, Бк, с энергией фотонов E_0 на расстоянии b, м, от источника за защитой определяется формулой

$$\dot{H}=\frac{\mathscr{A}a\Gamma_\delta}{b^2}\exp(-\mu d)\,B_д^{т.и}(E_0,\,\mu d,\,Z)=$$

$$=\dot{H}_0\exp\left[-\mu d+\ln B_д^{т.и}(E_0,\,\mu d,\,Z)\right], \tag{10.89}$$

где $B_д^{т.и}$ — дозовый фактор накопления точечного изотропного источника; $\dot{H}_0$ — мощность эквивалентной дозы в данной точке в отсутствие защиты ($\mu d=0$), Γ_δ выражена в Гр·м^2/(с·Бк).

Перепишем формулы (10.89) в следующем виде:

$$k(\mu d)=\dot{H}_0/\dot{H}=\exp\left(\mu d-\ln B_д^{т.и}\right), \tag{10.90}$$

где $k(\mu d)$ — кратность ослабления, характеризующая, во сколько раз защитный экран из данного материала толщиной μd ослабляет излучение фотонов данной энергии E_0. Уравнение (10.90) трансцендентное, его нельзя разрешить относительно μd для требуемой кратности ослабления $k(\mu d)$. Поэтому удобным для практического использования является построение таблиц толщин защиты в зависимости от кратности ослабления. Использовав соотношение (10.90), построили так называемые универсальные таблицы, которые нашли широкое применение в практике. Пример их приведен в табл. 10.2.

Универсальные таблицы рассчитаны для определения дозовых характеристик от точечных изотропных источников в бесконечной геометрии защиты. Это определяется выбором принятых при расчетах факторов накопления. Для определения толщины защиты в барьерной геометрии по универсальным таблицам при $\mu d\geqslant 2$ надо требуемую для барьерной геометрии кратность ослабления излучения $k_{бар}$ умножить на δ — поправку на барьерность [см. (10.56)] и затем для $k=k_{бар}\delta$ определить толщину защиты по универсальным таблицам. Учет барьерности особо существен в области небольших энергий фотонов источника и низкоатомных материалов защиты.

Название «универсальные» эти таблицы получили потому, что с их помощью можно решать большой круг разных задач, в том числе определять: искомую толщину защиты по заданной кратности ослабления дозы или мощности дозы; дополнительную толщину защиты (или ее избыток) к уже существующей толщине; толщину защиты по заданной активности или керма-эквиваленту [гамма-эквиваленту] для любых начальных условий проектирования (любых заданных уровней излучения, времени облучения, расстояний и т. п.); кратности ослабления по заданной толщине защиты; линейные и массовые эквиваленты отдельных защитных материалов; слои половинного или десятикратного ослабления излучения и т. п.

Таблицы позволяют также учитывать всевозможные поп-

Таблица 10.2. **Универсальные таблицы расчета защиты из железа ($\rho = 7{,}89$ г/см^3) в зависимости от кратности ослабления $k(d)$**

$k(d)$	d, см, при энергии фотонов, МэВ								
	0,5	0,66	0,8	1,0	1,25	1,75	2,2	4	6
1,5	1,6	1,8	2,0	2,1	2,15	2,3	2,5	2,8	2,9
2	2,5	2,8	3,1	3,3	3,45	3,8	4,1	4,5	4,6
5	4,8	5,3	5,7	6,4	6,9	7,8	8,3	9,4	9,6
8	5,8	6,5	7,1	7,8	8,5	9,6	10,3	11,6	12,8
10	6,3	7,1	7,7	8,5	9,3	10,6	11,4	12,6	13,2
20	7,7	8,6	9,4	10,3	11,3	13,0	14,1	15,9	16,6
50	9,5	10,7	11,6	12,7	13,9	16,1	17,5	20,0	21,5
80	10,4	11,7	12,7	14,0	15,5	17,8	19,4	22,2	24,0
$1 \cdot 10^2$	10,8	12,2	13,2	14,5	16,1	18,5	20,2	23,3	25,0
$2 \cdot 10^2$	12,0	13,6	14,8	16,3	18,0	20,8	22,8	26,6	28,4
$5 \cdot 10^2$	13,7	15,6	17,0	18,7	20,6	23,7	25,9	30,6	32,7
$1 \cdot 10^3$	15,0	17,0	18,6	20,5	22,6	26,1	28,6	33,7	36,0
$2 \cdot 10^3$	16,2	18,5	20,2	22,2	24,5	28,3	31,2	36,8	39,2
$5 \cdot 10^3$	17,7	20,1	22,0	24,3	27,0	31,4	34,3	40,7	43,2
$1 \cdot 10^4$	19,0	21,6	23,6	26,0	28,8	33,6	36,9	43,7	46,5
$2 \cdot 10^4$	20,2	22,8	24,8	27,6	30,6	35,4	39,2	46,5	50,8
$5 \cdot 10^4$	21,8	24,6	26,9	29,9	33,0	38,6	42,3	50,4	55,0
$1 \cdot 10^5$	23,0	26,0	28,4	31,5	34,9	40,7	44,7	53,4	58,3
$2 \cdot 10^5$	24,1	27,3	29,9	33,3	36,8	43,6	47,1	56,4	61,8
$5 \cdot 10^5$	25,6	29,1	31,8	35,4	39,1	45,5	49,9	60,2	66,0

равки, характеризующие отклонение от стандартных условий проектирования защиты: коэффициенты запаса (или допуска) для разных помещений и категорий облучаемых групп; наличие других источников или видов ионизирующих излучений и т. д.

Эти таблицы при решении многих задач с хорошим приближением можно применять не только для точечных, но и для оценок защиты объемных источников. Как указывалось выше, вблизи объемных источников значения факторов накопления несколько больше, чем для точечных источников при той же толщине защиты по нормали. С другой стороны, фактор накопления точечных источников, использованный при построении универсальных таблиц, не учитывает уменьшение фактора накопления при удалении точки детектирования от защиты. Таким образом, происходит взаимная компенсация двух погрешностей, связанных с использованием факторов накопления, причем эти погрешности сравнимы по абсолютному значению. Это обстоятельство и дает возможность сделать вывод, что универсальные таблицы можно также применять и для оценки защиты от протяженных источников.

Номограммы для расчета защиты. Принцип построения универсальных таблиц может быть использован также для построения графической зависимости кратности ослабления излучения от толщины защиты. В случае сложного энергетического спектра фотонного излучения с энергиями E_{01}, E_{02}, ..., E_{0m} и вкладами по дозе n_1, n_2, ..., n_m расчетная интегральная кратность ослабления $k(d)$ для фиксированной толщины экрана d может быть определена из соотношения

$$k(d) = \sum_{i=1}^{m} n_i(E_{0i}) / \sum_{i=1}^{m} \frac{n_i(E_{0i})}{k_i(E_{0i}, d)}, \qquad (10.91)$$

где парциальная кратность ослабления $k_i(E_{0i}, d)$ рассчитывается по формуле типа (10.90). Пример номограмм для ^{60}Co приведен на рис. 10.24. Часто подобные номограммы строят для источников со сложным спектром фотонного излучения, например ^{226}Ra с дочерними продуктами его распада, смеси продуктов деления ядерного топлива и т. д.

Во многих случаях подобные универсальные номограммы целесообразно строить также по экспериментальным данным. Если, например, измеряется мощность поглощенной дозы в воздухе, то экспериментальная кратность ослабления $k(d)$ определяется по формуле

$$k(d) = \dot{D}(0) / \dot{D}(d), \qquad (10.92)$$

где $\dot{D}(0)$ и $\dot{D}(d)$ — мощность дозы, измеренная в одинаковой геометрии без защитного экрана и после экрана толщиной d соответственно.

Естественно, что подобные универсальные номограммы могут быть построены также для определения кратности ослабления мощности эквивалентной дозы, плотности потока и интенсивности. Видом излучения также могут быть нейтроны или имеющие непрерывный спектр β^--частицы и рентгеновское излучение. Эта характеристика — кратность ослабления — может быть получена из расчета или измерений и для протяженных источников. Достоинства подобных номограмм те же, что и универсальных таблиц. Они позволяют быстро, с хорошей точностью решать многие практические задачи проектирования защиты.

Расчет защиты с использованием слоев половинного ослабления. Толщину защитного экрана, снижающую уровни излучения в 2 раза, называют *слоем половинного ослабления* $\Delta_{1/2}$. Эта характеристика часто используется для приближенных оценок защиты. Допустим, что требуется рассчитать защиту для достижения кратности ослабления излучения $k(d)$ в широком пучке, т. е. с учетом рассеянного излучения. Тогда можно записать

$$k(d) = 2^n, \qquad (10.93)$$

где n — требуемое число слоев половинного ослабления. Отсюда искомая толщина защиты определится из соотношения

$$d = n\Delta_{1/2}. \qquad (10.94)$$

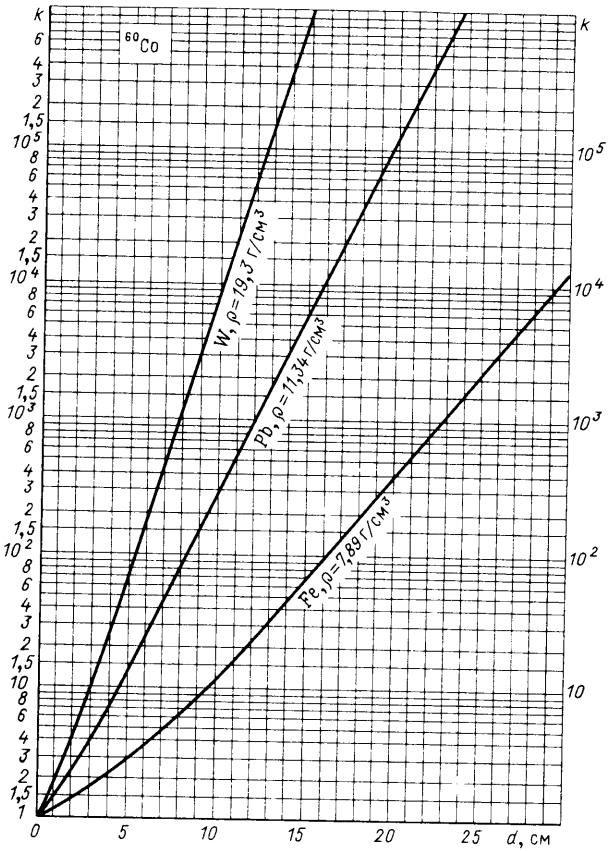


Рис. 10.24. Номограмма зависимости кратности ослабления фотонного излучения ^{60}Co от толщины защиты

Поскольку слой половинного ослабления изменяется с толщиной защиты, трудно выбрать заранее для заданной кратности ослабления $k(d)$ определенное значение $\Delta_{1/2}$. Это и делает методику лишь оценочной, приближенной.

С бóльшей точностью этот метод может быть использован, если известно изменение кратности ослабления излучения с толщиной защиты (например, из универсальных таблиц или соответствующих им универсальных номограмм). При этом нужно иметь в виду, что при сложном спектре первичного излучения, начиная с $k(d) \gtrsim 50$, $\Delta_{1/2}$ почти не изменяется с толщиной.

Расчет защиты с использованием эффективного коэффициента ослабления. Для источников со сложным спектром фотонного излучения часто применяют метод расчета защиты, в котором используют эффективный коэффициент ослабления $\mu_{эф}$ с учетом

рассеянного излучения. Кратность ослабления излучения в этом случае записывается в виде

$$k(d) = \exp\left[\mu_{эф}(d)d\right]. \tag{10.95}$$

Тогда эффективный коэффициент ослабления $\mu_{эф}(d)$ с учетом формулы (10.91) может быть рассчитан из соотношения

$$\mu_{эф}(d) = \frac{1}{d}\ln\left[\sum_{i=1}^{m} n_i(E_{0i}) \Big/ \sum_{i=1}^{m} \frac{n_i(E_{0i})}{k_i(E_{0i}, d)}\right]. \tag{10.96}$$

Для моноэнергетического источника излучения

$$\mu_{эф}(d) = \frac{\mu d - \ln B(E_0, \mu d, Z)}{d}. \tag{10.97}$$

По аналогии коэффициент $\mu_{эф}(d)$ можно определить из экспериментальных данных.

Метод конкурирующих линий. Пусть имеется немоноэнергетический излучатель с дискретным набором из разных энергий E_{01}, E_{02}, ..., E_{0j}, ..., E_{0m} и соответствующим процентным вкладом в мощность эквивалентной дозы или интенсивность n_1, n_2, ..., n_j, ..., n_m. Если имеется непрерывный энергетический спектр, его разбивают на несколько энергетических интервалов и определяют в каждом из них эффективную дискретную энергию E_{0j}. Для непрерывных спектров не требуется его разделения на большое количество интервалов, достаточно обычно ограничиться тремя или четырьмя группами. Важно, чтобы внутри интервала энергии были объединены с небольшим различием в коэффициентах ослабления. В этих задачах удобно располагать E_{0j} в порядке уменьшения энергии, то есть $E_{01} > E_{02} > \ldots > E_{0j} > \ldots > E_{0m}$ и, следовательно, в порядке уменьшения проникающей способности (если $E_{01} \leqslant E_{мин}$).

Затем для каждой эффективной энергии с учетом ее относительного вклада в мощность эквивалентной дозы или интенсивность с помощью рассмотренных выше или иных методов определяют необходимую толщину защиты. Таким образом, получают набор значений толщин d_1, d_2, ..., d_j, ..., d_m.

Условно назовем главной линией спектра ту, по которой требуется наибольшая толщина защиты, и обозначим ее $d_{гл}$. Линию спектра, которая требует меньшей (последующей после главной) толщины защиты, назовем конкурирующей, а соответствующую ей толщину защиты обозначим $d_к$. Пусть $\Delta_{1/2}$ — слой половинного ослабления. Тогда толщина защиты d, которая должна быть принята, с хорошим приближением может быть определена из соотношений:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{если} & (d_{гл} - d_к) = 0, & \text{то} \quad d = d_{гл} + \Delta_{1/2}; \\ \text{если} & 0 < (d_{гл} - d_к) < \Delta_{1/2}, & \text{то} \quad d = d_к + \Delta_{1/2}; \\ \text{если} & (d_{гл} - d_к) > \Delta_{1/2}, & \text{то} \quad d = d_{гл}. \end{array}\right\} \tag{10.98}$$

В связи с тем что $\Delta_{1/2}$ зависит не только от энергии, но и от кратности ослабления (и, следовательно, от толщины защиты), его определяют в области данных значений толщины защиты $d_{гл}$ или $d_к$. При этом выбирают ту энергию, которая дает наибольшее значение $\Delta_{1/2}$; она может соответствовать и главной, и конкурирующей линиям. Этот прием называют методом конкурирующих линий, потому что по мере увеличения абсолютной толщины защиты главная и конкурирующая линии могут меняться местами или даже уступать место третьей линии, которая раньше (при малых кратностях ослабления) была второстепенной. Особенно широко метод конкурирующих линий используется при проектировании защиты от γ-излучения смеси продуктов деления.

Практические методы расчета защиты для объемных источников, характерных для отдельных производств ядерного топливного цикла, рассмотрены во втором томе учебника.

§ 10.8. Преобразования объемных источников к эквивалентным поверхностным

При решении многих задач защиты целесообразно преобразовывать объемные источники к эквивалентным поверхностным. При этом граница объемного источника представляется как поверхностный источник с эквивалентными мощностью, энергетическим составом и угловым распределением излучения, поле излучения которого совпадает с полем излучения данного объемного источника.

Удобно разделять указанные характеристики поля излучения на составляющие нерассеянного и рассеянного в веществе источника излучения. Таким образом, преобразование объемного источника к эквивалентному поверхностному как бы учитывает рассеянное в веществе источника излучение. Из-за трудности учета рассеянного излучения внутри источника при определении поля его излучения в некоторых случаях определяют эквивалентный поверхностный источник только для рассеянного излучения. Нерассеянный компонент рассчитывают обычным способом интегрирования вклада в показание детектора от элементарного источника по всему его объему (см. гл. 9).

Одной из важных задач преобразования является переход от полубесконечной излучающей среды к эквивалентному плоскому источнику. Определенные для этого случая характеристики эквивалентного источника могут быть использованы и для других плоских эквивалентных источников (дисковых и прямоугольных), к которым сводятся соответствующие объемные источники. Надо лишь учесть ограниченность поперечных размеров источника введением эффективного размера источника, несколько меньшего, чем реальный.

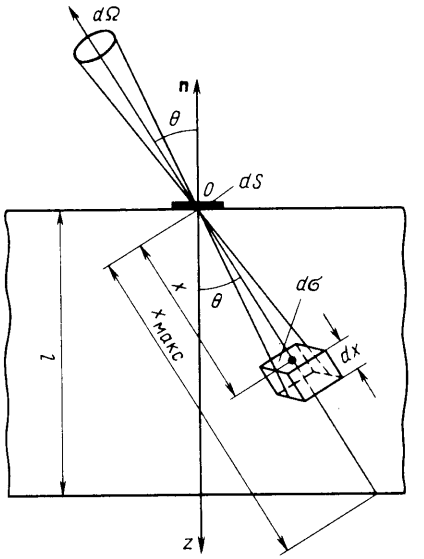


Рис. 10.25. К определению характеристик нерассеянного излучения эквивалентного источника для излучателя в виде пластины толщиной l

Для источников с криволинейной границей раздела при некоторых условиях параметры эффективного источника близки или практически совпадают с соответствующими параметрами плоских эффективных источников.

Приведенные замечания определяют выбор объемного источника для анализа. Ниже будут рассмотрены характеристики эквивалентных поверхностных источников для пластин различной толщины, в том числе и для полубесконечных сред. Рассмотрение для однозначности проведено на примере источников фотонного излучения. Подобный подход может быть принят и для других источников.

Для полноты изложения вопроса рассмотрим сначала угловое распределение нерассеянного излучения эквивалентного источника.

Пусть имеется моноэнергетический источник в виде пластины толщиной l (рис. 10.25) с экспоненциальным распределением мощности источников излучения по ее глубине в виде

$$q(z)=q_0\exp(\pm kz), \tag{10.99}$$

где $q(z)$ — объемная мощность излучения изотропного источника в телесный угол 4π ср, част./(см$^3\cdot$с).

Угловое распределение плотности скалярного тока нерассеянных фотонов через площадку dS в телесный угол $d\Omega$ в направлении θ определяется соотношением

$$J_{\varphi n_0}(E_0,\ \mu l,\ \theta)\,d\Omega dS= \\ =\int_{x=0}^{x=x_{макс}} q_0\exp(\pm kz)\,dv\exp(-\mu x)\frac{dS\cos\theta}{4\pi x^2}. \tag{10.100}$$

Учитывая, что $dv=d\sigma dx=d\Omega x^2dx$, $z=x\cos\theta$ и принимая $dS=1$ см^2, $d\Omega=1$ ср, определяем угловое распределение плотности скалярного тока излучения в единичный телесный угол через единичную площадку в направлении θ:

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu l, \theta) \int_0^{l/\cos\theta} \frac{q_0 \exp\left[-x(\mu \mp k\cos\theta)\right]\cos\theta}{4\pi} dx =$$

$$= (q_0\cos\theta/(4\pi))\{1-\exp\left[-(l/\cos\theta)(\mu \mp k\cos\theta)\right]\}/(\mu \mp k\cos\theta). \quad (10.101)$$

Рассмотрим три частных случая.

1. Для полубесконечного изотропного равномерного источника $(l\to\infty, k=0)$ на его границе

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu l=\infty, \theta) = q_0\cos\theta/(4\pi\mu), \quad (10.102)$$

т. е. формируется плоский равномерный источник с косинусоидальным угловым распределением нерассеянного излучения. В этом случае при $n=1$ в соответствии с формулой (1.25) для нерассеянного излучения отношение модуля плотности тока фотонов к плотности потока на границе среды

$$J_{\varphi_0}(E_0, \mu l=\infty)/(\varphi_0(E_0, \mu l=\infty)) = 1/2, \quad (10.103)$$

а плотность потока частиц определяется формулой

$$\varphi_0(E_0, \mu l=\infty) = q_0/(2\mu). \quad (10.104)$$

2. Для равномерного изотропного источника в виде пластины толщиной $l(k=0)$

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu l, \theta) = [q_0\cos\theta/(4\pi\mu)]\,[1-\exp(-\mu l/\cos\theta)]. \quad (10.105)$$

3. Для плоского изотропного равномерного источника $(\mu l \ll 1, k=0)$

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu l\to 0, \theta) = q_0 l/(4\pi). \quad (10.106)$$

Если элемент dS — часть поверхности сферического равномерного источника радиусом R, то очевидно, что в (10.100) $x_{\text{макс}} = 2R\cos\theta$ при отсчете угла θ от прямой, проходящей через центры площадки dS и сферы. Тогда

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu R, \theta) = q_0\cos\theta\,[1-\exp(-\mu x_{\text{макс}})]/(4\pi\mu) =$$
$$= [q_0\cos\theta/(4\pi\mu)]\,[1-\exp(-2\mu R\cos\theta)]. \quad (10.107)$$

При $\mu R \gg 1$ это выражение сводится к случаю полубесконечного равномерного источника [формула (10.102)]. Заметим, что для большого круга практических задач условие $\mu R \gg 1$ часто выполнимо.

При малых μR

$$J_{\varphi n_0}(E_0, \mu R, \theta) \sim \cos^2\theta. \quad (10.108)$$

Рассмотрим теперь характеристики рассеянного излучения. Изучались характеристики рассеянного излучения эквивалентного плоского источника, которым заменялся объемный источник в виде пластины толщиной $l \leqslant 7/\mu$ (в том числе и полубесконечный источник) с равномерным и экспоненциальным распределением мощности источников по глубине.

Исследовались моноэнергетические источники фотонов с энергией E_0 в диапазоне от 0,142 до 7 МэВ, распределенные в воде, алюминии, железе и свинце. Эти данные были получены методом локальной оценки потока — разновидностью метода Монте-Карло.

Анализ полученных результатов показал, что на границе объемного источника толщиной l с равномерным распределением мощности по объему угловое распределение плотности скалярного тока энергии рассеянного излучения в единичный телесный угол в направлении θ, отсчитываемом от нормали к поверхности барьера при $0° \leqslant \theta \leqslant 75°$, можно представить с погрешностью до 15% в виде

$$J_{In}(E_0, \mu l, \theta) = C_0\cos^n\theta, \quad (10.109)$$

где C_0 — нормировочный множитель для источника с равномерным распределением мощности по глубине; $n = (\mu l)^{0,1(0,5\lg E_0 + Z^{0,1})}$ (E_0 — энергия, МэВ; Z — атомный номер материала источника).

Зависимость вида (10.109) справедлива до толщины источника $l \leqslant 6/\mu$. При большей толщине достигаются условия полубесконечности источников, когда $n(^1/_2\,\infty) = n(6/\mu)$. Видно, что показатель степени косинуса n возрастает с увеличением толщины, энергии и атомного номера материала источника, а это соответствует увеличению анизотропии в угловом распределении рассеянного излучения.

Для нахождения нормировочного множителя C_0 в формуле (10.109) определим полную плотность потока энергии рассеянного фотонного излучения на поверхности объемного источника:

$$I = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} (C_0\cos^n\theta/\cos\theta)\sin\theta\, d\theta\, d\psi = 2\pi C_0/n. \quad (10.110)$$

С другой стороны,

$$I = [B_3^V(E_0, \mu l) - 1]\, I_0, \quad (10.111)$$

где I_0 — плотность потока энергии нерассеянного излучения на поверхности объемного источника; B_3^V — фактор накопления объемного источника для точки детектирования на поверхности среды (рис. 10.26). Отсюда

$$J_{In}(E_0, \mu l, \theta) = (n/(2\pi))\,[B_3^V(E_0, \mu l) - 1]\, I_0\cos^n\theta. \quad (10.112)$$

Для объемного полубесконечного равномерного источника фактор накопления можно представить в приближениях гамма-метода (см. § 10.6) (для сред с небольшими атомными номерами) отношением $B_3^V(E_0, \mu l=\infty) = \mu(E_0)/\mu_{en}(E_0)$.

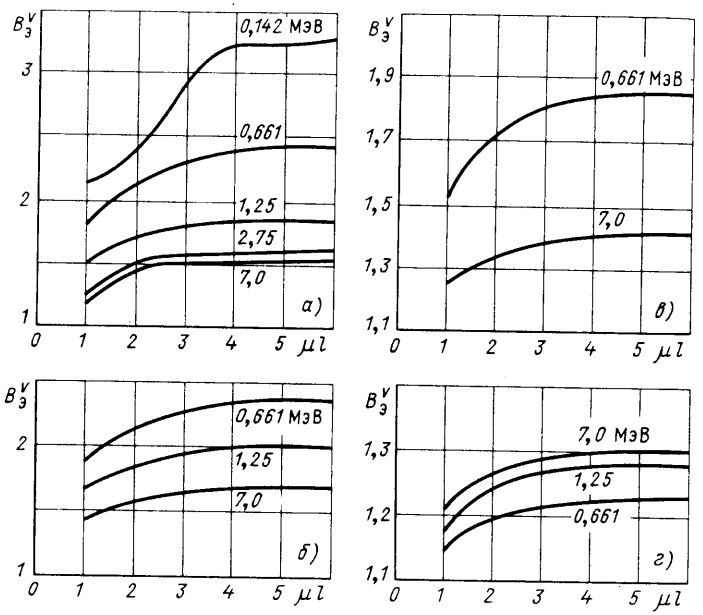


Рис. 10.26. Факторы накопления $B_э^V(\mu l)$ для точек детектирования на поверхности равномерных объемных источников фотонов с энергией E_0, МэВ, в слоях воды (*а*), алюминия (*б*), железа (*в*) и свинца (*г*) толщиной μl (расчет методом Монте-Карло)

Тогда с учетом того, что на поверхности среды плотность потока энергии нерассеянного излучения равна $q_{0э}/(2\mu)$, формула (10.112) для плотности скалярного тока энергии рассеянного излучения примет вид

$$J_{In}(E_0,\ \mu l=\infty,\ \theta)=\frac{q_{0э}n}{4\pi\mu}\left(\frac{\mu}{\mu_{en}}-1\right)\cos^n\theta, \qquad (10.113)$$

где $q_{0э}$ — мощность излучения источника, МэВ/(см$^3\cdot$с), в телесный угол 4π ср. Такое представление справедливо с небольшой погрешностью (примерно до 15%) для сред с малым атомным номером, в которых отношение коэффициентов поглощения энергии в воздухе и в данной среде для разных энергий сохраняется с достаточной степенью точности постоянным. С возрастанием атомного номера погрешность увеличивается.

Для источников в виде пластины ограниченной толщины $1/\mu\leqslant l\leqslant 6/\mu$

$$J_{In}(E_0,\ \mu l,\ \theta)=\frac{q_{0э}n}{4\pi\mu}\left[1-E_2(\mu l)\right]\left[B_э^V(E_0,\ \mu l)-1\right]\cos^n\theta. \qquad (10.114)$$

Кроме углового распределения фотонного излучения эквивалентного поверхностного источника необходима также информация об энергетическом распределении излучения под разными углами детектирования.

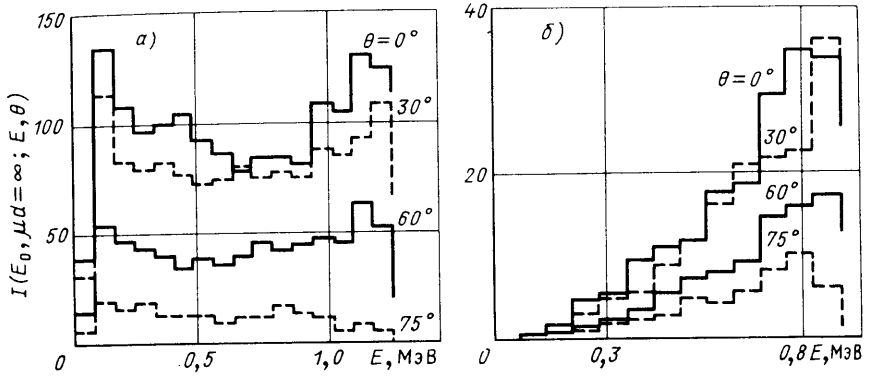


Рис. 10.27. Энергетическо-угловое распределение плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения эквивалентного поверхностного источника, формируемого на границе равномерных полубесконечных источников из воды с $E_0=1{,}25$ МэВ (*а*) и свинца с $E_0=0{,}661$ МэВ (*б*)

Как показал анализ, для всех источников фиксированной толщины, материала и энергии фотонов энергетический спектр плотности потока энергии рассеянного фотонного излучения эквивалентного поверхностного источника с погрешностью до 20—35% не зависит от угла θ. Для водных источников спектр с погрешностью до 30% аппроксимируется распределением, не зависящим от энергии (рис. 10.27, *а*).

С увеличением атомного номера материала источника характер спектра изменяется — уменьшается относительный вклад фотонов в низкоэнергетическую область спектра (рис. 10.27, *б*). При этом спектры с достаточной точностью можно описать степенно́й функцией вида $I=a+b(E-E_1)^c$, где a, c, E_1 — константы, приводимые в литературе; константа b определяется из условия нормировки.

Для объемного полубесконечного источника, мощность которого с удалением от поверхности изменяется по закону $q_{0э}\exp(kl)$, угловое распределение плотности скалярного тока энергии рассеянного излучения удалось описать с погрешностью до 15% для $\theta<65^\circ$ и с погрешностью до 30% для $65^\circ<\theta<75^\circ$ в виде

$$J_{In}^{exp}(E_0,\ \mu l,\ \theta)=C_0^{exp}\cos^m\theta. \qquad (10.115)$$

Значения m для рассмотренных случаев табулированы, константу C_0^{exp}, как и для равномерного источника, определяют из условия нормировки. При $k>\mu$ условие полубесконечности не достигается, и показатель степени n увеличивается с ростом μl. Эта закономерность объясняется тем, что с возрастанием толщины источника объемная мощность излучения его нижних

слоев увеличивается быстрее, чем происходит ослабление излучения.

При $k<\mu$ угловые распределения по своему характеру близки к распределению для объемных источников с равномерно распределенной мощностью. В целом для экспоненциальных источников характерна бóльшая направленность излучения.

Энергетическое распределение для экспоненциальных источников имеет более сложный вид, чем для равномерного источника: с увеличением угла θ возрастает вклад фотонов в низкоэнергетическую часть спектра.

В заключение отметим, что размещение защиты за объемным источником усиливает анизотропию углового распределения излучения. Например, для объемного водного источника толщиной $l=3/\mu$ и $E_0=0{,}661$ МэВ угловое распределение плотности скалярного тока энергии рассеянного излучения эквивалентного поверхностного источника пропорционально $\cos^{1,1}\theta$, а для такого же источника за защитой из воды толщиной в три длины свободного пробега пропорционально $\cos^{2,3}\theta$.

Глава 11

ЗАЩИТА ОТ НЕЙТРОНОВ

§ 11.1. Пространственно-энергетическое распределение нейтронов в средах

По распространению нейтронов в средах можно выделить следующие группы материалов: 1) легкие водородсодержащие (водород, вода, полиэтилен) — эффективные замедлители нейтронов; 2) легкие, не содержащие водорода (углерод, карбид бора), используемые при технических или технологических ограничениях на введение в защиту водородсодержащих сред; 3) материалы, состоящие из элементов со средним атомным номером (бетон, породы, минералы); 4) тяжелые материалы (железо, свинец, молибден, вольфрам, титан) для снижения потоков фотонов (улучшают свойства защиты от быстрых нейтронов благодаря высоким сечениям неупругого рассеяния этих элементов); 5) металловодородсодержащие среды.

Водород. Как материал защиты водород не представляет большого практического интереса, но как элемент он является хорошим замедлителем нейтронов и главным компонентом в большинстве защит от нейтронов. Обусловлено это тем, что ядро водорода — протон — имеет примерно такую же массу, как и нейтрон, и в каждом акте упругого рассеяния на водороде

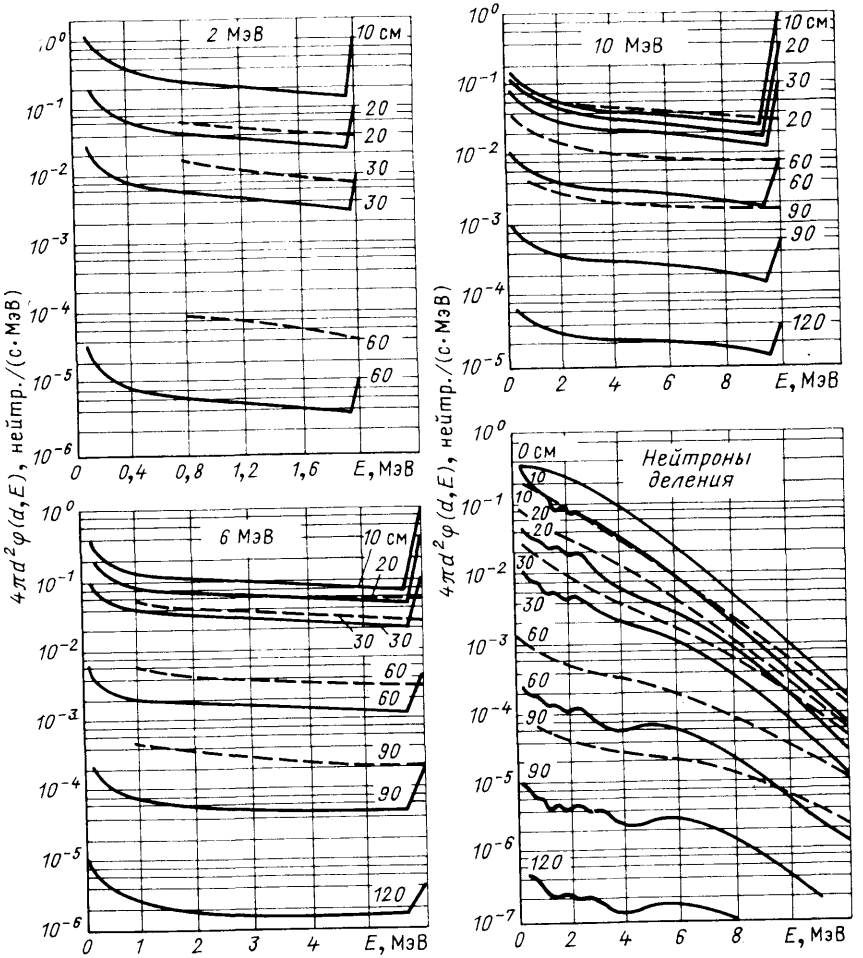


Рис. 11.1. Спектры нейтронов точечных изотропных источников с разными энергиями, испускающих 1 нейтр./с в воде — (———) и водороде плотностью 0,111 г/см³ (———) на различных расстояниях от источника. Для моноэнергетических источников нейтронов в водороде показаны спектры рассеянного излучения

нейтрон теряет в среднем половину своей энергии. Это определяет большой интерес к изучению поля нейтронного излучения в водороде.

Барьерная защита из водорода обладает наилучшими защитными свойствами от нейтронов, отнесенными к единице массы.

Информация о пространственно-энергетическом распределении нейтронов в водороде получена расчетами методом

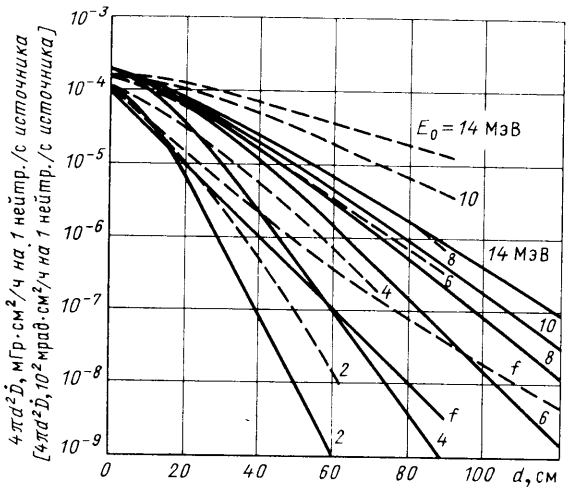


Рис. 11.2. Дозовые функции ослабления нейтронов в воде (———) и водороде плотностью 0,111 г/см³ (———) от точечных изотропных источников с разными энергиями E_0 и источника нейтронов деления (f)

моментов. Были изучены пространственно-энергетические распределения быстрых нейтронов $\varphi(d, E, E_0)$ от точечных изотропных источников нейтронов с энергией E_0, равной 2, 4, 6, 8, 10, 12 и 14 МэВ, и источника нейтронов деления в бесконечной среде из водорода плотностью $\rho = 0{,}111$ г/см³ (соответствует парциальной плотности водорода в воде) для различных расстояний между источником и детектором d (рис. 11.1). Пики при высоких энергиях для моноэнергетических источников в водороде, обусловленные нерассеянными нейтронами источника, на рис. 11.1 не показаны. Дозовые распределения, рассчитанные из данных о $\varphi(d, E, E_0)$, представлены на рис. 11.2.

Для пространственно-энергетического распределения нейтронов моноэнергетических источников характерны следующие закономерности.

1. Энергетические распределения рассеянных нейтронов — плавные функции энергии нейтронов, слабо зависящие от d.

2. Энергетическое распределение плотности потока рассеянных быстрых нейтронов близко к постоянному. Например, почти на всех расстояниях от источника с энергией $E_0 = 8$ МэВ $\varphi(d, E)$ не изменяется более чем в 2 раза при изменении энергии рассеянных нейтронов от 1,1 до 7,5 МэВ. При более низкой энергии φ возрастает.

3. При увеличении толщины защиты из водорода наблюдается смягчение спектра.

4. В любой точке детектирования, кроме непосредственной

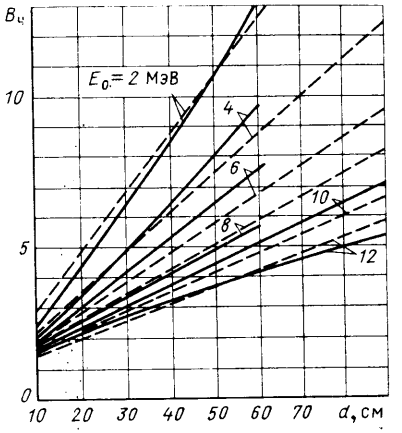


Рис. 11.3. Зависимость числового фактора накопления быстрых нейтронов в водороде от расстояния d для точечных изотропных источников разных энергий: — — — — расчет методом моментов; ——— расчет методом, учитывающим рассеяние нейтронов только прямо вперед

окрестности источника, число рассеянных нейтронов больше числа нерассеянных (рис. 11.3). Вместе с тем следует отметить, что после взаимодействия с атомом водорода нейтрон обладает значительно меньшей длиной свободного пробега и поэтому невелика вероятность того, что он уйдет далеко от места своего первого столкновения. Поэтому спектр нейтронов на большом расстоянии определяется главным образом нейтронами, которые проникли в окрестность точки детектирования, не подвергшись столкновению с атомами водорода.

Распределения нейтронов от источника деления характеризуются следующими закономерностями:

1. С увеличением расстояния между источником и детектором увеличивается средняя энергия нейтронов и, следовательно, наблюдается ужестчение спектра.

2. При высокой энергии ($E \geqslant 12$ МэВ) спектр нейтронов изменяется подобно изменению спектра нерассеянных нейтронов (эта часть спектра на рис. 11.1 не приведена).

Для расчета поля нейтронов в чистом водороде можно использовать приближенный метод решения кинетического уравнения «рассеяние прямо вперед» (см. § 8.2). Тогда, если принять, что сечение водорода $\Sigma_н(E)$ изменяется с энергией по закону $1/E$, плотность потока нейтронов от точечного изотропного источника единичной мощности с начальной энергией E_0 на расстоянии d от источника определяется зависимостью

$$\varphi(d) = [1/(4\pi d^2)] \exp[-\Sigma_н(E_0)\, d][1 + \Sigma_н(E_0)\, d]. \qquad (11.1)$$

Множитель $[1 + \Sigma_н(E_0)\, d]$ представляет собой числовой фактор накопления нейтронов.

Рассчитанные таким простым способом факторы накопления нейтронов хорошо совпадают с результатами точного расчета методом моментов (рис. 11.3). Хорошее согласие этих данных говорит о возможности использования метода «рассеяние прямо вперед» для практических расчетов.

Для точечного изотропного источника мощностью q_0 с произвольным энергетическим распределением вида $p(E_0)$ плотность потока нейтронов в водороде можно рассчитать из соотношения

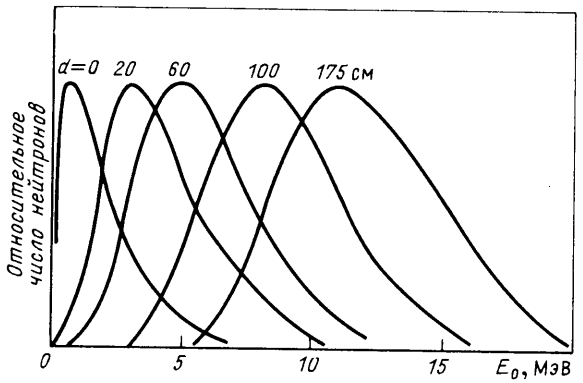


Рис. 11.4. Относительное распределение нерассеянных нейтронов от точечного изотропного источника нейтронов деления ^{235}U на различных расстояниях в воде d

$$\varphi(d)=[q_0/(4\pi d^2)]\int p(E_0)\exp[-\Sigma_н(E_0)\,d]\,[1+\Sigma_н(E_0)\,d]\,dE_0.$$

Вода — наиболее часто используемый в защите водородсодержащий материал. Это обусловлено высокой ядерной плотностью водорода в воде (при $\rho=1$ г/см^3 $6{,}66\cdot10^{22}$ ядер/см^3), невысокой стоимостью, легкодоступностью, способностью заполнять все отведенное для нее пространство без образования щелей, пустот, раковин в защите. Обычно для защиты применяют дистиллированную воду. Воду используют также как эталонную среду для отработки методики измерений или расчетов.

Характеристики ослабления нейтронного излучения в воде рассчитаны и измерены достаточно полно.

Как и для водорода, пространственно-энергетическое распределение быстрых нейтронов $\varphi(d, E, E_0)$ от точечных изотропных источников нейтронов с энергией E_0, равной 2, 4, 6, 8, 10, 12 и 14 МэВ, и источника нейтронов деления в бесконечной водной среде плотностью $\rho=1$ г/см^3 для расстояний между источником и детектором d до 60 — 120 см определено методом моментов (см. рис. 11.1). Моноэнергетические источники для приведенных на рис. 11.1 задавались треугольным импульсом. Дозовые распределения показаны на рис. 11.2.

Энергетические спектры плотности потока нерассеянных нейтронов в воде для точечного изотропного источника нейтронов деления ^{235}U показаны на рис. 11.4. Спектры нормализованы к постоянной величине в максимуме. При возрастании расстояния от источника энергетический спектр нерассеянных нейтронов становится жестче, максимум спектра сдвигается в область более высоких энергий. Форма спектра при этом становится симметричной.

Сопоставление данных расчетов (см. рис. 11.1 и 11.2) и сечений кислорода и водорода показывает, что основную роль в распространении нейтронов в воде играют столкновения на водороде. Некоторое небольшое различие в форме спектра в водороде и воде для источника нейтронов деления объясняется резонансной структурой сечения для кислорода при энергии 1,3 — 4 МэВ. Однако нерегулярности в спектре на воде не приводят к заметному изменению средней энергии, которая близка к средней энергии спектра для чистого водорода.

Результаты проведенных экспериментальных исследований для моноэнергетических источников и источников нейтронов деления хорошо согласуются (погрешность 10 — 20%) с расчетными данными.

Для пространственно-энергетического распределения моноэнергетических источников характерны следующие закономерности.

1. Начиная с небольших расстояний от источника устанавливается практически постоянное энергетическое распределение рассеянных нейтронов. В области энергий $E<0{,}5$ МэВ форма спектра, начиная с расстояний около 10 см, практически не зависит от d и E_0. Для энергии в диапазоне $2\text{ эВ}<E\leqslant330$ кэВ спектр может быть рассчитан по формуле

$$\varphi(d, E, E_0)=\frac{C(E_0, d)}{E\Sigma_н(E)}, \qquad (11.2)$$

где $C(E_0, d)$ — постоянная, зависящая от E_0 и d; $\Sigma_н(E)$ — полное сечение взаимодействия нейтронов с энергией E на водороде.

Используя зависимость вида (11.2) и значение $\varphi(d, E, E_0)$, например, для $E=0{,}33$ МэВ (нижняя граница энергии, для которой рассчитаны энергетические спектры), из приведенных данных расчетов (рис. 11.1) можно определить

$$\varphi(d, E, E_0)=\frac{\varphi(d, E=0{,}33\text{ МэВ}, E_0)\cdot0{,}33\Sigma_н(E=0{,}33\text{ МэВ})}{E\Sigma_н(E)}. \qquad (11.3)$$

2. С расстояния от источника 1 — 1,5 длины свободного пробега энергетическое распределение в полубесконечной (источник на границе среды) и бесконечной средах совпадает.

3. С расстояния d, большего 1,5 — 2 длин свободного пробега нейтронов источника, характер функции ослабления для детектируемых нейтронов различных энергетических групп практически не изменяется.

Полученная подробная информация о поле нейтронного излучения точечных изотропных моноэнергетических источников в водороде и воде может быть использована для вычисления пространственно-энергетического распределения нейтронов для источника с любым энергетическим распределением нейтронов $p(E_0)$ по формуле

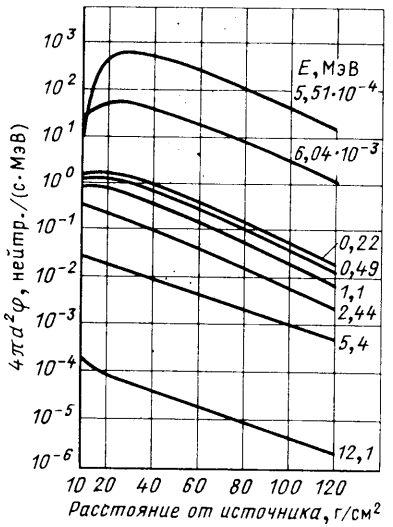


Рис. 11.5. Плотность потока нейтронов различных энергий для точечного изотропного источника нейтронов деления, испускающего 1 нейтр./с, в зависимости от расстояния в бесконечной среде из углерода

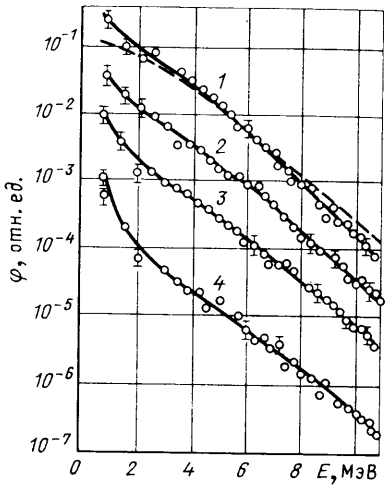


Рис. 11.6. Спектры быстрых нейтронов реактора, прошедших через железо:

1 — спектр нейтронов реактора; (– – – – – – спектр деления); *2*—*4* — спектры за слоями железа толщиной 10,4; 20,4; 40 см соответственно

$$\varphi\left[d,\ E,\ p\left(E_0\right)\right]=\int\limits_{\substack{\text{Спектр}\\ \text{источника}}}\varphi\left(d,\ E,\ E_0\right)p\left(E_0\right)dE_0. \qquad (11.4)$$

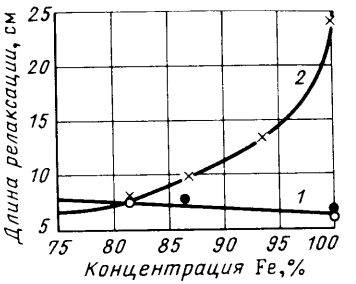
Вместо воды в качестве водородсодержащей среды может быть использован полиэтилен. В 1 см^3 полиэтилена плотностью 0,92 г/см^3 содержится $7{,}92\cdot10^{22}$ ядер водорода, т. е. примерно на 19% больше, чем в воде. Поэтому для достижения одного и того же ослабления нейтронов по толщине требуется полиэтилена меньше, чем воды.

Среди гидридов металлов известны соединения с ядерной плотностью водорода ρ_H, близкой к ρ_H воды. Это гидриды титана TiH_n, циркония ZrH_n, ванадия VH_n, кальция CaH_2, лития LiH, магния MgH_2. Гидрид кальция бурно реагирует с водой, разлагается на воздухе; активно реагирует с водой также и гидрид лития; менее активен гидрид магния. Поэтому вряд ли LiH, CaH_2 и MgH_2 могут найти широкое применение в защите.

Углерод. Отметим три особенности формирования поля излучения в углероде (рис. 11.5).

1. Поток рассеянных нейтронов низкой энергии (меньше примерно 1 МэВ и особенно ниже 10 кэВ), умноженный на $4\pi d^2$, с увеличением d увеличивается до толщин 25—30 г/см^2, а затем убывает. Это объясняется тем, что требуется значительная

Рис. 11.7. Зависимость длины релаксации быстрых (*1*), тепловых и промежуточных (*2*) нейтронов от концентрации железа по объему в железоводной смеси (плотность железа 7,86 г/см^3). Измерения индикаторами по реакции $^{63}Cu(n,\gamma)^{64}Cu$ (×); $^{32}S(n,p)^{32}P$ (●); $^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$ (○)



толщина слоя углерода, прежде чем достаточное количество нейтронов замедлится до низких энергий.

2. После начальных возмущений устанавливается равновесный спектр в графите для рассмотренных на рис. 11.5 энергий.

3. Графит — единственный материал, в котором вклад в поле излучения нейтронов тепловых энергий во много раз превышает вклад нейтронов других групп.

Железо. Особенностью многих сред со средними и большими атомными номерами (никель, свинец и др.) является наличие неупругого рассеяния нейтронов при энергии выше 0,5—1,5 МэВ. К этим средам относится железо, для которого энергетический порог неупругого рассеяния $E_п=0{,}85$ МэВ. При энергиях $E>E_п$ имеет место большой сброс энергии при неупругом рассеянии. В таких случаях энергетическое распределение плотности потока нейтронов имеет подъем в области энергий ниже $E_п$.

Для источника нейтронов деления деформация спектра с увеличением толщины защиты при энергиях выше 3—4 МэВ несущественна: спектр практически совпадает со спектром нейтронов источника (рис. 11.6). В значительной степени это объясняется тем, что для материалов со средними и большими атомными номерами при энергиях выше 2—3 МэВ сечение неупругого рассеяния, которым определяется замедление нейтронов, слабо зависит от их энергии.

Характерным для железа является наличие сравнительно небольшого провала в сечении при энергии 0,5—1 МэВ и большого «антирезонанса» в сечении при энергии около 24 кэВ. Отмеченные особенности железа обусловливают возрастание длины релаксации нейтронов с уменьшением энергетического порога детектора.

Смеси легких и тяжелых ядер. Для средних и тяжелых ядер длина релаксации быстрых нейтронов часто бывает меньше длины релаксации промежуточных и тепловых нейтронов. Это приводит к нежелательному интенсивному накоплению низкоэнергетических нейтронов с увеличением толщины защиты. Добавление к этим средам легких ядер (обычно водородсодер-

жащих веществ) приводит к уменьшению длины релаксации нейтронов низких групп (рис. 11.7). Например, при объемной концентрации железа в железоводной смеси около 82% длины релаксации быстрых, тепловых и промежуточных нейтронов совпадают. Такие металловодные смеси и гидриды металлов представляют собой эффективные защитные композиции в силу удачного сочетания хорошо замедляющих свойств водорода во всем энергетическом диапазоне нейтронов с большими величинами сечения неупругого рассеяния быстрых нейтронов для многих металлов, обеспечивающих значительные сбросы энергии при неупругом рассеянии нейтронов.

§ 11.2. Энергетическо-угловое распределение рассеянного нейтронного излучения на границе среды

Граница среды оказывает значительное влияние на форму углового распределения плотности потока нейтронов: внутри защитных барьеров оно более изотропно из-за вклада в поле излучения нейтронов, многократно рассеянных от последующих слоев материала. Эта закономерность особенно заметно проявляется для тяжелых материалов, таких, как свинец или железо, обладающих значительными альбедо быстрых нейтронов.

С увеличением угла θ для геометрии рис. 10.8, *б* происходит некоторое смягчение спектров рассеянных нейтронов (рис. 11.8), что обусловлено упругим (для карбида бора) и неупругим (для вольфрама) рассеянием быстрых нейтронов на ядрах материалов защитных барьеров.

С увеличением энергии детектируемых нейтронов их угловое распределение становится более анизотропным (рис. 11.9).

Угловое распределение плотности потока рассеянных быстрых нейтронов с энергией $E > 0{,}7 \div 1$ МэВ плоского мононаправленного источника нейтронов реактора за защитой (рис. 10.8, *б*), отнесенное к единичному телесному углу, в диапазоне углов детектирования $15 \div 20^\circ \lesssim \theta \lesssim 75 \div 80^\circ$ (θ — угол между нормалью к защите и направлением на детектор) аппроксимируется зависимостью, подобной зависимости для фотонов [см. формулу (10.9)]:

$$\varphi(d, \theta, E) = C(d, E) \exp\left[-\theta/\theta^{\text{п.м}}(d, E)\right], \qquad (11.5)$$

где $\theta^{\text{п.м}}$ — характеристический угол, зависящий в общем случае от толщины защиты d и энергии детектируемых нейтронов; начиная с некоторой толщины защиты, большей одной-двух длин релаксации детектируемых нейтронов в среде, $\theta^{\text{п.м}}$ слабо зависит от d; $C(d, E)$ — нормировочный множитель.

Как показывает анализ, $\theta^{\text{п.м}} \approx 40 \div 60^\circ$ для неводородсодержащих сред и $\theta^{\text{п.м}} \approx 30^\circ$ — для водородсодержащих. Угол $\theta^{\text{п.м}}$ существенно зависит от энергии детектируемых нейтронов.

С уменьшением энергии угловое распределение становится более изотропным, например для неводородсодержащих сред при энергии вблизи области тепловых нейтронов $\theta^{\text{п.м}} \approx 100^\circ$.

Множитель $C(d, E)$ можно определить из нормировочного выражения

$$\varphi(d, E) = \varphi_0(d, E)\left[B_{\text{ч}}(d) - 1\right] = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} C(d, E) \exp\left(-\theta/\theta^{\text{п.м}}(d, E)\right) \sin\theta d\theta, \qquad (11.6)$$

где $\varphi(d, E)$, $\varphi_0(d, E)$ — плотность потока рассеянных и нерассеянных нейтронов с энергией, большей E, за защитой толщиной d; $B_{\text{ч}}(d)$ — числовой фактор накопления нейтронов данной энергетической группы. Из этого выражения определяем

$$C(d, E) = \frac{\varphi_0(d, E)\left[B_{\text{ч}}(d) - 1\right]}{2\pi\theta^{\text{п.м}}(d, E)} \frac{1 + \left[\theta^{\text{п.м}}(d, E)\right]^2}{\theta^{\text{п.м}}(d, E) - \exp\left[-\pi/(2\theta^{\text{п.м}}(d, E))\right]}. \qquad (11.7)$$

Для углов детектирования $0^\circ \lesssim \theta \lesssim 80 \div 90^\circ$ при детектировании нейтронов в энергетическом интервале ΔE и тех же условиях задачи (рис. 10.8, *б*) с погрешностью 10—15%

$$\varphi(d, \theta, \Delta E) = C(d, \Delta E) \sum_{i=1}^{2} (-1)^{i-1} A_i(d, \Delta E) \times \exp\left(-\theta/\theta_i^{\text{п.м}}(d, \Delta E)\right], \qquad (11.8)$$

где $C(d, \Delta E)$ — нормировочный множитель; $A_i(d, \Delta E)$ — численные параметры $(A_1 + A_2 = 1)$; $\theta_i^{\text{п.м}}$ — характеристические углы; A_i и $\theta_i^{\text{п.м}}$ в наиболее общем виде зависят для данного материала защиты от энергии детектируемого излучения ΔE и толщины защиты. Однако начиная с некоторой толщины защиты $d_{\text{мин}}$ они слабо зависят от d. Первый член формулы (11.8) определяет угловое распределение в области $\theta \gtrsim 20^\circ$, второй — учитывает особенности в поведении плотности потока нейтронов при $\theta \lesssim 20^\circ$. Нормировочный множитель $C(d, \Delta E)$ определяется так же, как и $C(d, E)$ в формуле (11.5).

§ 11.3. Метод длин релаксации

Анализ имеющейся в литературе экспериментальной и расчетной информации показывает, что пространственное распределение плотности потока (мощности дозы) нейтронов с достаточно хорошей для практических расчетов точностью после исключения геометрического ослабления удается описать простой экспоненциальной зависимостью вида

$$\varphi(d) = \varphi_0 \exp(-d/L), \qquad (11.9)$$

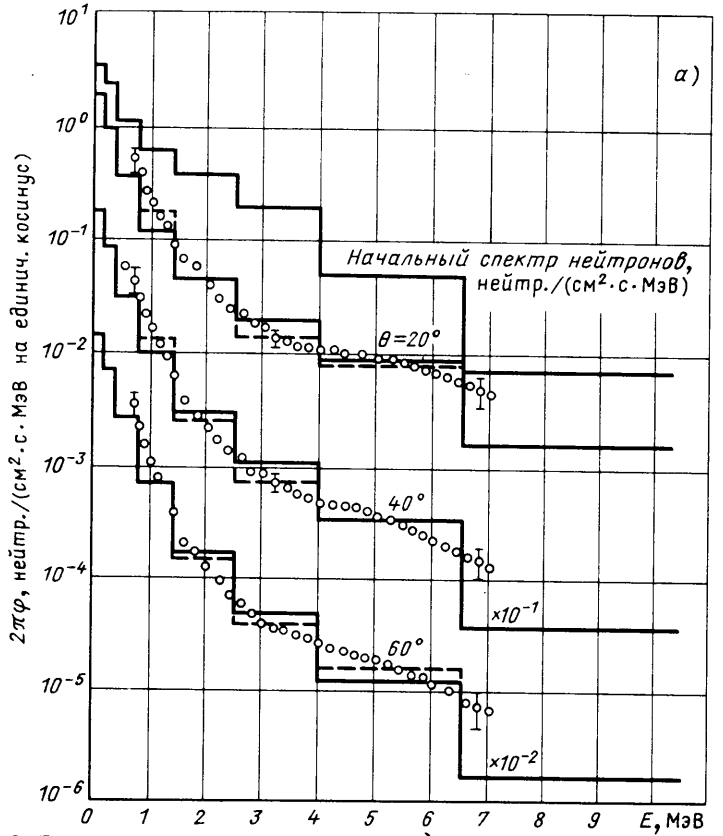
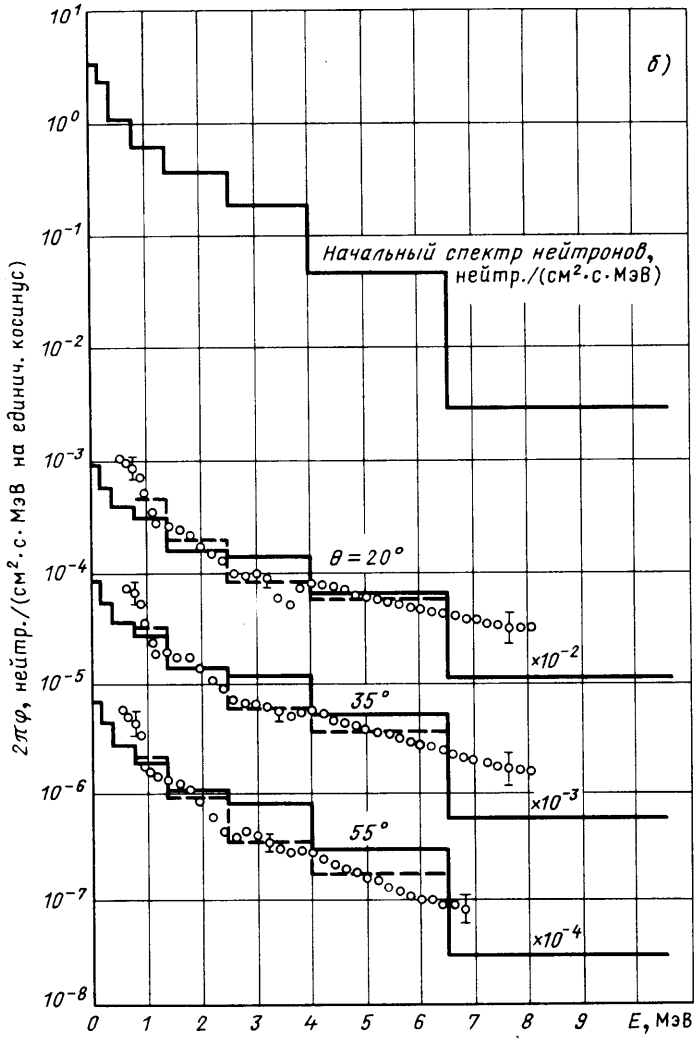


Рис. 11.8. Энергетическо-угловое распределение плотности потока быстрых нейтронов плоского мононаправленного источника спектра реактора за барьером из вольфрама толщиной $d=15{,}4$ см ($\rho=17{,}4$ г/см^3) (*а*) и карбида бора толщиной $d=50$ см ($\rho=1{,}3$ г/см^3) (*б*):

○ — эксперимент; ——— — расчет методом дискретных ординат по программе РОЗ; – – – – – экспериментальные данные, усредненные по расчетным энергетическим интервалам. Экспериментальные и расчетные данные нормированы при $\theta=20°$ (*а*) и $\theta=35°$ (*б*) в интервале энергий 1,4 — 2,5 МэВ

где φ_0 — характеристика поля нейтронов в точке детектирования без защиты; L — длина релаксации нейтронов в среде, в общем случае зависящая от энергии нейтронов источника, толщины слоя материала, компоновки и геометрии защиты, энергии детектируемых нейтронов и других условий задачи. В большинстве случаев L не зависит от толщины лишь в определенном диапазоне изменения d, поэтому ее определяют для отдельных участков защиты, в пределах которых ослабление нейтронов может быть описано экспоненциальной зависимостью с постоянным значением L. В таких случаях



плотность потока (мощность дозы) нейтронов определяют по формуле

$$\varphi(d)=\varphi_0\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}\Delta d_i/L_i\right), \qquad (11.10)$$

где Δd_i — толщина защиты i-го участка, для которого L принята равной L_i; m — число участков, на которые разбита защита по толщине.

В литературе имеется обширная информация о длинах релаксации, полученная расчетом и экспериментально с различ-

Таблица 11.1. **Длина релаксации плотности потока нейтронов в различных средах для нейтронов реактора, г/см²**

Среда	d, г/см²	Длина релаксации для нейтронов с энергией E, МэВ					
		Детектор «1/v»	>0,33	>2	>3	>5	>7
Вода	10—30	—	8,1 *1	8,1 *1; 7,6	8,1 *1; 8,1	9,2 *1; 9,6	11,1 *1; 10,1
	30—60	7,4	8,9 *1	9,3 *1; 9,1	9,5 *1; 9,3	10,5 *1; 10,4	11,2 *1; 11,2
	60—100	8,7	9,3 *1	10,7 *1; 10,6	10,7 *1; 10,6	11,0 *1; 11,3	12,1 *1; 12,6
	0—100	—	10 *1	— —	— —	— —	— —
Углерод	0—50	—	—	18,9	20,9	23,0	20,0
	50—100	—	—	20,0	24; 21,7	24,0	21,7
	100—150	—	21,1 *2	21,7; 23,0	26,6; 22,4	25,4	27,1; 23,4
	150—220	—	26,8 *2	24,3; 26,4	26,3; 26,4	27,8	25,6
	0—220	—	24	22,0	22,9	25,0	22,7
Карбид бора	0—90	11,8	—	—	16,7; 20,6 *1	—	—
	11—65	—	—	—	— —	—	21,9 *1
Полиэтилен	0—28	—	—	5,78	6,9 *1; 6,20	7,15 *1; 6,70	8,4 *1; 7,35
	28—55	—	—	6,67	7,6 *1; 6,95	8,20 *1; 7,45	8,9 *1; 7,86
	55—83	—	—	7,63	8,1 *1; 7,81	8,75 *1; 8,08	9,9 *1; 8,36
	0—83	—	—	6,70	7,00	7,45	7,86
Железо	0—510	—	—	59; 55,4	51; 50,7	49,5; 49,2	49,5; 49,2
Свинец	0—840	—	—	117	107	109	109
	11—565	—	—	—	106 *1	—	98,2 *1; 98,4 *1

*1 Расчетные значения.
*2 Доза для нейтронов с $E>0{,}5$ МэВ, экспериментальные данные.

Таблица 11.2. **Длина релаксации плотности потока нейтронов с энергией, большей 2 МэВ, и значения f для плотности потоков нейтронов с энергией, большей 1,5 МэВ, при прохождении нейтронов источника с энергией E_0 через различные среды**

Среда	$E_0=4$ МэВ			$E_0=14\div15$ МэВ		
	d, г/см²	L, г/см²	f	d, г/см²	L, г/см²	f
Вода	90	6,2 *1	5,4	120	14,2 *1	3,0
Углерод	118	19	1,4	118	32,9	1,3
Карбид бора	200	20	5,0	280	28,8	1,8
Полиэтилен	60	5,05	2,4	69	12,8	2,5
Плексиглас	70	7,32	2,1	85	17,7	2,1
Железо	350	59,5	4,9	430	64,2	2,7
Свинец	565	169	4,0	620	173	2,9

*1 Доза быстрых нейтронов ($E>0{,}33$ МэВ), расчетные значения.

ными источниками для разных защитных сред (табл. 11.1 и 11.2); здесь расчетные значения в отличие от экспериментальных отмечены звездочками. Значения L для бесконечной или полубесконечной геометрии (источник на границе среды) в отличие от L для барьерных геометрий подчеркнуты.

В общем случае ход кривой ослабления на начальном участке на расстоянии от источника $(2\div3)L$ может отличаться от экспоненциального. Это отличие можно учесть введением в зависимость вида (11.9) или (11.10) коэффициента f, характеризующего отклонение от экспоненциальной формы кривой ослабления на начальных расстояниях от источника (табл. 11.2). Для источников нейтронов деления часто $f\approx1$.

С учетом коэффициента f плотность потока нейтронов, например моноэнергетического точечного изотропного источника мощностью q_0 за защитой толщиной d, когда источник и детектор находятся с разных сторон защиты на одной нормали к ее поверхности, может быть определена из соотношения

$$\varphi(d)=\frac{q_0 f}{4\pi d^2}\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}\Delta d_i/L_i\right). \qquad (11.11)$$

Для немоноэнергетического источника со спектром вида $p(E_0)$

$$\varphi(d)=\frac{q_0}{4\pi d^2}\sum_j f_j\exp\left(-\sum_i \Delta d_i/L_{ji}\right)p(E_{0j}), \qquad (11.12)$$

где $p(E_{0j})$ — доля нейтронов источника в энергетическом интер-

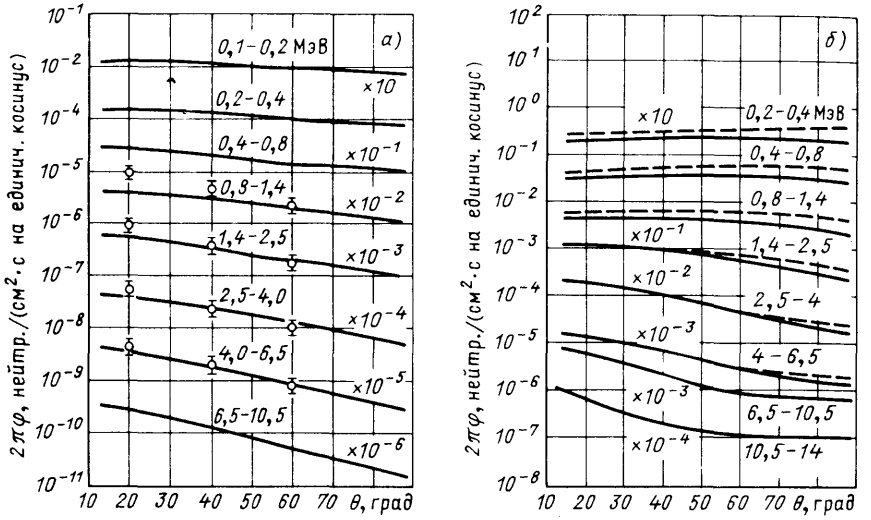


Рис. 11.9. Угловые распределения плотности потока быстрых нейтронов различных энергетических групп от плоского мононаправленного источника спектра реактора за барьером из гидрида лития толщиной 45 см ($\rho=0{,}5$ г/см^3) (*а*), за слоем воды толщиной 30 см и внутри водного барьера в точке $d=30$ см при общей толщине 45 см (*б*):
○ — эксперимент; ——— расчет по программе РОЗ за барьерами; - - - - - расчет по программе РОЗ внутри водного барьера

вале от E_{0j} до $E_{0j}+\Delta E_{0j}$; f_j — коэффициент для энергии $E_{0j}+\Delta E_{0j}/2$; L_{ji} — длина релаксации для нейтронов с энергией $E_{0j}+\Delta E_{0j}/2$ на толщине защиты i-го участка.

Для защит, представляющих собой смесь тяжелых и легких ядер, L часто можно оценить из соотношения

$$1/L=(c_л/L_л)+(c_т/L_т), \qquad (11.13)$$

где $L_л$ и $L_т$ — длина релаксации легкого и тяжелого компонентов соответственно; $c_л$ и $c_т$ — относительная объемная концентрация легкого и тяжелого компонентов соответственно $(c_л+c_т=1)$.

§ 11.4. Сечение выведения

Концепция *сечения выведения* широко используется для вычисления мощностей дозы быстрых нейтронов в водородсодержащих средах. Этот метод является одним из наиболее простых и продуктивных методов решения большого круга задач прохождения нейтронов через защиту.

Физической предпосылкой концепции сечения выведения является то, что процессы взаимодействия (исключая рассеяние на малые углы) с ядрами тяжелых элементов в водородсодержащей среде (количество которой больше некоторого мини-

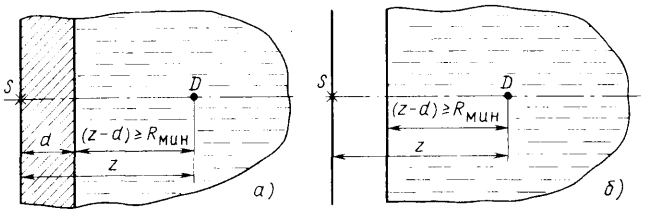


Рис. 11.10. Геометрия эксперимента по определению сечения выведения для гетерогенных сред

мально требуемого) могут рассматриваться как поглощение.

Для объяснения этого явления следует вспомнить, что сечение водорода в рассматриваемой области энергии увеличивается с уменьшением энергии нейтронов, а также имеет место большой сброс энергии нейтрона при рассеянии на водороде. В результате при неупругом рассеянии резко уменьшается вероятность того, что нейтрон достигнет точки детектирования. Аналогичная картина происходит и при упругом рассеянии на большие углы, когда увеличивается путь нейтронов до точки детектирования.

Концепция сечения выведения основана на том, что в большинстве водородсодержащих сред при выполнении некоторых условий влияние других вводимых в защиту материалов, ослабляющих быстрые нейтроны, можно учесть введением простого экспоненциального множителя типа $\exp(-\Sigma_{rem}d)$, где Σ_{rem} — сечение выведения; d — толщина слоя вводимого вещества.

Для грубой оценки сечения выведения можно воспользоваться приближенной формулой

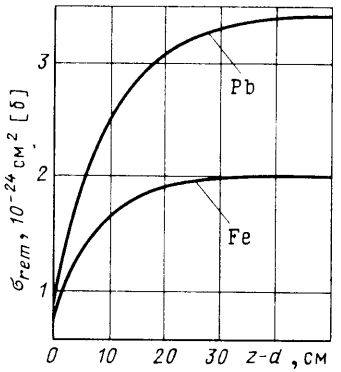
$$\Sigma_{rem}(E)\simeq\Sigma(E)-2\pi\int_{-1}^{+1}\Sigma_s(E,\mu_s)\,\mu_s d\mu_s, \qquad (11.14)$$

где $\Sigma(E)$ — полное сечение; $\Sigma_s(E,\mu_s)$ — дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов с энергией E на угол $\arccos\mu_s$; μ_s — косинус угла упругого рассеяния.

Впервые методика сечения выведения была развита для источника нейтронов деления, а в дальнейшем успешно использована для решения задач с источниками нейтронов произвольного спектра.

В наиболее общем виде сечение выведения зависит от энергии нейтронов и условий эксперимента: способа введения изучаемого вещества в водородсодержащую среду, геометрии и углового распределения излучения источника и др.

Различают сечение выведения для гетерогенных сред (вещество вводится в водородсодержащую среду вблизи источника) и гомогенных сред (вещество равномерно распределяется в водородсодержащем материале).



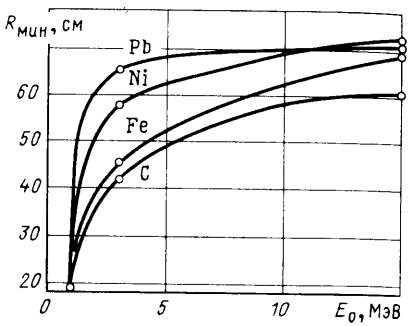


Рис. 11.12

Рис. 11.11. Зависимость сечения выведения от $z-d$ для точечного изотропного источника нейтронов деления, помещенного в центре сферы из железа или свинца с толщиной стенок d, которая покрыта сферическим слоем полиэтилена толщиной $z-d$, для $E_{пор}=302$ кэВ

Рис. 11.12. Зависимость $R_{мин}$ от энергии нейтронов источника E_0 для различных материалов (точки — экспериментальные значения)

Сечение выведения для гетерогенных сред. Использование методики *сечения выведения для гетерогенных сред* требует, чтобы между введенной вблизи источника пластиной и детектором находилось некоторое минимальное количество водородсодержащего вещества, определяемое расстоянием $R_{мин}$ (рис. 11.10, *а*). Если при этом условии в водородсодержащую среду (например, в воду) вблизи источника поместить пластину из тяжелого вещества, то закон ослабления мощности дозы быстрых нейтронов этой пластиной представится в виде

$$\dot{D}(z, d)=\dot{D}_{н}(z-d)\exp(-\Sigma_{rem}d), \qquad (11.15)$$

где $\dot{D}(z, d)$ — мощность дозы быстрых нейтронов на расстоянии z от источника; $\dot{D}_{н}(z-d)$ — мощность дозы быстрых нейтронов в водородсодержащем материале толщиной $z-d$ без пластины; Σ_{rem} — сечение выведения, см$^{-1}$; d — толщина пластины, см. Под $\dot{D}(z, d)$ и $\dot{D}_{н}(z-d)$ можно понимать также полную мощность дозы нейтронов всех энергий, так как в водородсодержащих средах, начиная с толщины примерно в две длины релаксации, устанавливается практически постоянный дозовый состав излучения. Кроме того, нейтроны низких энергий дают небольшой вклад в полную дозу нейтронов (см. § 11.5); $R_{мин}$ соответствует толщине $z-d$, при которой Σ_{rem} становится постоянным и не увеличивается с дальнейшим увеличением $z-d$ (рис. 11.11). Обычно величине $R_{мин}$ для источника нейтронов деления соответствует слой 4,5—6,5 г/см^2 водорода, что эквивалентно, например, 40—60 см воды или 35—50 см полиэтилена. Таким образом, $R_{мин}$ характеризует минимальное количество водородсодержащей среды, при котором возмущением пластиной

спектра можно пренебречь; $R_{мин}$ зависит от энергии нейтронов источника E_0, материала пластины и эффективного порога детектирования. С уменьшением энергии источника в пределах 1 МэВ $\leqslant E_0 \leqslant$ 15 МэВ (рис. 11.12) и увеличением энергетического порога детектирования $E_{пор}$ $R_{мин}$ уменьшается.

Экспериментальные исследования с моноэнергетическими источниками нейтронов и источниками нейтронов спектра деления показали, что сечение выведения слабо зависит от толщины пластины до пяти длин релаксации.

Для определения Σ_{rem} проводят две серии измерений мощности дозы: в чистой водородсодержащей среде (обычно в воде) (рис. 11.10, *б*) и в водородсодержащей среде с введенной пластиной изучаемого материала (рис. 11.10, *а*).

Мощность дозы нейтронов от точечного изотропного источника единичной мощности для измерений в чистой водородсодержащей среде может быть определена по формуле

$$\dot{D}_{н}(z-d)=\frac{Cg_{н}(z-d)}{4\pi z^2}, \qquad (11.16)$$

где $g_{н}(z-d)$ — функция, характеризующая ослабление нейтронов источника за счет взаимодействий в водородсодержащей среде (без учета геометрического ослабления); C — постоянная.

При введенной пластине толщиной d мощность дозы определяется соотношением

$$\dot{D}(z, d)=\frac{Cg_{н}(z-d)g_{пл}(d)}{4\pi z^2}. \qquad (11.17)$$

Так как измерения проводятся в условиях, когда $z-d \geqslant R_{мин}$, то $g_{пл}(d)=\exp(-\Sigma_{rem}d)$ и, следовательно,

$$\dot{D}_{н}(z-d)/\dot{D}(z, d)=1/g_{пл}(d)=\exp(\Sigma_{rem}d). \qquad (11.18)$$

Тогда

$$\Sigma_{rem}=(1/d)\ln[\dot{D}_{н}(z-d)/\dot{D}(z, d)]. \qquad (11.19)$$

В экспериментах малая чувствительность дозиметров затрудняет измерение мощности дозы быстрых нейтронов на достаточно больших расстояниях в водородсодержащей среде. Поэтому о $\dot{D}_{н}(z-d)$ и $\dot{D}(z, d)$ судят обычно по плотности потоков тепловых нейтронов $\varphi_{н}(z-d)$ и $\varphi(z, d)$, регистрируемых в этих же точках, например, пропорциональным счетчиком, наполненным газом BF_3. Такое представление возможно, так как кривая зависимости φ тепловых нейтронов от расстояния до источника с большой точностью параллельна кривой мощности дозы быстрых нейтронов, особенно на больших расстояниях от источника нейтронов. В этом случае

$$\Sigma_{rem}=(1/d)\ln[\varphi_{н}(z-d)/\varphi(z, d)]. \qquad (11.20)$$

Измерения Σ_{rem} для пакетов, состоящих из набора пластин разных материалов, чередующихся различными способами, показали, что сечения выведения обладают свойством аддитивности.

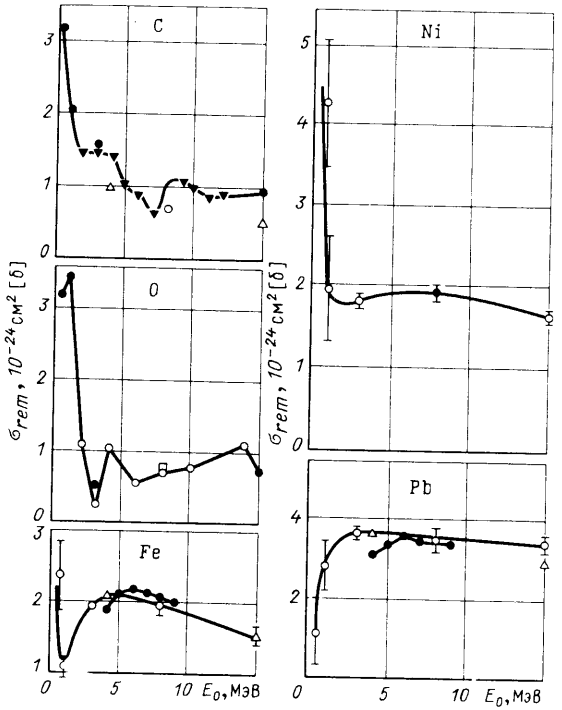


Рис. 11.13. Зависимость сечения выведения от энергии нейтронов источника для различных материалов (по данным разных авторов)

Закон ослабления нейтронов заданного спектра набором пластин различных материалов можно представить в виде

$$\dot{D}\left(z, \sum_{i=1}^{m} d_i\right) = \dot{D}_{\text{н}}\left(z - \sum_{i=1}^{m} d_i\right) \exp\left[-\sum_{i=1}^{m} (\Sigma_{rem,i} d_i)\right], \quad (11.21)$$

где m — число пластин из различных материалов; $\Sigma_{rem,i}$ и d_i — сечение выведения и толщина слоя вещества i-го компонента соответственно.

Сечение выведения, см^2/г, для сложных по химическому составу сред можно рассчитать по формуле

$$\Sigma_{rem} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{n} (\Sigma_{rem,i} \eta_i), \quad (11.22)$$

где n — число различных химических элементов в среде; $\Sigma_{rem,i}$ и η_i — сечение выведения, см^2/г, и массовое содержание, %, i-го элемента соответственно.

Свойство аддитивности сечения выведения используют, в частности, при введении в экспериментальные результаты поправок на влияние оболочек, в которые заключены материалы. Этот же принцип используется при определении Σ_{rem} одного

Таблица 11.3. **Сечения выведения для нейтронов спектра деления, 10^{-24} см^2[σ]**

Элемент	σ_{rem}	Элемент	σ_{rem}	Элемент	σ_{rem}
Li	1,01 ± 0,05	F	1,29 ± 0,06	Cu	2,04 ± 0,11
Be	1,07 ± 0,06	Al	1,31 ± 0,05	Zr	2,36 ± 0,12
B	0,97 ± 0,10	Cl	1,2 ± 0,8	Pb	3,53 ± 0,30
C	0,81 ± 0,05	Fe	1,98 ± 0,08	Bi	3,49 ± 0,35
O	0,99 ± 0,10	Ni	1,89 ± 0,10	U	3,6 ± 0,4

из компонентов материала в химическом соединении или в простой механической смеси. Например, из измеренного Σ_{rem} для соединения C_2F_3Cl по известным Σ_{rem} углерода и фтора было найдено Σ_{rem} для хлора.

В приведенных соотношениях предполагалось, что Σ_{rem} определено для данного спектра нейтронного излучения источника, обычно спектра нейтронов деления. Однако часто представляется интересным оценить Σ_{rem} для других источников нейтронов, например (α, n)-источников. Кроме того, даже спектр нейтронов реактора, особенно в области энергий $E_0 \lesssim 3 \div 4$ МэВ, обычно значительно отличается от спектра нейтронов деления. В этих случаях для расчета дозы нейтронов необходимо знать зависимость сечения выведения от энергии источника $\Sigma_{rem} = \Sigma_{rem}(E_0)$ (рис. 11.13).

В табл. 11.3 приведены значения Σ_{rem} для источника нейтронов деления: они были определены при измерениях с дисковым конвертором нейтронов деления.

Анализ данных рис. 11.13 показывает, что в диапазоне $E_0 \gtrsim 3$ МэВ для промежуточных и тяжелых ядер зависимость Σ_{rem} от энергии сравнительно слабая; для легких ядер она более существенна и должна учитываться.

По известной зависимости $\Sigma_{rem} = \Sigma_{rem}(E_0)$ можно записать закон ослабления мощности дозы нейтронов для произвольного дозового спектра нейтронов источника вида $p(E_0)$:

$$\dot{D}(z, d) = \int p(E_0)\, \dot{D}_{\text{н}}(z - d, E_0) \exp\left[-\Sigma_{rem}(E_0) d\right] dE_0, \quad (11.23)$$

где $\dot{D}_{\text{н}}(z - d, E_0)$ — мощность дозы нейтронов в водородсодержащей среде от источника с энергией E_0.

Эффективное сечение выведения для любого сложного спектра вида $p(E_0)$ можно определить по формуле

$$\exp\left(-\Sigma_{rem,\text{эф}} d\right) = \frac{\int p(E_0)\, \dot{D}_{\text{н}}(z - d, E_0) \exp\left[-\Sigma_{rem}(E_0) d\right] dE_0}{\int p(E_0)\, \dot{D}_{\text{н}}(z - d, E_0)\, dE_0}. \quad (11.24)$$

Зависимость массового сечения выведения $\Sigma_{rem,m}$, см^2/г, от атомного номера Z и атомной массы A материала для источника нейтронов деления можно записать в виде эмпирических выражений:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{для } Z \leqslant 8 & \Sigma_{rem,m} = 0{,}19 Z^{-0{,}743}; \\ \text{для } Z > 8 & \Sigma_{rem,m} = 0{,}125 Z^{-0{,}565} \end{array}\right\} \qquad (11.25)$$

или

$$\Sigma_{rem,m} = 0{,}206 A^{-1/3} Z^{-0{,}294} \approx 0{,}206 (AZ)^{-1/3}. \qquad (11.26)$$

Оценить $\Sigma_{rem,m}$, см^2/г, для источника нейтронов деления можно также из соотношений

$$\text{при } A > 10 \quad \Sigma_{rem,m} = 0{,}21 A^{-0{,}58} \qquad (11.27)$$

или

$$\Sigma_{rem.m} \approx (2/3) \bar{\Sigma}_{tot,m}, \qquad (11.28)$$

где $\bar{\Sigma}_{tot,m}$ — среднее значение полного массового сечения взаимодействия нейтронов для энергий 6—8 МэВ.

Используя приведенные выше зависимости для практически важного случая точечного изотропного источника нейтронов, излучающего q_0 нейтр./с с дозовым спектром вида $p(E_0)$, мощность дозы нейтронов на расстоянии z от источника в водородсодержащей среде, в которой между источником и детектором вблизи источника введен слой материала толщиной d с сечением выведения $\Sigma_{rem}(E_0)$, можно определить из соотношения

$$\dot{D}(z, d) = \frac{C q_0}{4\pi z^2} \int_{E_{0,\text{мин}}}^{E_{0,\text{макс}}} p(E_0) g_{\text{н}}(z-d, E_0) \times$$

$$\times \exp\left[-\Sigma_{rem}(E_0) d\right] dE_0, \qquad (11.29)$$

где $E_{0,\text{макс}}$ и $E_{0,\text{мин}}$ — максимальная и минимальная энергия нейтронов источника; C — константа.

Для источника нейтронов деления интегрирование правой части выражения (11.29) заменяется использованием $g_{\text{н}}(z-d)$ и Σ_{rem} для источника нейтронов деления:

$$\dot{D}(z, d) = \left[C q_0 / (4\pi z^2)\right] g_{\text{н}}(z-d) \exp(-\Sigma_{rem} d). \qquad (11.30)$$

Расчет мощности дозы объемного источника, например активной зоны ядерного реактора, сводится к интегрированию выражений вида (11.29) или (11.30) по всему объему источника V. Мощность дозы нейтронов в этом случае, например, при равномерном распределении источника по объему V со спектром нейтронов источника вида $p(E_0)$ определяется выражением

$$\dot{D}(z) = \int_{E_{0,\text{мин}}}^{E_{0,\text{макс}}} \int_{V} \left[C q_{V0} / (4\pi z^2)\right] p(E_0) g_{\text{н}}\left(z - \sum_{i=1}^{m} d_i, E_0\right) \times$$

$$\times \exp\left\{-\sum_{i=1}^{m} \left[\Sigma_{rem,i}(E_0) d_i\right]\right\} dE_0 dV, \qquad (11.31)$$

где m — число различных материалов (кроме водородсодержащей среды) на пути нейтронов по лучу, соединяющему

Таблица 11.4. **Коллимированные σ_{rem} для нейтронов спектра деления, 10^{-24} см^2 [6]**

Элемент	Образец	σ_{rem}	Элемент	Образец	σ_{rem}
Li	LiH	1,34 ± 0,04	Cl	CCl_4	1,91 ± 0,08
	Li	1,57 ± 0,03	Ti	Ti	2,20 ± 0,07
Be	Be	1,40 ± 0,04		TiH	1,87
B	B_4C	1,21 ± 0,02	Fe	Fe	2,26 ± 0,04
C	Графит	От 1,00 ± 0,03	Ni	Ni	2,32 ± 0,04
		до 1,20 ± 0,02	Cu	Cu	2,45 ± 0,05
F	Тефлон	1,50 ± 0,05	Cd	Cd	2,85 ± 0,07
Na	NaCl	1,60 ± 0,20	W	Мэллори-1000	3,87 ± 0,11
Al	Al	1,61 ± 0,03	Pb	Pb	4,00 ± 0,07
S	S	1,83 ± 0,13	Bi	Bi	3,95 ± 0,08

элементарный объем dV и точку детектирования; q_{V_0} — удельная объемная мощность источника; z — расстояние от элемента dV до точки детектирования.

В особую группу можно объединить σ_{rem}, определенные для коллимированного источника,— так называемые *коллимированные сечения выведения* (табл. 11.4). При измерениях в воду между источником нейтронов деления и исследуемой пластиной вещества помещали полый коллиматор длиной 1,5 м. Измерения проводили с помощью детектора тепловых нейтронов в воде на расстояниях 40—80 см за пластиной по оси коллиматора. В этих измерениях нейтроны источника были направлены перпендикулярно пластине, поэтому отклонение от заданного первоначального направления при взаимодействии с материалом пластины могло только увеличить длину их пути до детектора. Для изотропного источника, используемого в описанных выше экспериментах, часть нейтронов после упругих соударений в пластине могла с большей вероятностью достигнуть точки детектирования. Поэтому коллимированные Σ_{rem} несколько больше, чем сечения выведения изотропных источников.

Сечение выведения для гомогенных сред. Закон ослабления мощности дозы нейтронов гомогенной смесью водорода с тяжелыми компонентами при концентрации водорода в смеси более некоторого минимального количества можно записать с использованием *сечения выведения для гомогенных сред* в виде

$$\dot{D}(z) = \dot{D}_{\text{н}}(z) \exp\left[-\sum_{i=1}^{n} \left(\sigma_{rem,i} (N_{\text{A}}/A_i) \rho_i z\right)\right], \qquad (11.32)$$

где $\dot{D}(z)$ — мощность дозы нейтронов на расстоянии z от источника в гомогенной среде; $\dot{D}_{\text{н}}(z)$ — мощность дозы нейтронов на расстоянии z от источника в чистом водороде с эквивалентной объемной плотностью; $\sigma_{rem,i}$ — микроскопическое сечение выведения i-го компонента; N_{A} — число Авогадро; A_i и ρ_i — атомная масса и парциональная плотность i-го компонента соответственно.

Сечение выведения $\Sigma_{rem,эф}$ для сложного спектра в этом случае можно определить из выражения

$$\exp\left(-\Sigma_{rem,эф}z\right)=\frac{\int p(E_0)\dot{D}_н(z, E_0)\exp\left[-\Sigma_{rem}(E_0)z\right]dE_0}{\int p(E_0)\dot{D}_н(z, E_0)dE_0}, \qquad (11.33)$$

где $p(E_0)$ — дозовый спектр излучения источника.

Различие в сечениях гомогенной и гетерогенной сред лежит практически в пределах экспериментальных погрешностей их определения (5—10%). Этому расхождению можно дать физическое объяснение. Когда измерения проводятся в гомогенной среде, некоторые «выводящие» ядра располагаются вблизи детектора, и соударения, которые в случае пластины привели бы к выведению нейтрона, здесь могут не привести к такому эффекту. Поэтому и сечение выведения гомогенных сред несколько меньше сечения выведения слоя.

Заметим, что для смесей воды (водорода) и элементов с небольшими и средними значениями Z использование Σ_{rem} гомогенных сред возможно при объемном содержании воды 15—18% или массовом содержании водорода в смеси около 0,3%.

Использование сечений выведения в расчете неводородсодержащей защиты от нейтронов. Для нейтронов деления длина релаксации, измеренная детектором с эффективным энергетическим порогом около 3 МэВ в «чистой» среде, не содержащей водорода, в пределах погрешности измерений (примерно 10%) совпадает с длиной релаксации, рассчитанной для данной «чистой» среды на основании сечения выведения гетерогенной среды. Этот вывод справедлив не только для элементарных сред, но и для сред со сложным химическим составом.

Сечения выведения можно использовать для описания ослабления нейтронов источника деления с энергией более 3 МэВ в данном веществе, например задавать ослабление верхней группы нейтронов с энергией, большей 3 МэВ, при многогрупповых расчетах.

Возможность использования сечения выведения для расчета не содержащих водорода защит имеет качественное объяснение. В самом деле, расстояние $R_{мин}$ в водородсодержащей среде уменьшается с увеличением энергетического порога детектирования. Это может быть объяснено тем, что наибольшее искажение спектра нейтронов за пластиной введенного вещества происходит в области низких энергий. Чем выше порог детектора, тем более вероятно, что детектор будет регистрировать только такие нейтроны, спектр которых практически не искажен. В принципе существует такой порог детектора, выше которого спектр нейтронов практически не искажается даже на очень малых расстояниях от пластины в водородсодержащей среде, т. е. $R_{мин}$ стремится к нулю. Таким образом, увеличение энергетического порога детектирования эквивалентно замене

водородсодержащей среды. Для случая, когда спектр источника нейтронов близок к спектру деления, эффективный энергетический порог детектора для «чистой» среды равен примерно 3 МэВ.

§ 11.5. Дозовый состав нейтронов в защитных средах

Достаточно точное экспериментальное определение энергетического распределения нейтронов во всем диапазоне энергий от тепловых до быстрых нейтронов — сложная задача. Часто экспериментатор определяет поведение в защите нейтронов отдельных групп, например быстрых или тепловых. Наибольшие трудности возникают при определении спектров и потоков промежуточных нейтронов. Поэтому нередко на основании экспериментальных данных о плотности потока или мощности дозы нейтронов какой-либо энергетической группы приходится оценивать эффективность используемой защиты в целом с учетом нейтронов всех энергий.

Дозовый состав нейтронного излучения в зависимости от толщины гомогенной защиты из различных материалов исследован достаточно хорошо.

Мощность эквивалентной дозы определяют исходя из данных о пространственно-энергетическом распределении нейтронов по формуле

$$\dot{H}_i(d)=\int_{E_{i,н}}^{E_{i,в}}\varphi(d, E)\delta_H(E)dE, \qquad (11.34)$$

где $\delta_H(E)$ — коэффициент перехода от φ к $\dot{H}$, зависимость которого от энергии показана на рис. 1.6; $E_{i,н}$ и $E_{i,в}$ — нижняя и верхняя границы энергетической группы нейтронов.

Полная мощность эквивалентной дозы нейтронов

$$\dot{H}(d)=\sum_i \dot{H}_i(d). \qquad (11.35)$$

В расчетах принята следующая классификация нейтронов по энергетическим группам: тепловые ($E\leqslant 1$ эВ), медленные ($1\text{ эВ}<E\leqslant 10^2$ эВ), промежуточные ($10^2\text{ эВ}<E\leqslant E_{гр}$), быстрые ($E>E_{гр}$). В различных задачах граничная энергия быстрых и промежуточных нейтронов может меняться. Поэтому расчеты были проведены для четырех значений граничной энергии $E_{гр}$: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 МэВ.

Дозовые распределения нейтронов в основных средах (воде, углероде, бериллии, бетоне и железе) (табл. 11.5) были определены на основе расчетов методом моментов пространственно-энергетических распределений нейтронов точечных изотропных источников нейтронов деления в воде (рис. 11.14) и бериллии, плоских изотропных источников нейтронов деления в углероде (рис. 11.15), точечных изотропных моноэнергетических источников в воде. При расчетах были использованы также результаты расчетов для

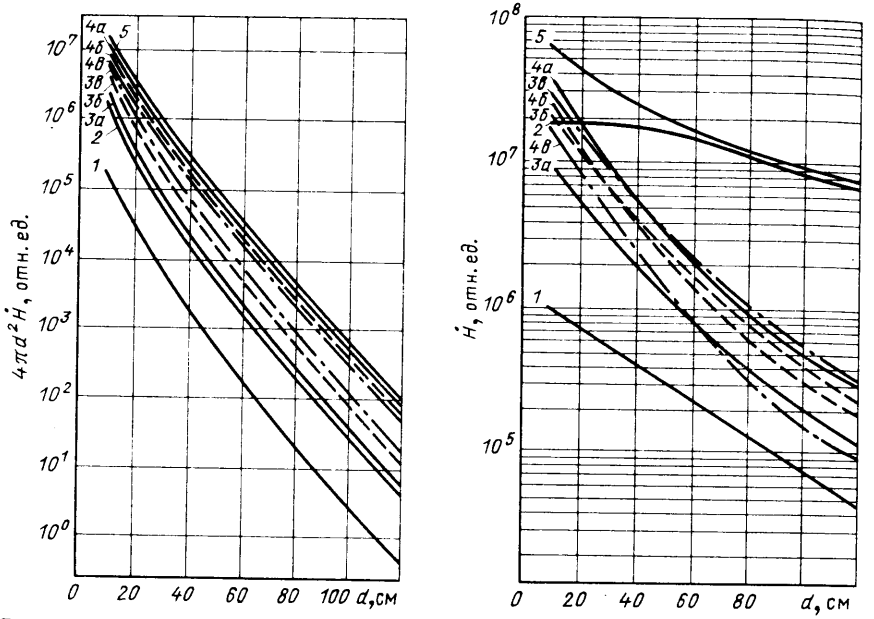


Рис. 11.14. Распределение мощности эквивалентной дозы нейтронов в воде от точечного изотропного источника нейтронов деления для разных энергетических групп нейтронов:
1 — 1 эВ < $E \leqslant 10^2$ эВ; *2* — $E \leqslant 1$ эВ; *3* — промежуточные нейтроны; *4* — быстрые нейтроны; *5* — полная доза. Расчеты выполнены для $E_{гр} = 0{,}5$ МэВ (*а*), 1,0 МэВ (*б*), 1,5 МэВ (*в*)

Рис. 11.15. Распределение мощности эквивалентной дозы нейтронов в углероде от плоского изотропного источника нейтронов деления для разных энергетических групп (обозначения те же, что на рис. 11.14)

плоского источника нейтронов деления в бетоне и железе, выполненные в улучшенном возрастном приближении.

В литературе рассмотрены также подобные задачи для другого разбиения на энергетические группы для источников нейтронов деления и ряда практически важных сред, в том числе для различных сортов бетона и камнебетонов.

Рассмотрим особенности дозового распределения нейтронного излучения в некоторых средах.

Вода. Распределения мощности эквивалентной дозы нейтронов различных энергетических групп точечных изотропных источников в воде (см. рис. 11.14) показывают, что начиная с толщины водной защиты примерно $2L$, где L — длина релаксации быстрых нейтронов, дозовый состав нейтронного излучения остается неизменным, так как устанавливается равновесный спектр нейтронов в среде. Поэтому приведенные в табл. 11.5 вклады нейтронов отдельных энергетических групп в полную мощность эквивалентной дозы могут быть использованы для данного вида источника при любой толщине водной защиты, большей примерно $2L$.

Таблица 11.5. **Вклад в полную мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$ нейтронов различных энергетических групп n_i (%) и дозовый коэффициент накопления подпороговых нейтронов $k_д(d, E_{пор})$ для разных сред**

Материал	Плотность, г/см³	E_0, МэВ	Толщина защиты, см	n_i, %, для разных энергетических групп нейтронов при различных $E_{гр}$										$k_д(d, E_{пор} = 2$ МэВ)
				Тепловые ($E \leqslant 1$ эВ)	Медленные (1 эВ $< E \leqslant 10^2$ эВ)	$E_{гр} = 0{,}5$ МэВ		$E_{гр} = 1{,}0$ МэВ		$E_{гр} = 1{,}5$ МэВ		$E_{гр} = 2$ МэВ		
						Промежуточные (10^2 эВ $< E \leqslant E_{гр}$)	Быстрые ($E > E_{гр}$)	Промежуточные (10^2 эВ $< E \leqslant E_{гр}$)	Быстрые ($E > E_{гр}$)	Промежуточные (10^2 эВ $< E \leqslant E_{гр}$)	Быстрые ($E > E_{гр}$)	Промежуточные (10^2 эВ $< E \leqslant E_{гр}$)	Быстрые ($E > E_{гр}$)	
Вода	1,0	Нейтроны спектра деления	30—120	6,5	0,5	7,5	85,5	16	77	33	60	38	55	1,8
		2	30 120	15	1	17	67	38	46	56	28	45	46	2,2
		4	30 120	8	1	10	81	22	69	35	56	35	58	1,7
		6	30—120	6,4	0,6	8	85	18	75	28	65	29	64,5	1,6
		8	30—120	6	0,5	7	86,5	14,5	79	22	71,5	25	70	1,4
		10	30 120	5	0,4	6	89	13	82	20	75	18	79	1,3
		14	30—120	2,7	0,3	4	93	10	87	15	82			
		Po—α—Be												
		Ra—α—Be	30—120	7,4	0,6	7,4	84,6	16	76	24	68	31	61	1,6
		Pu—α—Be												
Углерод	1,67	Нейтроны спектра деления	60 г/см²	89	1	3	7	5	5	7	3	8,5	1,5	67
		То же	60 г/см²	Не оценен	0,4	3	96	13	86	34	65	57	42	2,4
Бериллий	2,3	»	50	20	4	29	47	50	26	62	14	93	—	—
Бетон		»	>90	—	7	93	—	93	—	93	—	—	—	—
Железо	7,8													

Вклад в полную мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$ в воде от тепловых и медленных нейтронов меньше, чем от быстрых и промежуточных. Этот вклад изменяется от 3% для энергии нейтронов источников $E_0=14$ МэВ до 16% для $E_0=2$ МэВ.

Существенное влияние на распределение $\dot{H}$ нейтронов между промежуточной и быстрой энергетическими группами оказывает выбор $E_{гр}$. Например, при переходе от $E_{гр}=0{,}5$ МэВ к $E_{гр}=2{,}0$ МэВ вклад в $\dot{H}$ от быстрых нейтронов для источника спектра деления уменьшается примерно в 1,5 раза, в то время как $\dot{H}$ промежуточных нейтронов увеличивается примерно в 5 раз.

Для $E_{гр}=0{,}5$ МэВ определяющими полную мощность эквивалентной дозы в воде с погрешностью до 15% являются быстрые нейтроны: при $E_{гр}=2{,}0$ МэВ вклады в полную мощность эквивалентной дозы от быстрых и промежуточных нейтронов становятся соизмеримыми и неучет одной из групп может исказить примерно в 2 раза полную мощность эквивалентной дозы в воде.

Углерод. В отличие от воды, в которой с толщины защиты примерно $2L$ устанавливается равновесный спектр, в углероде такого равновесия не наблюдается и вклад отдельных энергетических групп в полную мощность эквивалентной дозы зависит от толщины среды. Однако начиная с толщины слоя углерода 50—60 г/см^2 полная мощность эквивалентной дозы от источника нейтронов деления в углероде определяется тепловыми нейтронами.

Железо. Полная мощность эквивалентной дозы нейтронов в железной защите с расстояния 50—60 см практически полностью определяется промежуточными нейтронами. Из-за трудностей регистрации промежуточных нейтронов определять $\dot{H}$ нейтронов в железе экспериментально сложно.

Бетон. В бетоне полная мощность эквивалентной дозы нейтронов определяется тепловыми, промежуточными и быстрыми нейтронами. Причем, как и для большинства защитных сред, вклад в полную мощность эквивалентной дозы для быстрых и промежуточных нейтронов существенно зависит от выбора граничной энергии между этими группами, и если при $E_{гр}=0{,}5$ МэВ $\dot{H}$ быстрых нейтронов примерно в 1,6 раза превышает $\dot{H}$ промежуточных для источника нейтронов деления, то при $E_{гр}=1{,}5$ МэВ промежуточные нейтроны дают примерно в 4,5 раза больший вклад в полную мощность эквивалентной дозы по сравнению с быстрыми нейтронами.

Универсальной для решения большого круга задач для источников с различным энергетическим распределением является информация о дозовом составе излучения для моноэнергетических источников. По дозовым распределениям нейтронов в данном материале для широкого набора моноэнергетических

источников данной геометрии и углового распределения излучений с энергией E_0 можно определить дозовое распределение нейтронов в этом материале для источников нейтронов с произвольным энергетическим распределением. Так, исходя из дозовых распределений нейтронов для точечных изотропных моноэнергетических источников в воде рассчитали (табл. 11.5) дозовые характеристики для (α, n)-источников нейтронов по эквивалентной дозе.

Анализ дозовых распределений показывает, что:

1) при расчетах защиты от нейтронного излучения необходимо учитывать возможный вклад в дозу нейтронов всех энергетических групп, причем в разных средах разные энергетические группы нейтронов определяют полную мощность дозы;

2) изменение граничной энергии $E_{гр}$ промежуточной и быстрой групп может существенно повлиять на распределение нейтронов по этим группам;

3) расчетные данные могут отличаться от результатов реальных исследований за защитой ядерно-технических установок. Это объясняется обычно увеличением в эксперименте вклада низкоэнергетических нейтронов за счет отражения от окружающих рассеивателей, таких, как, например, стены и пол реакторного зала.

§ 11.6. Коэффициенты накопления подпороговых нейтронов

Мощность эквивалентной дозы быстрых нейтронов $\dot{H}_б(d, E_{пор})$ с энергией, большей $E_{пор}$, за защитой толщиной d часто может быть рассчитана с помощью метода длин релаксации (см. § 11.3) или сечения выведения (см. § 11.4). Вклад в мощность дозы нейтронов других энергетических групп с энергией $E<E_{пор}$ можно определить, применяя *дозовый коэффициент накопления подпороговых нейтронов*. В этом параграфе дозовые коэффициенты рассчитаны по эквивалентной дозе.

Дозовый коэффициент накопления подпороговых нейтронов на глубине защиты d определяется из соотношения

$$k_д(d, E_{пор})=\frac{\dot{H}_б(d, E_{пор})+\dot{H}_{т.м.п}(d, E_{пор})}{\dot{H}_б(d, E_{пор})}=$$

$$=1+\frac{\dot{H}_{т.м.п}(d, E_{пор})}{\dot{H}_б(d, E_{пор})}, \qquad (11.36)$$

где $\dot{H}_б(d, E_{пор})$ — мощность эквивалентной дозы быстрых нейтронов с энергией выше $E_{пор}$; $\dot{H}_{т.м.п}(d, E_{пор})$ — суммарная мощность эквивалентной дозы тепловых, медленных и промежуточных нейтронов (подпороговых нейтронов) с энергией $E<E_{пор}$.

Таким образом, дозовый коэффициент накопления подпороговых нейтронов представляет собой отношение показания детектора, регистрирующего $\dot{H}$ нейтронов всех энергий, к показанию детектора, регистрирующего только $\dot{H}$ от быстрых нейтронов с энергией $E > E_{пор}$.

Аналогично можно ввести понятие коэффициента накопления для числа или энергии подпороговых нейтронов.

В области установившегося энергетического распределения нейтронов в среде коэффициент $k_д(d, E_{пор})$ постоянен.

Если коэффициент $k_д(d, E_{пор})$ известен, то $\dot{H}(d)$ нейтронов всех энергий по известной мощности эквивалентной дозы быстрых нейтронов $\dot{H}_б(d, E_{пор})$ может быть легко определена по формуле

$$\dot{H}(d) = \dot{H}_б(d, E_{пор}) k_д(d, E_{пор}). \qquad (11.37)$$

Подобно формуле (11.36) можно ввести понятие *дозового коэффициента накопления промежуточных нейтронов*

$$k_д^п(d) = 1 + \frac{\dot{H}_п(d)}{\dot{H}_б(d)} \qquad (11.38)$$

и *дозового коэффициента накопления тепловых нейтронов*

$$k_д^т(d) = 1 + \frac{\dot{H}_т(d)}{\dot{H}_б(d)}. \qquad (11.39)$$

В общем случае $k_д(d, E_{пор})$ зависит от характеристик источника, материала, компоновки защиты и других условий задачи. В частности, $k_д(d, E_{пор})$ зависит от удаления точки детектирования от поверхности защиты [если источник и (или) защита не бесконечны в поперечном направлении].

Коэффициенты $k_д(d, E_{пор})$ (табл. 11.5), $k_д^п(d)$ и $k_д^т(d)$ могут быть определены экспериментально или рассчитаны, например, исходя из данных о дозовом распределении нейтронного излучения в средах (§ 11.5).

Для оценок коэффициентов накопления подпороговых нейтронов полезны также приводимые ниже рекомендации.

Водородсодержащие среды. Наиболее проникающая группа нейтронов для таких сред — быстрые нейтроны. На расстоянии от источника, большем примерно двух длин релаксации нейтронов источника, в таких средах устанавливается равновесный спектр нейтронов, слабо изменяющийся с дальнейшим увеличением толщины защиты. Поэтому и коэффициент $k_д(d, E_{пор})$ сохраняется с ростом d на указанных толщинах среды практически постоянным. Для источника нейтронов деления при $E_{пор} = 2$ МэВ $k_д(d, E_{пор}) \approx 2$, т. е. примерно половина полной мощности дозы нейтронов приходится на быстрые нейтроны.

Материалы, не содержащие водород. Для этой группы сред не устанавливается равновесный спектр. Наиболее проникающими для таких сред являются обычно нейтроны с энергиями, меньшими 0,5—1 МэВ. В тяжелых средах (Pb, Fe, Ti, W, Mo) $k_д(d, E_{пор})$ постоянно возрастает с увеличением d. Для объяснения причины этого роста запишем закон изменения мощности эквивалентной дозы быстрых $\dot{H}_б(d)$ и низкоэнергетических $\dot{H}_{т.м.п}(d)$ нейтронов в виде

$$\dot{H}_б(d) = \dot{H}_б(0) \exp(-d/L_б); \qquad (11.40)$$

$$\dot{H}_{т.м.п}(d) = \dot{H}_{т.м.п}(0) \exp(-d/L_{т.м.п}), \qquad (11.41)$$

где $\dot{H}_б(0)$ и $\dot{H}_{т.м.п}(0)$ — мощность эквивалентной дозы соответствующих групп нейтронов на входе в защиту; $L_б$ и $L_{т.м.п}$ — длина релаксации по мощности эквивалентной дозы быстрых и тепловых, медленных и промежуточных нейтронов соответственно.

Подставив (11.40) и (11.41) в (11.36), получим

$$k_д(d, E_{пор}) = 1 + \frac{\dot{H}_{т.м.п}(0) \exp(-d/L_{т.м.п})}{\dot{H}_б(0) \exp(-d/L_б)} =$$

$$= 1 + [k_д(0, E_{пор}) - 1] \exp(bd), \qquad (11.42)$$

где $b = (1/L_б) - (1/L_{т.м.п})$. Так как для тяжелых сред $L_{т.м.п} > L_б$, то значение $k_д(d, E_{пор})$ повышается с ростом d.

Металловодородсодержащие защиты. В однородных металловодородсодержащих защитах в области установившегося спектра при объемных долях металлов $C_т \leqslant 0{,}8$

$$k_д(d, E_{пор} = 2 \text{ МэВ}) = k_{дН}(d, E_{пор} = 2 \text{ МэВ})(1 - C_т)^{-\alpha}, \qquad (11.43)$$

где $k_{дН}(d, E_{пор} = 2$ МэВ) — дозовый коэффициент накопления подпороговых нейтронов в водородсодержащем компоненте (вода, полиэтилен); константа α равна 1,0 для смесей воды или полиэтилена с железом или 0,53 для смесей воды или полиэтилена со свинцом.

Многослойная защита. Защита реальных ядерно-технических установок обычно бывает гетерогенной. Для двухслойной защиты из тяжелого (вблизи источника) и легкого материала (рис. 11.16) эффект накопления замедляющихся нейтронов в первом слое полностью компенсируется вторым, когда толщина легкого материала составляет примерно четыре-пять длин релаксации быстрых нейтронов. При такой толщине второго слоя $k_д(d, E_{пор})$ принимает значение, характерное для бесконечной среды из материала второго слоя, и с увеличением толщины этого слоя остается практически постоянным. В первом слое накопление низкоэнергетических нейтронов происходит в соответствии с соотношением (11.42). Таким образом, $k_д(d, E_{пор})$ для двухслойной композиции зависит от

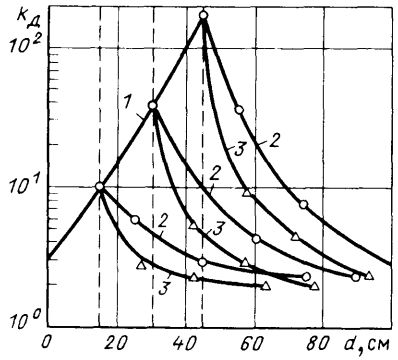


Рис. 11.16. Зависимость коэффициента $k_д$ (d, $E_{пор}=2$ МэВ) от толщины среды из железа (*1*), из железа и серпентинитового бетона (*2*), из железа и полиэтилена с бором (*3*). Вертикальной штриховой линией показана граница раздела сред

спектра нейтронов, падающих на слой из тяжелого материала, или от $k_д$ ($d=0$, $E_{пор}$) и ядерно-физических свойств тяжелого и легкого материалов.

Экспериментальные исследования с многослойными композициями показали, что изложенный метод расчета $k_д(d, E_{пор})$ для двухслойных сред можно распространить на защиту с любым количеством слоев, если при этом $k_д(d, E_{пор})$ для конца первой двухслойной композиции становится начальным $k_д(0, E_{пор})$ для второй пары слоев, и т. д. При наличии «непарных» слоев $k_д$ вычисляется для каждого из них отдельно. В этом случае для многослойной защиты из m слоев формула (11.37) принимает вид

$$\dot{H}(d_1, d_2, \ldots, d_m)=\dot{H}_б(d_1, d_2, \ldots, d_m; E_{пор})\times$$
$$\times k_д(d_1, d_2, \ldots, d_m; E_{пор})=$$
$$=\dot{H}_б(0; E_{пор})\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}\Sigma_i d_i\right)k_д(d_1, d_2, \ldots, d_m; E_{пор}), \quad (11.44)$$

где Σ_i — сечение выведения или величина, обратная длине релаксации, для нейтронов с энергией, большей $E_{пор}$, в материале i-го слоя.

Так, по известной пространственной зависимости мощности эквивалентной дозы быстрых нейтронов и коэффициента $k_д(d, E_{пор})$ можно рассчитать пространственное распределение полной мощности эквивалентной дозы нейтронов (рис. 11.17).

§ 11.7. Защита лабораторных (α, n)-источников нейтронов

Источники нейтронов, образующихся по реакции (α, n), нашли широкое практическое применение.

Рассмотрим номограммы для расчета водной защиты от этих источников. Исходными данными для построения номограмм послужили пространственно-энергетические распределения нейтронов в бесконечной водной среде от точечных изотропных моноэнергетических источников, рассчитанные методом моментов. Эти данные представлены в виде распределений $\varphi_0(d, E, E_0)$ по энергии E нейтронов на глубине защиты d

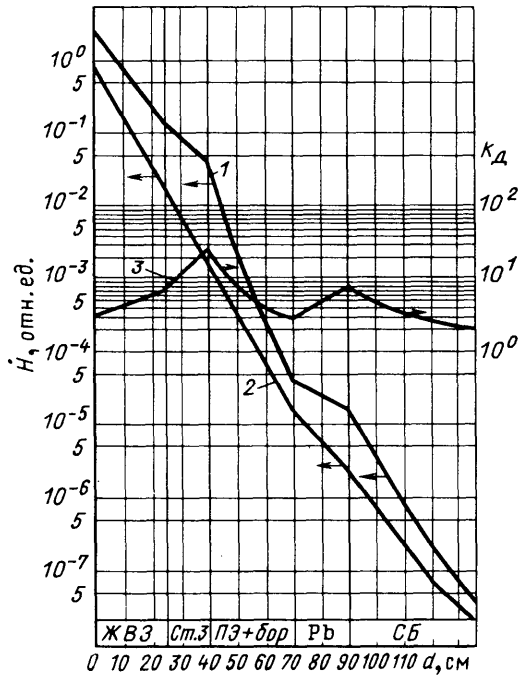


Рис. 11.17. Пример расчета распределения полной мощности эквивалентной дозы нейтронов в многослойной защите:
1 — полная мощность дозы; *2* — мощность дозы быстрых нейтронов; *3* — значение $k_д$ (d, $E_{пор}=2$ МэВ); *ЖВЗ* — железоводная защита; *ПЭ* — полиэтилен; *СБ* — серпентинитовый бетон

до 120 см для источников с энергией E_0, равной 2, 4, 6, 8, 10 и 14 МэВ, мощностью 1 нейтр./с, умноженных на $4\pi d^2$. Заметим, что нижние индексы 0 в этом параграфе указывают, что характеристики поля излучения отнесены к источнику единичной мощности. Спектры $\varphi_0[d, E, p(E_0)]$ на разной глубине защиты из воды для (α, n)-источников, имеющих любое энергетическое распределение вида $p(E_0)$, можно рассчитать по формуле

$$4\pi d^2\varphi_0[d, E, p(E_0)]=$$
$$=4\pi d^2\int_0^{E_{0,макс}}\varphi_0(d, E, E_0)p(E_0)\,dE_0, \quad (11.45)$$

где $p(E_0)$ — доля нейтронов с энергией от E_0 до E_0+dE_0 для данного (α, n)-источника; $E_{0,макс}$ — максимальная энергия нейтронов в спектре источника.

По спектру нейтронов в воде мощность эквивалентной дозы $\dot{H}_0[d, p(E_0)]$ может быть определена по формуле

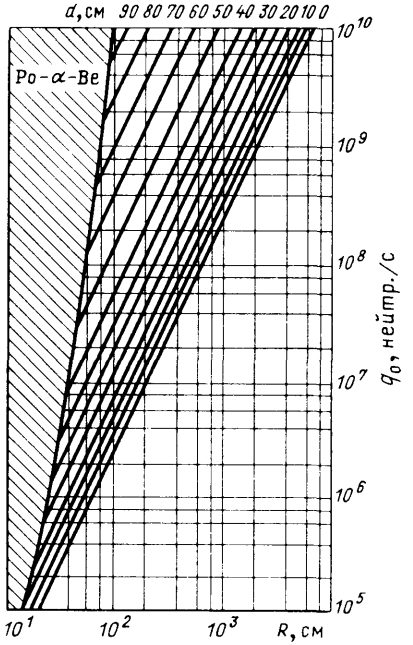


Рис. 11.18. Номограмма первого типа для расчета защиты от нейтронов Ро — α — Be-источника

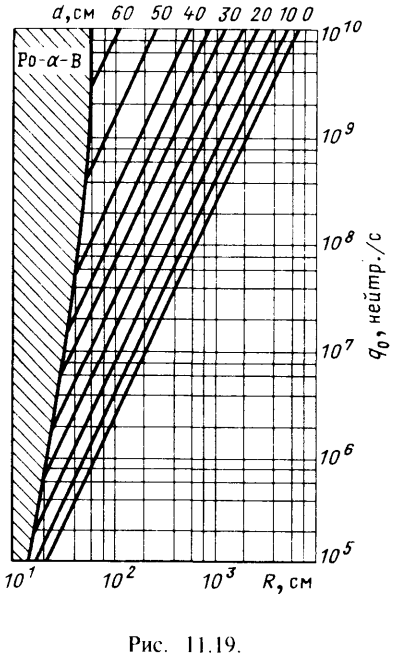


Рис. 11.19. Номограмма первого типа для расчета защиты от нейтронов Ро — α — B-источника

Рис. 11.19.

$$4\pi d^2 \dot{H}_0[d, p(E_0)] = \\ = 4\pi d^2 \int \varphi_0[d, E, p(E_0)]\, \delta_H(E)\, dE, \qquad (11.46)$$

где $\delta_H(E)$ — коэффициент перехода от плотности потока к $\dot{H}$.

Номограммы первого типа (рис. 11.18 и 11.19) связывают мощность источника q_0, нейтр./с (число нейтронов, испускаемых источником за пределы его оболочки в единицу времени), расстояние от источника до точки детектирования R, см, и толщину водной защиты d, см. Номограммы построены для продолжительности облучения $t=6$ ч в сутки и предельно допустимой недельной эквивалентной дозы профессионального облучения (категория облучения А) 1 мЗв (0,1 бэр).

Рассчитывали номограммы, исходя из следующей формулы:

$$H[d, R, p(E_0)] = \frac{q_0 \cdot 4\pi d^2 \dot{H}_0[d, p(E_0)]\, t \cdot 3600}{4\pi R^2} = \frac{1}{n}, \qquad (11.47)$$

где $H[d, R, p(E_0)]$ — эквивалентная доза облучения, мЗв; $\dot{H}_0[d, p(E_0)]$ выражена в единицах мЗв/с для источника мощностью 1 нейтр./с; n — число рабочих дней в неделю ($n=6$).

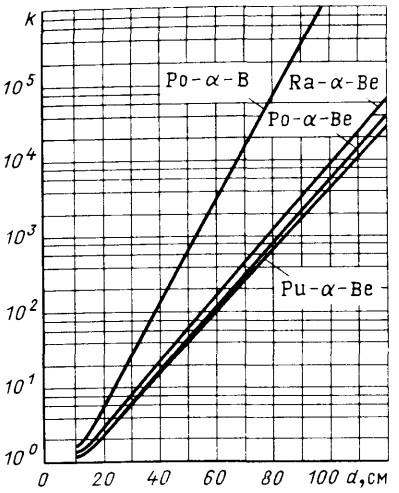


Рис. 11.20. Номограмма второго типа для расчета защиты от нейтронов по кратности ослабления водой для разных источников

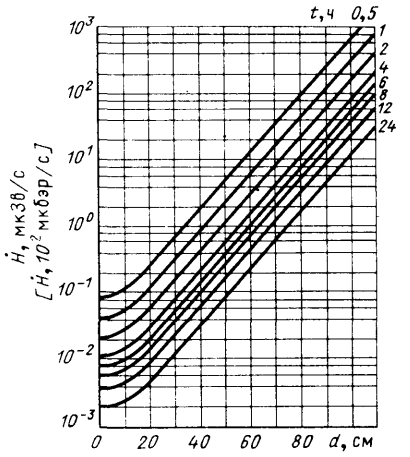


Рис. 11.21. Номограмма третьего типа для расчета защиты от нейтронов Ро — α — Be-источника в зависимости от $\dot{H}$ и продолжительности облучения

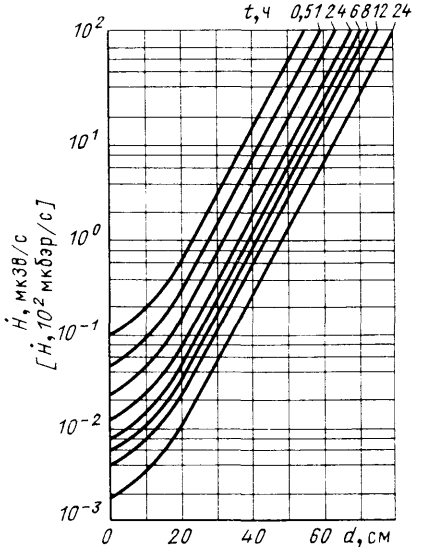


Рис. 11.22. Номограмма третьего типа для расчета защиты от нейтронов Ро — α — B-источника в зависимости от $\dot{H}$ и продолжительности облучения

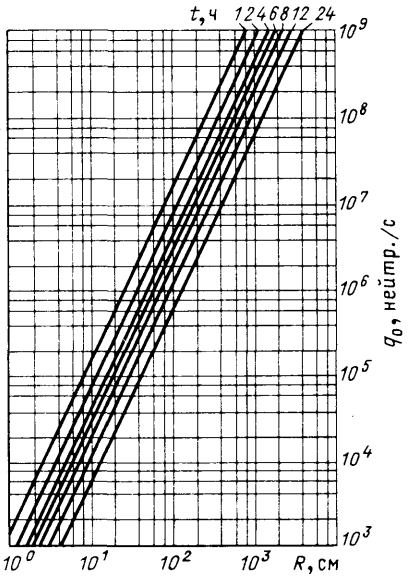


Рис. 11.23. Номограмма четвертого типа для расчета защиты без экранов

Левая заштрихованная область номограммы соответствует невыполнимым условиям работы, когда требуется бóльшая толщина защиты, чем расстояние от источника до точки детектирования (рабочего места).

Номограммы второго типа (рис. 11.20) показывают зависимость кратности ослабления k от толщины водной защиты для четырех источников нейтронов.

Кратность ослабления толщиной защиты d определяли по формуле

$$k(d)=\dot{H}_0[0, p(E_0)]/\dot{H}_0[d, p(E_0)]. \qquad (11.48)$$

Номограммы третьего типа (рис. 11.21 и 11.22), построенные для профессионального облучения и связывающие измеренную или рассчитанную мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$, мкЗв/с, продолжительность облучения t, ч, в сутки и толщину защиты d, см, рассчитывали по формуле

$$\dot{H}\cdot 10^{-3}t\cdot 3600/k(d)=1/n. \qquad (11.49)$$

Номограммы четвертого типа (рис. 11.23) связывают мощность источника q_0, нейтр./с, расстояние от источника до детектора R, см, и продолжительность облучения t, ч/сут, при любом сочетании которых выполняются предельно допустимые условия работы при профессиональном облучении без защиты.

Номограмму рассчитывали по формуле

$$q_0/(4\pi R^2)=120/t. \qquad (11.50)$$

Номограммы первого и третьего типов для Po—α—Be-источника могут с хорошей точностью быть применены для Pu—α—Be-источников и с несколько худшей точностью для Ra—α—Be-источников. Неточность при использовании этих номограмм может быть оценена исходя из номограммы третьего типа, по которой легко определить длину релаксации L нейтронов (по полной эквивалентной дозе). Для Po—α—B-источника $L=6{,}3$ см; для Ra—α—Be-источника $L=9{,}8$ см; для Po—α—Be-источника $L=10{,}3$ см и для Pu—α—Be-источника $L=10{,}5$ см.

Номограммы первого, третьего и четвертого типов рассчитаны для профессионального облучения (категория облучения А). В случае других ПДД при определении защиты следует вводить фиктивную мощность источника для номограмм первого и четвертого типов или фиктивную мощность эквивалентной дозы для номограммы третьего типа.

Фиктивные мощность источника и мощности эквивалентной дозы должны отличаться от истинных во столько же раз, во сколько ПДД для профессионального облучения отличаются от принятой для данной задачи ПДД. Подобным образом можно

ввести поправку на продолжительность работы, отличную от принятой в расчетах.

Рассчитанные номограммы справедливы для бесконечной водной среды. Поэтому при практическом использовании барьерных защит толщина, определенная по номограммам, будет несколько завышена.

Оценки, произведенные с привлечением возрастной теории для барьера достаточной толщины, показывают, что поток промежуточных нейтронов уменьшается на границе из-за отсутствия «заднего» полупространства приблизительно в 1,6—1,8 раза. Таким образом, можно ожидать уменьшения полной эквивалентной дозы на границе против расчетной на несколько десятков процентов.

Часто в качестве защитного материала используют парафин. При расчете защиты из парафина следует учитывать, что линейная длина релаксации в нем меньше длины релаксации в воде в 1,2 раза для Po—α—B-источника и в 1,16 раза для Po—α—Be-источника.

В заключение отметим, что нейтронному излучению, как известно, сопутствует γ-излучение источников. Поэтому необходимо хорошо известными способами (см. гл. 10) проверять пригодность выбранной защиты от нейтронов для обеспечения защиты от γ-излучения. Анализ показывает, что, например, при мощности Po—α—Be-источника примерно более 10^7 нейтр./с водная защита от нейтронов не обеспечивает необходимой защиты от сопутствующего фотонного излучения. В этих случаях в защиту целесообразно вводить тяжелый компонент.

§ 11.8. Вторичное γ-излучение в защите

Высокие потоки нейтронов в защитах ядерно-технических установок создают высокую плотность источников вторичного γ-излучения, основными компонентами которого являются фотоны, сопровождающие радиационный захват и неупругое рассеяние нейтронов на ядрах изотопов конструкционных материалов и материалов биологической защиты.

Как правило, тяжелая компонента защиты в ядерном реакторе располагается вблизи активной зоны. Близкое расположение металлических экранов к активной зоне, где имеют место высокие потоки нейтронов, приводит к генерации интенсивного вторичного γ-излучения, которое является обычно определяющим в формировании дозы фотонного излучения на внешней поверхности защиты. В некоторых случаях радиационная обстановка за защитой реактора целиком определяется вторичным γ-излучением. Знание его характеристик позволяет выбрать композицию защиты оптимальной в отношении наилучшей радиационной обстановки и минимального радиа-

ционного тепловыделения. Все это обусловливает обязательность учета вторичного γ-излучения в защите ядерно-технических установок.

Рассмотрим в общем виде физический подход к определению поля вторичного захватного γ-излучения от источников тепловых нейтронов. Пусть внутри некоторой однородной среды объемом V создано поле тепловых нейтронов, плотность потока которых в этом объеме задана функцией $\varphi_{т.н}(\mathbf{r}')$. Тогда в элементарном объеме dV вблизи точки пространства $\mathbf{r}'$ объема V будет происходить $\Sigma_\gamma \varphi_{т.н}(\mathbf{r}')\,dV$ захватов тепловых нейтронов в единицу времени и образовываться $\eta\Sigma_\gamma\varphi_{т.н}(\mathbf{r}')\,dV$ захватных фотонов, где Σ_γ — сечение захвата тепловых нейтронов средой; η — число генерируемых вторичных фотонов на один захват. Если предположить, что спектр вторичного γ-излучения моноэнергетический (что имеет место, например, при захвате тепловых нейтронов ядрами водорода) с энергией фотонов E_0, то в элементе объема dV вблизи точки $\mathbf{r}'$ в единицу времени будет образовываться источник вторичного γ-излучения, испускающий изотропно энергию $\eta\Sigma_\gamma\varphi_{т.н}(\mathbf{r}')\,dVE_0$. Пользуясь теперь законом ослабления γ-излучения точечного изотропного источника в среде, можно определить плотность потока энергии вторичного γ-излучения в любой точке $\mathbf{r}$ среды объемом V:

$$I_\gamma(\mathbf{r}) = C\int_V \frac{\eta\Sigma_\gamma\varphi_{т.н}(\mathbf{r}')\,E_0\exp\left[-(\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\right]B_э(E_0,\,\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\,Z)}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\,dV, \qquad (11.51)$$

где μ — коэффициент ослабления фотонов с энергией E_0 в материале среды; $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ — расстояние между координатой $\mathbf{r}'$ элемента объема dV и точкой $\mathbf{r}$, в которой определяется плотность потока энергии вторичного γ-излучения; $B_э(E_0,\,\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,Z)$ — энергетический фактор накопления точечного изотропного источника фотонов с энергией E_0 для расстояния между источником и детектором $\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ длин свободного пробега в материале с порядковым номером Z; C — константа.

При расчете защиты реальных ядерно-технических установок для расчетов вторичного γ-излучения используют обычно методы, описанные в гл. 5—8. Большая информация для одномерных плоских защит по распространению вторичного излучения получена методом дискретных ординат с использованием программ РОЗ.

Рассмотрим некоторые физические закономерности формирования полей вторичного γ-излучения в средах.

Расчетные и экспериментальные исследования показали, что закономерности распространения вторичного γ-излучения в легких и тяжелых материалах защиты имеют различный характер. На рис. 11.24 приведены рассчитанные по программе

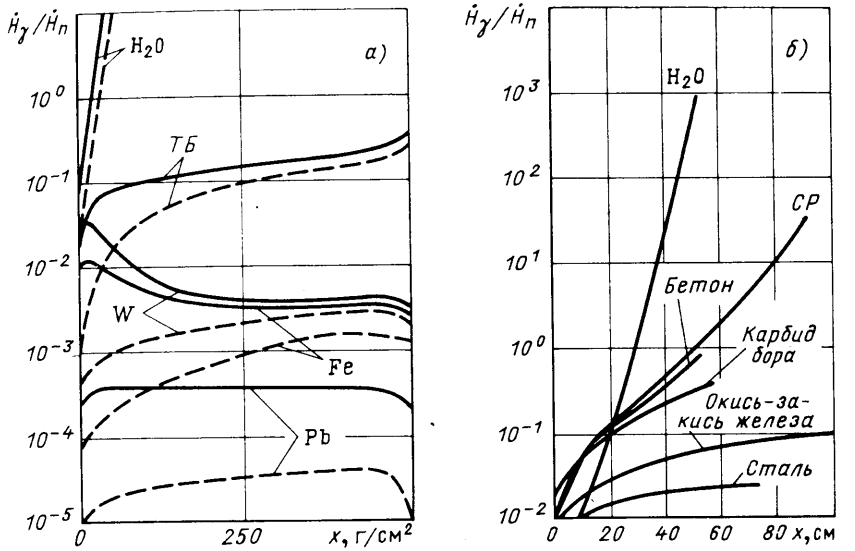


Рис. 11.24. Отношения мощности эквивалентной дозы вторичного γ-излучения к мощности эквивалентной дозы нейтронов по глубине x барьеров из различных материалов для нейтронов источника, распределенных по спектру деления (———), по спектру деления при $E \geqslant 2{,}5$ МэВ и спектру $1/E$ при $E < 2{,}5$ МэВ (———) (*а*), а также для нейтронов конвертора промежуточных нейтронов КПН (*б*); *ТБ* — тяжелый бетон; *СР* — серпентинитовая руда

РОЗ распределения по глубине среды отношений мощности эквивалентной дозы вторичного γ-излучения к мощности эквивалентной дозы нейтронов для реакторных источников. Конвертор промежуточных нейтронов, для которого приведены данные на рис. 11.24, *б*, описан в § 3.6.

В легких средах, которые сильно ослабляют нейтроны, вторичное излучение образуется в первых слоях защиты, при этом наблюдается ярко выраженная зависимость отношения мощности эквивалентной дозы вторичного γ-излучения к мощности эквивалентной дозы нейтронов $\dot{H}_\gamma/\dot{H}_n$ от глубины расположения детектора x. Значения $\dot{H}_\gamma/\dot{H}_n$ растут с увеличением толщины слоя и, проходя при некоторой толщине d_0 через единицу, с дальнейшим ростом толщины становятся больше единицы. Величина d_0 в общем случае зависит от вида исследуемого функционала поля излучения, материала защиты, спектра нейтронов на входе в среду и других характеристик эксперимента. Так, для нейтронов спектра деления при измерении дозовых характеристик $d_0 = 36$ см для воды, 50 см для водорода, 67 см для LiH, 54 см для борированной воды (1% B по массе).

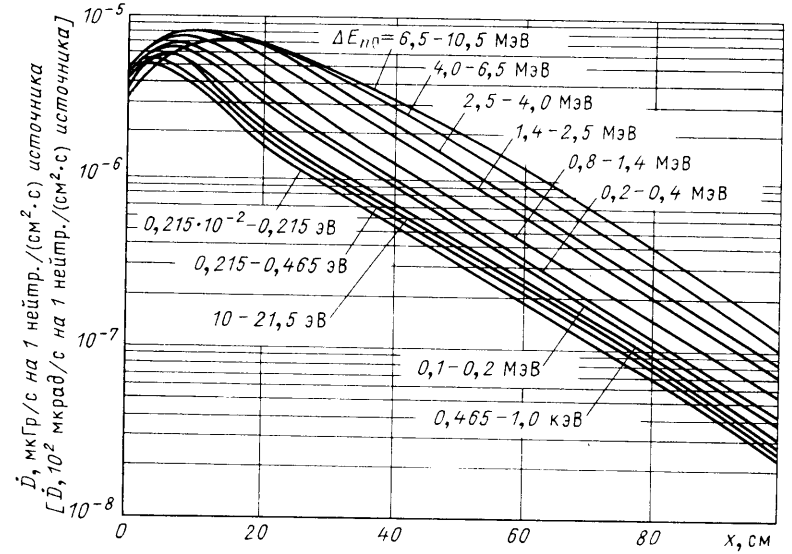
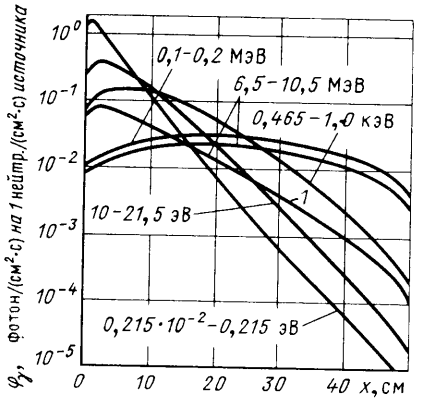


Рис. 11.25. Пространственное распределение мощности дозы вторичного γ-излучения в защитном барьере из воды толщиной $d = 100$ см для энергии нейтронов источника ΔE_{n0}



←

Рис. 11.26. Пространственное распределение плотности потока захватного γ-излучения (все кривые, кроме *1*) и γ-излучения, сопровождающего неупругое рассеяние быстрых нейтронов (кривая *1*), в защитном барьере из железа толщиной $d = 50$ см для различной энергии нейтронов источника ΔE_{n0}

В отличие от легких веществ, для которых характерно интенсивное ослабление потоков нейтронов, относительно быстрое формирование не зависящего от расстояния до источника квазиравновесного спектра нейтронов и незначительное ослабления γ-излучения, в тяжелых веществах обычно равновесный спектр нейтронов не устанавливается, не наблюдается сильного ослабления потока нейтронов, а γ-излучение интенсивно ослабляется веществом. В результате характеристики поля захватного γ-излучения, отнесенные к соответствующим характеристикам поля нейтронов, в средах со средним и большим атомными номерами не сильно изменяются с толщиной защиты.

В легких материалах форма пространственного распределения интегральных характеристик вторичного γ-излучения после сравнительно небольшой толщины среды практически не зависит от энергии падающих нейтронов (рис. 11.25). В материалах со средним атомным номером (например, железо), в которых происходит значительное накопление промежуточных нейтронов и хорошее ослабление фотонов, пространственное распределение вторичного γ-излучения существенно зависит от энергии падающих нейтронов (рис. 11.26).

А. А. Абагян и др. показали, что характеристики захватного γ-излучения на выходе из слоя тяжелой защиты, определяемые как отношение функционалов поля, обусловленных захватным γ-излучением, к функционалам поля, обусловленным нейтронами, при толщине более 20 г/см^2 практически не зависят от углового распределения нейтронов на входе в защиту для широкого класса азимутально-симметричных угловых распределений излучения источников нейтронов.

Энергетическое распределение вторичного γ-излучения в средах определяется характером распространения нейтронов в защите, энергетическим спектром вторичных фотонов, возникающих при элементарном акте взаимодействия нейтронов с ядром, соотношением процессов радиационного захвата и неупругого рассеяния нейтронов, распространением вторичного γ-излучения в материале защиты.

В легких средах, начиная с толщин защиты в две — три длины свободного пробега наиболее высокоэнергетических вторичных фотонов, энергетический спектр вторичного излучения находится в квазиравновесном состоянии. В материалах, подобных свинцу и железу, спектр нейтронов не устанавливается, а спектр вторичных фотонов из-за сильного ослабления определяется γ-излучением, образовавшимся в окрестностях точки, в которой изучается спектр вторичного γ-излучения, и по своему виду близок к спектру фотонов, сопровождающих неупругое рассеяние и радиационный захват нейтронов ядрами изотопов вещества.

Материалы, имеющие в своем составе тяжелый компонент и водород, например бетоны, гидриды металлов, по свойствам ослабления нейтронов близки к легким материалам, а по ослаблению γ-излучения — к тяжелым средам. Поэтому спектральный состав вторичного γ-излучения близок к энергетическому распределению вторичного излучения в тяжелых компонентах среды, т. е. поле γ-излучения в значительной степени определяется источниками γ-излучения из ближайшей окрестности точки детектирования.

Угловое распределение плотности потока вторичного γ-излучения за защитой из легких веществ анизотропно и пропорционально $\cos^n\theta$, где $1 \leqslant n \leqslant 3$ в зависимости от энергии

нейтронов и толщины защиты. За защитой из тяжелых материалов угловое распределение плотности потока вторичного γ-излучения слабоанизотропно (близко к изотропному, по крайней мере для углов $\theta < 60°$).

Наклонное падение нейтронов на защиту приводит к смещению максимума пространственного распределения внутренних источников вторичного γ-излучения к плоскости барьера, обращенной к источнику нейтронов.

γ-Излучение, сопровождающее неупругое рассеяние нейтронов на ядрах, обычно вносит значительный вклад в характеристики поля вторичного излучения, когда на входе в среду имеется высокоэнергетический спектр нейтронов. Однако для веществ, имеющих небольшие сечения радиационного захвата нейтронов во всем диапазоне энергий нейтронов (например, свинец), поля вторичного γ-излучения, обусловленные неупругим рассеянием нейтронов, могут быть сравнимы с полями захватного γ-излучения, образовавшегося в таких веществах.

Погрешность результатов расчетов характеристик вторичного γ-излучения зависит от корректности выбора констант, в частности, от задания спектра γ-излучения, генерируемого при радиационном захвате, в зависимости от энергии нейтронов. А. А. Абагян и др. на примере защитной пластины из вольфрама показали, к каким изменениям в потоках захватного γ-излучения приводит учет корректной зависимости спектра захватного γ-излучения, испускаемого в акте радиационного захвата нейтронов, от энергии поглощаемых нейтронов. Характеристики поля захватного γ-излучения при учете такой зависимости могут изменяться до 30—40% по сравнению со случаем неучета зависимости и применения для всех групп нейтронов спектра фотонов, сопровождающих радиационный захват тепловых нейтронов.

Существенные погрешности расчетов могут быть обусловлены неучетом вклада в поле вторичных фотонов захватного γ-излучения различных изотопов примесей с большим сечением захвата для материалов, имеющих, подобно свинцу, небольшие сечения радиационного захвата.

Анализ интегральных и дифференциальных характеристик вторичного γ-излучения подтверждает вывод, что среды, состоящие из смеси легких и тяжелых веществ, являются наилучшими защитными материалами по минимуму выхода первичного и вторичного излучения.

Из веществ, не содержащих водород, наилучшими материалами в отношении минимального выхода вторичного γ-излучения являются тяжелые элементы свинец и висмут.

Для инженерных оценочных расчетов характеристик поля вторичного γ-излучения в средах можно использовать формулы, выведенные на основе концепции квазиисточника вторичного

γ-излучения, вид которого в каждом случае определяется физическими закономерностями распространения нейтронов и фотонов в защитных средах и прежде всего соотношением длин свободного пробега нейтронов и вторичных фотонов.

Могут быть использованы следующие формы задания квазиисточника вторичного γ-излучения в защите:

1) плоским изотропным квазиисточником, когда длина свободного пробега нейтронов значительно меньше длины свободного пробега вторичных фотонов; при этом квазиисточник расположен близко к границе, на которую падает поток нейтронов;

2) объемным квазиисточником с равномерным распределением мощности в материалах, сильно ослабляющих γ-излучение и слабо нейтроны, когда пространственное распределение внутренних источников захватного γ-излучения в защитах из этих материалов при данной толщине среды можно считать слабоизменяющимся с изменением глубины;

3) квазиисточником с экспоненциальным распределением мощности для сред, в которых γ-излучение сильно ослабляется, а пространственное распределение внутренних источников нейтронов имеет ярко выраженный экспоненциальный характер.

В первом случае поле вторичного γ-излучения за защитой можно описать, используя формулы § 10.4; во втором — можно использовать гамма-метод; в третьем — расчет можно выполнять с использованием экспоненциального источника γ-излучения.

В рассмотренных случаях спектр γ-излучения квазиисточника соответствует энергетическому распределению образовавшегося вторичного излучения.

Для снижения выхода захватного γ-излучения в средах используют различные приемы. Их физическая сущность сводится к следующему. В ядерно-технических установках, таких, как ядерные реакторы, мощность источников захватного высокоэнергетического γ-излучения в тяжелых слоях с высоким сечением захвата определяется захватом низкоэнергетических нейтронов, замедленных в самом тяжелом слое и возвращающихся в слой после замедления в материалах окружающей среды (водородсодержащие среды или другие замедлители). Поэтому желательно свести к минимуму не только образование в тяжелом слое вторичного γ-излучения, но и попадание в слой тяжелого материала нейтронов, замедленных в окружающей среде. Для этого вводят гомогенно или гетерогенно (в виде прослоек) в среду или в виде прослоек между тяжелой средой и водородсодержащей средой материалы с большим сечением поглощения нейтронов, не приводящие к возникновению высокоэнергетического захватного γ-излучения. Наилучшее из таких веществ — бор. Сечение захвата тепловых нейтронов ^{10}B,

которого в естественной смеси содержится 8,8%, равно $3{,}39 \cdot 10^{-21}$ см^2 [3390 б], а естественным бором $7{,}5 \cdot 10^{-22}$ см^2 [750 б]. В реакции $^{10}B(n, \alpha)^7Li$ на медленных нейтронах возбужденное ядро ^7Li распадается, давая γ-излучение с энергией 0,478 МэВ с выходом 94 фотона на 100 захватов. Бор часто вводят в виде борсодержащих веществ, например карбида бора.

При гетерогенном расположении слоя борсодержащего вещества между тяжелым слоем, например сталью, и водородсодержащей средой, например водой, для достижения эффекта необходимо содержание $2 \cdot 10^{22}$ ядер бора (в пропорциях естественной смеси изотопов) на 1 см^2 площади блокирующего слоя. Отсюда следует вывод о нецелесообразности использования толстых слоев борсодержащих веществ. Например, нецелесообразно использовать слой карбида бора ($\rho = 1{,}1$ г/см^3) толщиной более 1 см.

Борирование тяжелого компонента защиты или замедлителя сводится к гомогенному введению бора в среду. Этот метод очень эффективен не только для подавления захватного γ-излучения образующихся в слоях тяжелых материалов, но и для уменьшения выхода проникающих захватных γ-квантов из самого замедлителя. Однако следует иметь в виду, что при использовании борированной тяжелой среды, например бористой стали, с увеличением толщины слоя возрастает и может стать определяющим поток захватного γ-излучения в материале самой тяжелой среды. Борирование среды более эффективно для низкоэнергетических нейтронов. Чем жестче спектр нейтронов источника, тем менее эффективно борирование.

Иногда для снижения выхода захватного γ-излучения используют расположение свинца между слоем стали и воды (блокировка стали свинцом). Такой путь снижения выхода вторичного γ-излучения представляется иногда целесообразным по следующим причинам: а) свинец имеет малое сечение радиационного захвата и поэтому излучает высокоэнергетических вторичных фотонов гораздо меньше, чем сталь; б) свинец имеет некоторое диффузионное сопротивление по отношению к низкоэнергетическим нейтронам, падающим на стальной экран из воды, и, значит, снижает их поток в стальном слое; в) свинец эффективно поглощает образуемые вторичные фотоны. Целесообразно использование свинцовых слоев толщиной примерно до 6 см.

Вторичное γ-излучение может вносить существенный вклад в поле излучения и тем самым в значительной степени определять композицию защиты. В качестве иллюстрации его роли в задачах проектирования защиты приведем результаты расчетного поиска оптимальных по композиции железоводных сред, реализующих минимум дозы нейтронного и γ-излучения при заданной полной толщине защиты $d = 125$ и 250 см (табл. 11.6).

Слои железа и воды в задаче были разделены прослойками бора для эффективного поглощения натекающих в слой железа из воды тепловых и надтепловых нейтронов. Рассматривались девятизонные композиции с периодическим чередованием слоев железа, бора и воды. Нейтроны источника на внутренней поверхности защиты были распределены по спектру деления с изотропным угловым распределением излучения.

Поиск минимума полной дозы на внешней поверхности защиты для плоской одномерной геометрии осуществлялся при помощи одной из модификаций метода оврагов, решения прямых и сопряженных уравнений переноса излучений проводились по программе РОЗ—V.

Вторичное γ-излучение для исходных композиций защиты вносит определяющий вклад в полную дозу излучений, в оптимальных композициях вклад вторичного γ-излучения в полную дозу существенно уменьшен (табл. 11.7). При этом уменьшение полной дозы излучений осуществлялось в основном за счет уменьшения вторичного γ-излучения.

Структура слоев защиты как в первом, так и во втором вариантах существенно изменилась. При этом в первую очередь были ликвидированы первые слои железа и существенно увеличены ближайшие к источнику слои воды (табл. 11.6). Таким образом, железо—мощный источник захватного γ-излучения—было перемещено из области высоких потоков нейтронов в более удаленные от источников нейтронов участки защиты.

Таблица 11.6. **Толщина слоя, см, исходной и оптимальной композиций**

d, см	Композиция	Материал слоя								
		Fe	B	H_2O	B	Fe	B	H_2O	B	Fe
125	Исходная	12,4	0,05	43,4	0,05	12,4	0,05	44,4	0,05	12,4
	Оптимальная		—	74,8	0,03	30,5	0,11	17,5	0,35	1,7
250	Исходная	30,2	0,55	77,2	0,01	50,2	0,20	61,2	0,05	30,2
	Оптимальная	—	0,13	140,0	—	55,3	8,66	23,5	—	22,9

Таблица 11.7. **Доза нейтронного D_n, вторичного γ-излучения D_γ и полная доза D на выходе из защиты для исходной и оптимальной композиций**

d, см	Исходная композиция			Оптимальная композиция		
	D_n	D_γ	D	D_n	D_γ	D
125	0,643	6,118	6,761	0,285	0,111	0,396
250	$0{,}631 \cdot 10^{-8}$	$0{,}567 \cdot 10^{-5}$	$0{,}568 \cdot 10^{-5}$	$0{,}270 \cdot 10^{-8}$	$0{,}243 \cdot 10^{-8}$	$0{,}513 \cdot 10^{-8}$

Глава 12

ЗАЩИТА ОТ α- И β-ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 12.1. Защита от внешних потоков α-частиц

α-Частицы — это положительно заряженные ядра гелия, испускаемые радиоактивными нуклидами с большим массовым числом. При этом радиоактивном превращении в основном ядре на две единицы уменьшается заряд и на четыре — масса, например $^{222}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}\mathrm{Po}$ и $^{238}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\mathrm{Th}$. α-Частицы испускаются также при взаимодействии нейтронов с некоторыми ядрами, в том числе легкоатомными, например $^{6}_{3}\mathrm{Li}(n, \alpha)\,^{3}_{1}\mathrm{H}$ и $^{27}_{13}\mathrm{Al}(n, \alpha)\,^{24}_{11}\mathrm{Na}$. α-Частицы присутствуют также в космическом пространстве. За небольшим исключением энергия α-частиц радионуклидов лежит в диапазоне от 4 до 10 МэВ. В этой области основным видом потерь энергии при взаимодействии их с веществом являются ионизационные потери на неупругие столкновения со связанными электронами атомов среды. α-Частицы обладают очень высокой ионизирующей способностью и поэтому теряют свою энергию на поглощение в сравнительно тонких слоях защиты. Ионизационные потери заряженных частиц, в том числе и α-частиц $(-dE/dx)_{\text{ион}}$, прямо пропорциональны числу электронов в единице объема поглотителя и обратно пропорциональны энергии.

α-Частицы имеют линейный спектр излучения. Как и все заряженные моноэнергетические частицы, α-частицы в поглотителе ослабляются не по экспоненциальному закону. В этом состоит их существенное отличие от нейтральных частиц — моноэнергетических фотонов и нейтронов, для которых в «узком пучке» характерна экспоненциальная форма ослабления в защите.

Защиту от внешних потоков α-частиц рассчитывают по максимальной длине пробега $R_\alpha \simeq R_{\text{ср}}$, где $R_{\text{ср}}$ — средняя длина пробега в приближении непрерывного замедления

$$R_\alpha \simeq R_{\text{ср}} = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE}{|-dE/dx|_{\text{ион}}}. \qquad (12.1)$$

Расчетные значения R_α приведены в справочной литературе. В качестве примера в табл. 12.1 приведены пробеги α-частиц в воздухе, биологической ткани и алюминии.

Для определения максимального пробега α-частиц используют приближенные эмпирические соотношения. Так, для расчетов R_α, см, в воздухе в диапазоне энергий $E_0 = 4 \div 7$ МэВ применяют формулу Гейгера (при $t = 15°$ С и давлении 1013 гПа [760 мм рт. ст.])

Таблица 12.1. **Максимальные пробеги α-частиц R_α и экстраполированные пробеги $R_{\text{экс}}$ моноэнергетических электронов**

Энергия частиц E_0, МэВ	R_α α-частиц, мкм			$R_{\text{экс}}$ электронов, см		
	Воздух	Биологическая ткань	Алюминий	Воздух	Биологическая ткань	Алюминий
0,1	1,13+3*	1,03	0,95	1,05+1	1,24−2	4,81−3
0,5	3,09+3	2,94	2,56	1,35+2	0,16	5,85−2
1,0	4,99+3	5,06	4,05	3,41+2	0,40	0,15
2,0	9,66+3	1,04+1	7,38	7,89+2	0,93	0,34
4,0	2,37+4	2,62+1	1,65+1	1,69+3	2,00	0,73
6,0	4,37+4	4,88+1	2,88+1	2,61+3	3,09	1,13
10,0	1,02+5	1,12+2	6,16+1	4,44+3	5,24	1,92

* Написание в форме 1,13+3 означает $1{,}13 \cdot 10^3$.

$$R_\alpha \approx 0{,}32\, E_\alpha^{3/2}, \qquad (12.2)$$

а для любого вещества с массовым числом A — формулу Брегга

$$R_\alpha \approx 10^{-4} \sqrt{A E_\alpha^3}/\rho, \qquad (12.3)$$

где R_α — максимальный пробег, см; ρ — плотность вещества, г/см^3.

Пробег α-частиц очень мал. Так, в воздухе для энергий α-частиц $E_\alpha = 5{,}5$ МэВ ($^{222}_{86}$Rn) $R_\alpha \approx 4$ см, а в биологической ткани $R_\alpha = 43$ мкм, т. е. меньше толщины слоя эпидермиса (70 мкм). Однако для энергии $E_\alpha = 7{,}7$ МэВ ($^{214}_{84}$Po) пробег α-частиц в биологической ткани $R_\alpha = 77$ мкм и, следовательно, достигает чувствительных клеток базального слоя. Максимальный пробег в воздухе даже для энергии $E_\alpha = 10$ МэВ составляет около 10 см.

Таким образом, защита от внешних потоков α-частиц, испускаемых радионуклидами, не представляет проблемы. Они полностью экранируются слоем 10 см воздуха, тонкой (до 60 мкм) фольгой, тонким листом пластиката или стекла, хирургическими перчатками, одеждой и обувью.

Радионуклиды как α-излучатели опасны прежде всего как источники внутреннего облучения. Обычно их опасность примерно на два порядка превосходит опасность внутреннего облучения β-, γ-излучателями. Соответственно все производные характеристики (допустимые концентрации в воздухе и воде, допустимые уровни загрязнения почвы и продуктов питания) для α-излучающих радионуклидов значительно ужестчены по сравнению с β-, γ-излучателями. При необходимости защита органов дыхания достигается путем использования средств индивидуальной защиты (см. § 12.3).

§ 12.2. Защита от внешних потоков электронов и тормозного излучения

В данном параграфе рассматриваются вопросы защиты от β-частиц, испускаемых радиоактивными ядрами. Они могут нести или отрицательный заряд (и тогда их называют β^--частицами), или положительный (β^+-частицы). Их принято называть обобщенным термином β-частицы. Следует отметить два основных свойства β-частиц:

1) они имеют непрерывный спектр излучения от 0 до максимальной величины $E_{\beta,0}$ в отличие от моноэнергетических электронов конверсии;

2) максимальная энергия β-частиц для большинства радионуклидов не превосходит 5 МэВ. В диапазоне этих сравнительно небольших энергий β^--частицы при взаимодействии с веществом теряют свою энергию в основном на ионизацию и возбуждение атомных электронов (эти два процесса принято называть ионизацией) и на образование тормозного фотонного излучения, также с непрерывным спектром.

Процесс взаимодействия электронов с веществом подробно описан в § 2.4, а для высоких энергий, генерируемых в ускорителях,— в гл. 22 (во втором томе). Здесь мы остановимся лишь на некоторых соотношениях, которые используются для решения практических задач защиты от внешнего потока β-частиц и тормозного излучения.

Одной из характеристик всех заряженных частиц (в том числе и электронов) является их пробег в веществе. Поскольку β-частицы имеют непрерывный спектр излучения, имеющего различную проникающую способность в веществе, «пробег для всего спектра» не имеет физического смысла. Поэтому формулы для пробега, полученные чаще всего эмпирическим путем, приводятся обычно для моноэнергетических электронов.

Следует различать средний, экстраполированный и максимальный пробеги.

Средний пробег $R_{ср}$, г/см^2, определяется из соотношения

$$R_{ср}=\int_0^{E_0}\frac{dE}{\left|-\frac{dE}{dx}\right|}, \qquad (12.4)$$

где $|-dE/dx|$ — полные энергетические потери, рассчитываемые по формулам § 2.4. Их численные значения для различных сред приводятся в справочной литературе.

Зависимость относительной доли электронов, прошедших поглотитель, от его толщины приведена на рис. 12.1. Выделим долю электронов $T(x)$, прошедших до глубины x_m, соответствующей средней точке прямолинейного участка кривой прохождения. Тогда экстраполированный пробег $R_{экс}$ будет соответствовать глубине, где касательная в точке x_m пересекает ось x.

В диапазоне энергий 0,03—3 МэВ экстраполированный пробег $R_{экс}$ с погрешностью не выше 10% может быть рассчитан по эмпирической формуле

$$R_{экс}(E_0,\ \theta_0,\ Z)=a\left(\sqrt{1+25E_0^2}-0{,}9865\right), \qquad (12.5)$$

где θ_0 — угол падения пучка электронов на поглотитель ($0\leqslant\theta_0\leqslant 60^\circ$); Z — атомный номер поглотителя; коэффициент $a=(0{,}161\cos(\theta_0/2))/Z^{0,2}$; E_0 — энергия моноэнергетических электронов, или максимальная энергия β-частиц, МэВ.

В более широком диапазоне моноэнергетических электронов с E_0 от 4 до 30 МэВ при нормальном падении на поглотитель расчет $R_{экс}$ проводится по приближенной формуле

$$R_{экс}(E_0,\ Z)=0{,}565\left(\frac{125}{Z+112}\right)E_0-0{,}123\left(\frac{175}{Z+162}\right). \qquad (12.6)$$

Для электронов с $E_0\geqslant 3$ МэВ отношение

$$\frac{R_{экс}}{R_{ср}}=\left(0{,}69+0{,}51\sqrt{\frac{Zmc^2}{E_0}}\right)^{-1}, \qquad (12.7)$$

где $mc^2=0{,}511$ МэВ — энергия покоя электрона. Значение $R_{экс}/R_{ср}$ возрастает с увеличением энергии электронов.

Для защиты от внешнего потока электронов используется их максимальный пробег $R_{макс}$, его численное значение на 15—25% превосходит $R_{экс}$. Существует несколько приближенных эмпирических формул для $R_{макс}$ типа $R_{макс}=AE_0-B$, где A и B — постоянные коэффициенты. Например, максимальный пробег β-частиц $R_{макс}$ в г/см^2 Al в диапазоне энергий $0{,}5\leqslant E_0\leqslant 3$ МэВ описывается формулой

$$R_{макс}\approx 0{,}52E_0-0{,}09; \qquad (12.8)$$

для $E_0>2{,}5$ МэВ

$$R_{макс}\approx 0{,}530E_0-0{,}106. \qquad (12.9)$$

Для грубых оценок максимального пробега β-частиц до практически полного поглощения используют также приближенные формулы:

$$\left.\begin{array}{l}\text{в мм алюминия } R^{Al}_{макс}\approx 2{,}5E_0;\\ \text{в м воздуха } R^{возд}_{макс}\approx 4{,}5E_0.\end{array}\right\} \qquad (12.10)$$

В отсутствие защитных экранов плотность потока β-частиц точечного непоглощающего источника $\varphi(0)$, см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, на расстоянии R, см, рассчитывается по формуле

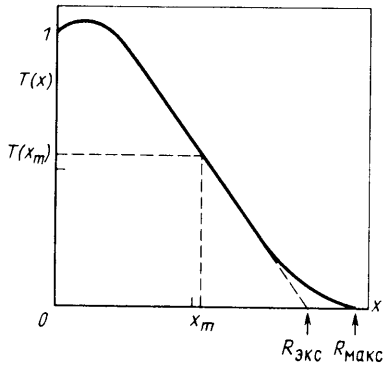


Рис. 12.1. Зависимость относительной доли электронов, прошедших поглотитель, от его толщины

$$\varphi(0)=\frac{\mathscr{A}\eta}{4\pi R^2}, \qquad (12.11)$$

где $\mathscr{A}$ — активность, Бк; η — абсолютный выход частиц на один распад ядра.

При наличии поглотителя толщиной x, г/см^2, для β-частиц справедлива экспоненциальная форма ослабления в виде

$$\varphi(x)=\varphi(0)\exp(-\alpha x), \qquad (12.12)$$

где $\varphi(x)$ — плотность потока после толщины поглотителя (включая воздух) x, г/см^2; α — в см^2/г.

$$\alpha=15{,}5E_{\beta,0}^{-1{,}41},$$

где $E_{\beta,0}$ — граничная энергия β-спектра.

Значения предельно допустимых плотностей потоков электронов и β-частиц для стандартного времени облучения персонала приведены в НРБ — 76/87. Таким образом, формула (12.11) позволяет не только рассчитывать плотность потока от β-частиц в вакууме, но и оценить защиту «временем, количеством и расстоянием» [см. аналогичные формулы (10.88) для фотонов]. На рис. 4.1 даны значения мощности поглощенной дозы от β-частиц на различной глубине биологической ткани при контактном загрязнении кожи радиоактивными веществами, а на рис. 4.3 — удельные эквивалентные дозы электронов и β-частиц. С помощью (4.15), (4.16) и этого рисунка могут быть рассчитаны флюенсы и допустимые плотности потоков электронов и β-частиц, соответствующие установленной эквивалентной дозе.

Как уже отмечалось в гл. 4, пробег β-частиц в биологической ткани невелик и значительная часть их поглощается в слое эпидермиса 40—70 мкм. Тем не менее большие потоки β-частиц могут привести к очень серьезному повреждению кожных покровов — так называемым лучевым ожогам. Биологический эффект облучения β-частицами усугубляется воздействием тормозного излучения, возникающего при взаимодействии электронов с веществом.

Таблица 12.2. **Значения коэффициентов c и n для различных материалов с атомным номером Z**

Z	c	n
4	3,5	2,16
13	3,5	2,02
26	3,3	1,91
50	3,2	2,07
79	3,0	1,90

Защита от тормозного излучения β-частиц. Электроны и позитроны, а также моноэнергетические конверсионные электроны и электроны Оже, отклоняясь (испытывая торможение) в электрическом поле ядра, испускают непрерывный спектр фотонов, которые принято называть тормозным излучением. Теория выхода тормозного излучения дана в § 2.4. Выход интенсивности Y, МэВ/част., тормозного излучения при полном поглощении моноэнергетических электронов в материале с атомным номером Z в диапазоне $E_0 \leqslant 3$ МэВ определяется следующим эмпирическим соотношением:

$$Y(E_0)\approx c\cdot 10^{-4} ZE_0^n, \qquad (12.13)$$

где значения коэффициента c и показателя степени n приведены в табл. 12.2. Для сложных химических соединений поглощающего материала $\bar{Z}$ определяется по формуле

$$\bar{Z}=\frac{\sum_{i=1}^{l}\alpha_i Z_i^2}{\sum_{i=1}^{l}\alpha_i Z_i}, \qquad (12.14)$$

где α_i — доля общего числа атомов соединения, имеющая атомный номер Z_i; l — число элементов в химическом соединении. При тех же условиях для β-частиц с непрерывным спектром $n(E_0)$ формула выхода тормозного излучения принимает вид

$$Y_\beta=\int_0^{E_{\beta,0}} Y(E_0)n(E_0)\,dE_0, \qquad (12.15)$$

где $E_{\beta,0}$ — граничная энергия β-частиц.

Форма спектра тормозного излучения моноэнергетических электронов может быть рассчитана в приближении их непрерывного замедления

$$N(E_0,\ E_\gamma)=\int_{E_\gamma}^{E_0}\frac{\sigma_{\text{торм}}(E,E_\gamma)\,dE}{\left|-\frac{dE(E)}{dx}\right|}, \qquad (12.16)$$

где E_0 — энергия первичных электронов; E_γ — изменяющаяся от 0 до E_0 энергия фотонов тормозного излучения.



Рис. 12.2. Пневмокостюм типа ЛГ-4



Рис. 12.3. Пневмокуртка ПК-1

Формулы расчета дифференциального сечения тормозного излучения электронов $\sigma_{\text{торм}}$ и полные энергетические потери по треку $\left|-\frac{dE(E')}{dx}\right|$ приведены в § 2.4.

Если активность радионуклида непоглощающего источника обозначить $\mathscr{A}$, то спектр тормозного излучения от β-частиц можно представить в форме

$$N(E_\gamma) = \int_0^{E_{\beta,0}} \mathscr{A} n(E_0) N(E_0,\ E_\gamma) dE_0. \qquad (12.17)$$

Расчет защиты от тормозного излучения производится по тем же методам, как и расчет защиты рентгеновского излучения, т. е. дифференцированно для каждого энергетического

интервала с последующим использованием метода конкурирующих линий (см. § 10.7).

§ 12.3. Средства индивидуальной защиты

Средствами индивидуальной защиты (СИЗ) принято называть спецодежду, обувь, различные приборы и приспособления, применяемые индивидуально и обеспечивающие защиту персонала от неблагоприятного воздействия факторов внешней среды. Основное назначение СИЗ в атомной промышленности — предотвратить попадание радиоактивных и химических веществ в органы дыхания, пищеварения и на кожу и тем самым исключить или свести к минимуму дозу облучения. Некоторые СИЗ защищают человека и от внешних потоков α- и β-частиц, а также тормозного низкоэнергетического излучения. В зависимости от особенности конструкции и эксплуатации СИЗ классифицируют на несколько видов. Для проведения ремонтных, аварийных или кратковременных работ в условиях повышенных концентраций радиоактивных веществ используют изолирующие костюмы — шланговые с подачей чистого воздуха для дыхания и вентиляцией подкостюмного пространства или изолирующие костюмы с автономной системой жизнеобеспечения. В настоящее время наиболее широкое применение нашли модификации пневмокостюмов типа ЛГ (рис. 12.2). Для защиты органов дыхания и верхней половины тела работающих используются пневмокуртка ПК-1 (рис. 12.3), пневмошлем ЛИЗ-4 (рис. 12.4) или пневмополумаска ППМ-1 (рис. 12.5), пневмомаска ЛЗ-5 (рис. 12.6). Все они снабжены принудительной подачей воздуха.

Наиболее распространенным СИЗ органов дыхания в условиях, близких к нормальным, является фильтрующий противоаэрозольный полумасочный бесклапанный респиратор ШБ-1 «Лепесток» (рис. 12.7). Он представляет собой мягкий круг из волокнистого фильтрующего материала ФП, преобразуемый перед надеванием на лицо



Рис. 12.4. Пневмошлем ЛИЗ-4



Рис. 12.5. Пневмополумаска ППМ-1

в легкую полумаску. Эти респираторы разового пользования. При концентрациях радионуклидов, превышающих допустимые в 40—200 раз, применяются только изолирующие СИЗ.

Для работы в подземных выработках или в помещениях при наличии кроме радиоактивных аэрозолей пыли, дымов, тумана используют респираторы «Астра-2» (рис. 12.8) — резиновую полумаску с двумя сменными гофрированными волокнистыми фильтрами ФП. В нормальных эксплуатационных условиях в атомной промышленности широко используют спецодежду: комбинезоны, костюмы и шлемы из отбеленного молескина, лавсановую одежду, пластикатовые СИЗ — фартуки, нарукавники и т. д. Для защиты ног используется широкий ассортимент спецобуви, а для защиты рук — резиновые и другие перчатки и рукавицы, а также перчатки для работы в боксах и камерах. Голова защищается с помощью касок, шлемов, подшлемников, шапок, беретов. Защитные щитки и маски из оргстекла, а также

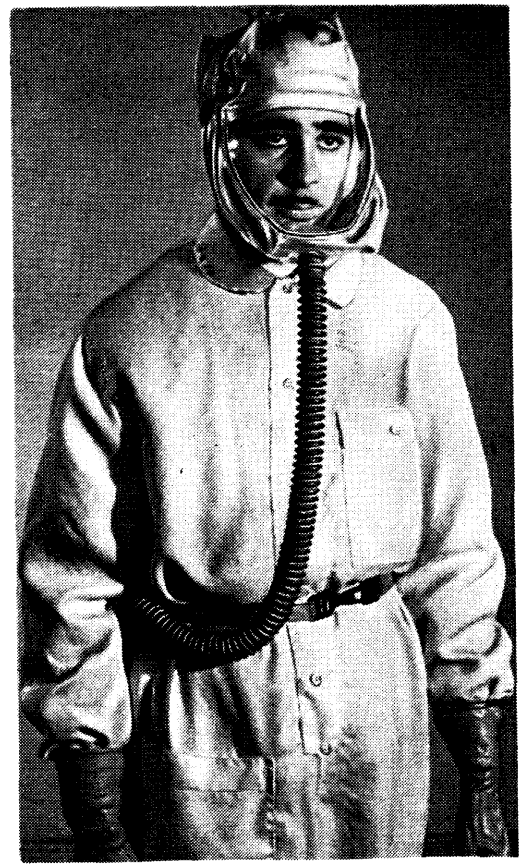


Рис. 12.6. Пневмомаска ЛЗ-5

очки предохраняют лицо и глаза работающих. Широко используются защитные дерматологические средства — моющие препараты, пасты, кремы, мази.

Следует заметить, что практически любые СИЗ создают тот или иной дискомфорт для персонала. Поэтому наряду с индивидуальной защитой организована коллективная защита, сводящая к минимуму загрязнение воздуха, рабочих поверхностей, одежды и тела работающих. Сюда относятся: зональная планировка помещений с выделением зоны строгого режима и соблюдений санитарно-пропускного режима при посещении этой зоны; система вентиляции; максимальная герметизация оборудования и помещений, в которых находятся потенциальные источники загрязнения внешней среды; саншлюзы и пункты дезактивации обуви и одежды; системы вентиляции помещений; дисциплинирующие ограждения и другие организационно-тех-

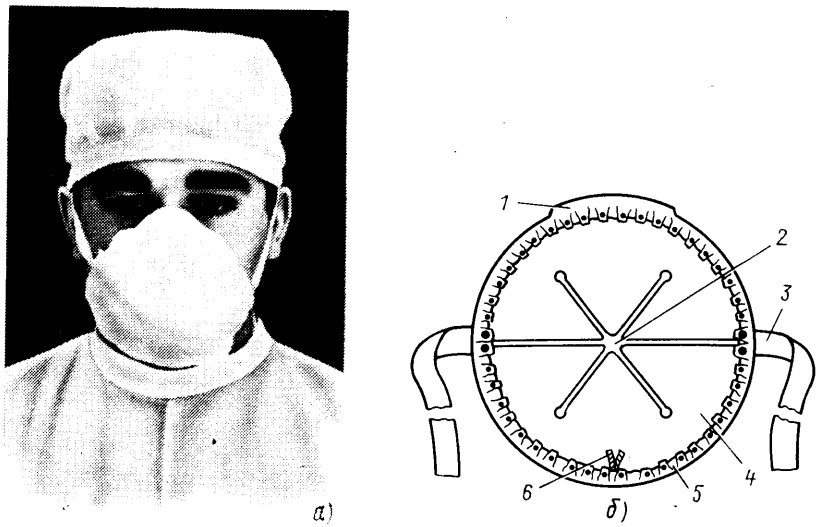


Рис. 12.7. Респиратор ШБ-1 «Лепесток»:
а — общий вид; *б* — чертеж; *1* — тонкая алюминиевая пластинка для обжатия верхнего края респиратора по форме переносицы; *2* — полиэтиленовая фигурная литая распорка, предупреждающая прилегание фильтрующей части корпуса к лицу при вдохе; *3* — ленты из хлопчатобумажной тесьмы для дополнительного удержания респиратора на голове при резких движениях; *4* — фильтрующая часть корпуса; *5* — подогнутая периферическая кромка с затягивающим устройством; *6* — резиновый шнур с нитяной отметкой

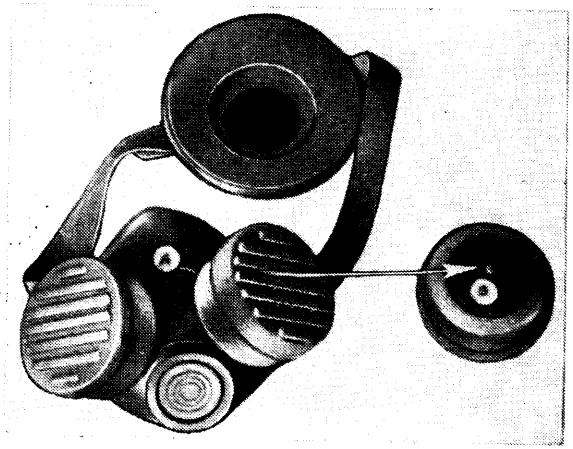


Рис. 12.8. Респиратор «Астра-2»

нические мероприятия. Разумная взаимосвязь систем индивидуальной и коллективной защиты в сочетании с защитой от внешних потоков ионизирующих излучений обеспечивает безопасные условия труда в атомной промышленности.

Глава 13

АЛЬБЕДО ИЗЛУЧЕНИЙ

§ 13.1. Основные понятия и определения

Альбедо в переводе с латинского языка означает «белизна». В оптике альбедо определяет свойство «белого» тела отражать излучение и показывает, какую часть падающего света оно отражает. В ядерной и радиационной физике и технике альбедо характеризует отражение ионизирующих излучений от рассеивающих тел.

Обратное рассеяние ионизирующего излучения от среды и другие процессы взаимодействия, приводящие к образованию вторичного излучения, покидающего среду через ту же поверхность, на которую падало излучение, при использовании альбедо рассматриваются как явления отражения. Иными словами, процессы взаимодействия внутри среды трактуются строго как поверхностный эффект — эффект отражения.

Наибольший вклад в поле излучения дает отраженное излучение, когда детектор экранирован от попадания в него нерассеянного излучения источника. Отраженное от среды излучение необходимо учитывать при решении многих задач физики защиты, дозиметрии, радиометрии, радиационной физики и техники.

Информация по обратному рассеянию необходима при прогнозировании поля излучения в защитах с неоднородностями, расчетах теневых защит, определении вклада в поле излучения, отраженного от оборудования, стен, пола и потолка помещений (например, реакторного зала), расчете излучения, отраженного от границы раздела сред, оценке вклада рассеянного излучения в показания приборов при проведении градуировочных работ с аппаратурой в ограниченных помещениях, расчете коллиматоров излучения и т. п.

Во всех этих задачах отраженное излучение дает дополнительный вклад в поле излучения, приводит к повышению уровня облучения, требует учитывать вклад отраженного излучения в поле и принятия мер для его уменьшения.

Вместе с тем поле отраженного излучения несет большой объем информации о химическом и агрегатном состоянии среды, о конфигурации, геометрической форме отражателя, удаленности отражателя от детектора и т. д. Иными словами, отраженное излучение «несет» в себе образ отражателя. Это позволяет широко использовать отраженное излучение для распознавания качеств отражателя в радиационно-технических приборах и установках систем контроля и регулирования технологических процессов. Пример такой установки, созданной во Всесоюзном научно-исследовательском институте радиацион-

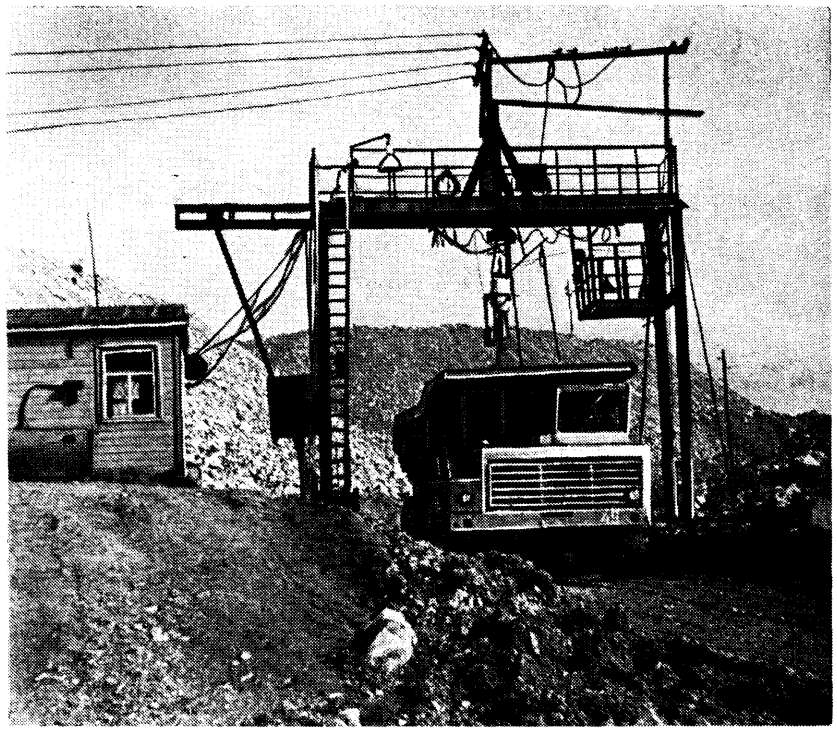


Рис. 13.1. Установка для анализа горной массы на содержание цветных металлов, работающая по принципу альбедо γ-излучения

ной техники для анализа горной массы на содержание цветных металлов при ее добыче, показан на рис. 13.1. γ-Излучение радионуклидного источника, подвешенного над транспортируемой рудой в защитном коллиматоре-контейнере, падает на анализируемую руду. Отраженное излучение измеряется размещенным соосно над источником на расстоянии 60 см от источника сцинтилляционным детектором. Созданная установка позволяет проводить оперативный контроль поступающей руды, управлять технологическим процессом разделения руды по содержанию цветных металлов. Бесконтактность и экспрессность — большие преимущества такой методики по сравнению с химическим анализом.

В наиболее общем виде поле обратно рассеянного излучения определяется энергией, угловым распределением излучения и геометрией источника; формой, составом и толщиной рассеивателя; взаимным расположением источника, рассеивателя и точки детектирования, а также граничащей с рассеивателем средой, в которой находятся источник излучения и детектор. Будем рассматривать задачи, когда рассеиватель находится в

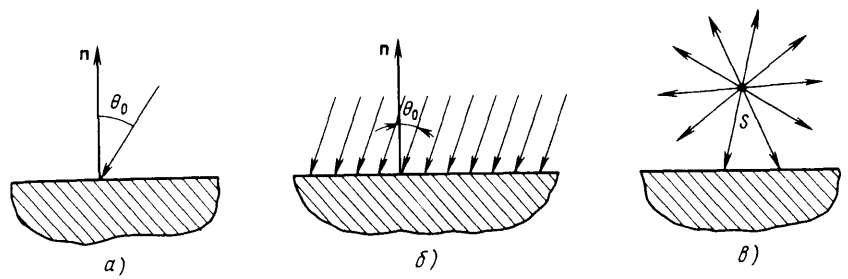


Рис. 13.2. Основные задачи обратного рассеяния излучения для полубесконечных отражателей

воздухе, при этом ослаблением излучения в воздухе будем пренебрегать ввиду его малости.

Сформулируем основные часто встречающиеся задачи по определению поля отраженного излучения для наиболее важной (с практической точки зрения, а также по количеству имеющейся информации) полубесконечной геометрии рассеивателя.

Предположим, что во всех случаях источник моноэнергетический с энергией частиц E_0. Критерием для классификации выберем характеристику источника (угловое распределение излучения и геометрию). Тогда можно указать следующие три основных практически важных варианта: 1) на рассеиватель падает под произвольным углом θ_0 излучение точечного мононаправленного источника (тонкого луча) (рис. 13.2, *а*); 2) на рассеиватель падает под произвольным углом θ_0 излучение бесконечного плоского мононаправленного источника (рис. 13.2, *б*); 3) на некотором расстоянии от рассеивателя находится точечный изотропный источник S (рис. 13.2, *в*). В последнем варианте возможны два предельных случая: а) источник S находится на поверхности рассеивателя; б) источник S удален достаточно далеко от рассеивателя, так что можно считать, что на поверхность падает излучение широкого мононаправленного пучка (вариант 2). Очевидно, что наиболее элементарным является первый вариант.

В зависимости от задания падающего и отраженного излучения в токовых или потоковых величинах могут встречаться токо-токовые a, потоко-потоковые A, токо-потоковые (падающее излучение задается в токовых величинах, отраженное — в потоковых) $\alpha^{\text{п}}$ и потоко-токовые (падающее излучение задается в потоковых величинах, отраженное — в токовых) $\alpha^{\text{т}}$ характеристики альбедо. Токо-токовые характеристики для краткости называют *токовыми*. Потоко-потоковые характеристики для краткости называют *потоковыми*. При решении задач защиты чаще всего используют токовые величины. Поэтому остановимся прежде всего на определении токовых характеристик для наиболее элементарного источника — тонкого луча.

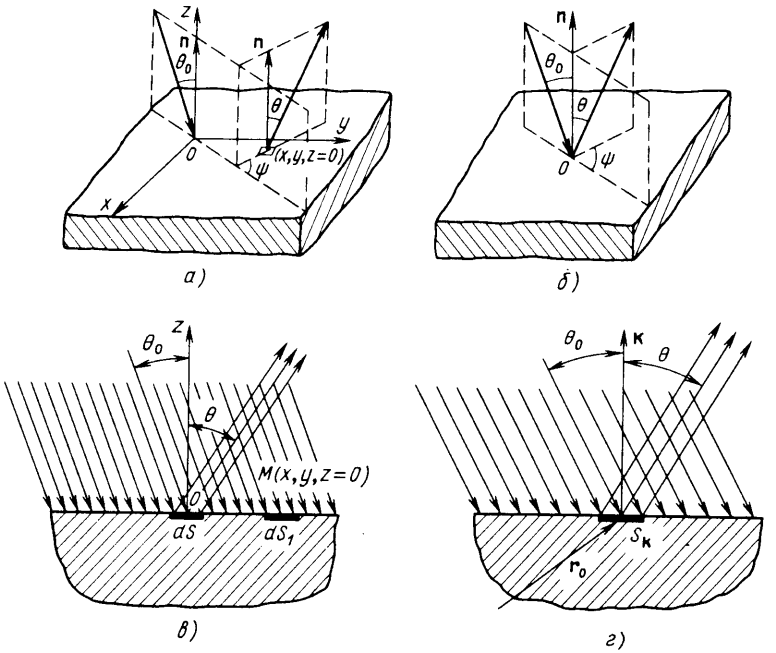


Рис. 13.3. К определению понятия дважды дифференциального (*а*) и дифференциального (*б*) альбедо тонкого луча, к переходу от поля отраженного излучения тонкого луча к полю отраженного излучения плоского мононаправленного источника (*в*), к выводу соотношения токовых и потоковых дифференциальных характеристик альбедо (*г*) (на рис. *в* и *г* для простоты не показана зависимость от азимутального угла ψ)

Наиболее полной характеристикой отраженного излучения является дважды дифференциальное (по отношению к направлению вылета частиц и к положению площадки, через которую отраженное излучение покидает рассеиватель) спектральное альбедо.

Под дважды дифференциальным спектральным токовым альбедо тонкого луча, излучение которого с энергией E_0 падает на полубесконечный рассеиватель (толщиной $d=\infty$ и радиусом кривизны $R=\infty$) в точку *0* в начале координат под углом θ_0 к нормали (рис. 13.3, *а*), будем понимать отношение числа частиц с энергией от E до $E+dE$, выходящих (отраженных) за интервал времени dt через элементарную площадку dS на поверхности отражателя, центрированную в точке с координатами (x, y, $z=0$), и распространяющихся в направлениях, определенных элементарным телесным углом $d\Omega$, содержащим данное направление (θ, ψ), к числу падающих на отражатель частиц за тот же интервал времени dt, к площади элементарной площадки dS, к энергетическому интервалу dE и элементарному телесному углу

$d\Omega$. Обозначим эту величину $a_c(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, x, y, R=\infty, d=\infty)$. Угол θ — полярный, ψ — азимутальный. Угол ψ образуется между плоскостью, проходящей через падающий луч и нормаль к поверхности отражателя, и плоскостью, проходящей через отраженный луч и нормаль к поверхности рассеивателя.

Единица дважды дифференциального спектрального альбедо тонкого луча $1/(\text{см}^2 \cdot \text{МэВ} \cdot \text{ср})$.

Большинство данных получено для полубесконечных плоских рассеивателей, поэтому обычно зависимость от R и d указывается в символах альбедо только для геометрий, отличных от полубесконечных плоских отражателей.

Дважды дифференциальное числовое, энергетическое и дозовое альбедо определяются аналогично, если детектировать при тех же условиях не энергетический спектр отраженного излучения, а число частиц, энергию или дозу отраженных частиц соответственно.

Под отраженным *излучением* в определении альбедо понимается однократно и многократно обратно рассеянное первичное излучение самого источника, а также вторичное излучение того же вида, что и излучение источника, возникающее при взаимодействии первичного излучения с рассматриваемой средой. Вторичным излучением того же вида для источников нейтронов являются, например, нейтроны, образуемые по реакции (n, $2n$), для источников фотонов — аннигиляционное, тормозное и флуоресцентное излучение.

Во многих случаях распространение излучения в веществе связано с образованием вторичного излучения иного вида, чем излучение источника. Например, в задачах с нейтронными источниками во вторичном излучении имеется составляющая иной природы — захватное γ-излучение и γ-излучение, сопровождающее неупругое рассеяние нейтронов. В этом случае поверхность, на которую падают первичные частицы некоторого сорта, покидают частицы другого сорта. Эта задача, строго говоря, не подходит к понятию альбедо. Такое явление называют *квазиальбедо (мнимое альбедо)*. *Дважды дифференциальное спектральное токовое квазиальбедо*, зависящее от тех же параметров задачи, что и альбедо, обозначим $a_c^{i,j}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, x, y)$, где i — вид падающего излучения; j — вид «отраженных» частиц. Например, дважды дифференциальное квазиальбедо вторичного γ-излучения при падении на отражатель нейтронов будет $a_c^{n,\gamma}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, x, y)$. В зависимости от вида падающих i и вторичных частиц j квазиальбедо целесообразно называть квазиальбедо типа $i-j$; для рассмотренного только что примера — квазиальбедо типа нейтрон — фотон.

Площадку, через которую отраженное излучение покидает рассеиватель, будем называть *областью отражения*. Она всегда больше площадки, образуемой пересечением пучка с поверх-

ностью отражателя. Однако для многих задач ее геометрические размеры на поверхности отражателя можно не учитывать, считая, что отраженное излучение покидает рассеиватель в той же области, в которой входит в него излучение источника. Это предположение справедливо, когда максимальные линейные размеры области отражения значительно меньше расстояния до точки детектирования. Тогда достаточно знать *дифференциальное спектральное альбедо* (энергетическо-угловое распределение обратно рассеянного излучения)

$$a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi,\ x,\ y)dx. \qquad (13.1)$$

Для решения практических задач применяют также *дифференциальные* (по направлению вылета частиц) *характеристики альбедо:*

числовое альбедо (угловое распределение числа обратно рассеянных частиц)

$$a_ч(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi) = \int_0^{E_0} a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi)\,dE; \qquad (13.2)$$

энергетическое альбедо (угловое распределение обратно рассеянной энергии частиц)

$$a_э(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi) = (1/E_0)\int_0^{E_0} E a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi)dE; \qquad (13.3)$$

дозовое альбедо (угловое распределение дозы обратно рассеянных частиц)

$$a_д(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi) = [1/\delta(E_0)]\int_0^{E_0} \delta(E) a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi)dE, \qquad (13.4)$$

где $\delta(E)$ — доза на единичный флюенс для частиц с энергией E. В зависимости от регистрируемого эффекта различают $a_д$ по поглощенной дозе $a_{д,п}(E_0,\theta_0;\ \theta,\ \psi)$, по эквивалентной дозе $a_{д,экв}(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)$ и по экспозиционной дозе $a_{д,экс}(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)$.

Заметим, что выражение дозы излучения в токовых величинах не имеет физического смысла, но часто удобно в практических расчетах.

Геометрия задачи по определению дифференциальных характеристик альбедо по формулам (13.1)—(13.4) показана на рис. 13.3, *б*.

Единица дифференциального спектрального альбедо, определяемого формулой (13.1), 1/(МэВ·ср), а единица дифференциальных характеристик альбедо, определяемых формулами (13.2)—(13.4), 1/ср.

Интегрированием дифференциальных характеристик $a_c(E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi)$, $a_ч(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)$, $a_э(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)$, $a_д(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)$ по телесному углу отражения 2π ср получают соответствующие интегральные характеристики $a_c(E_0,\ \theta_0;\ E)$, $a_ч(E_0,\ \theta_0)$, $a_э(E_0,\ \theta_0)$, $a_д(E_0,\ \theta_0)$. Например, для интегрального энергетического альбедо

$$a_э(E_0,\ \theta_0) = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} a_э(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)\sin\theta\, d\theta. \qquad (13.5)$$

Единица $a_c(E_0,\ \theta_0;\ E)$ — 1/МэВ, другие интегральные характеристики — безразмерные величины.

Соответствующие характеристики квазиальбедо вычисляются по формулам, подобным (13.1)—(13.5).

Информацию о дифференциальных альбедо для источников с различными непрерывными спектрами излучения можно получить на основе данных по дифференциальному альбедо для набора моноэнергетических источников. Иногда это может привести к значительным ошибкам, обусловленным нерегулярным ходом зависимости дифференциального альбедо для некоторых отражателей от энергий источников. Поэтому при решении многих задач, например нейтронного излучения, для усреднения данных по отраженному излучению по многим резонансам сечения желательно иметь дифференциальное альбедо для непрерывного набора источников, задаваемых по энергии в виде прямоугольных импульсов в узких энергетических интервалах $\Delta E_0 = E_{0,макс} - E_{0,мин}$. В этом случае в определении дважды дифференциального спектрального альбедо слова «с энергией E_0» заменяются словами «с энергией ΔE_0»; обозначается такая характеристика $a_c(\Delta E_0,\ \theta_0;\ E,\ \theta,\ \psi,\ x,\ y)$. Соответствующим образом можно определить другие дифференциальные и интегральные характеристики альбедо для источников, задаваемых в виде прямоугольных импульсов в узких энергетических интервалах ΔE_0.

В определении дифференциальных характеристик альбедо для плоского мононаправленного источника отсутствует понятие дважды дифференциального альбедо, поскольку из-за бесконечности источника любой элемент поверхности отражателя формирует одинаковое угловое распределение обратно рассеянного излучения.

Дифференциальное спектральное токовое альбедо плоского мононаправленного источника, излучение которого с энергией E_0 падает на полубесконечный отражатель (толщиной $d=\infty$ с радиусом кривизны $R=\infty$) под углом θ_0 к нормали,— это отношение числа частиц с энергией от E до $E+dE$, выходящих из отражателя через площадку dS на поверхности отражателя и

распространяющихся в направлениях, определяемых элементарным телесным углом $d\Omega$, содержащим данное направление (θ, ψ), к числу частиц, падающих на площадку dS, к энергетическому интервалу dE и элементарному телесному углу $d\Omega$. Обозначается эта величина $a_{\text{с,п.м}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi)$, ее единица — 1/(МэВ · ср).

По аналогии с формулами (13.2)—(13.5) могут быть записаны другие дифференциальные и интегральные токовые характеристики альбедо плоского мононаправленного источника.

Покажем теперь, что дифференциальное спектральное альбедо плоского мононаправленного источника $a_{\text{с,п.м}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi)$ совпадает с дважды дифференциальным спектральным альбедо тонкого луча, когда можно пренебречь эффективными размерами области отражения на поверхности среды для тонкого луча, или, другими словами, совпадает в этом случае с дифференциальным спектральным альбедо тонкого луча $a_{\text{с}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi)$.

Пусть на полубесконечный отражатель под углом θ_0 к нормали падает излучение плоского мононаправленного источника (рис. 13.3, *в*), причем на единицу поверхности отражателя падает N_0 частиц с энергией E_0. Вследствие бесконечности плоского мононаправленного источника для любого элемента поверхности будет формироваться одинаковое угловое распределение обратно рассеянного излучения. Рассмотрим две произвольные элементарные площадки: dS около точки 0 (в этой точке выберем начало координат) и $dS_1 = dx\,dy$ около точки $M(x, y, z=0)$ (рис. 13.3, *в*). Определим число частиц, покидающих площадку dS с энергией E на единичный интервал энергии в единичный телесный угол в направлении (θ, ψ), обусловленных падающими на площадку $dS_1 = dx\,dy$ частицами:

$$dN(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi) = N_0\,dx\,dy\,a_{\text{с}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, -x, -y)\,dS.$$

Тогда полное число частиц, выходящих через dS с энергией E на единичный интервал энергии в направлении (θ, ψ) в единичный телесный угол,

$$N(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi) = N_0\,dS \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} a_{\text{с}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, x, y)\,dx. \qquad (13.6)$$

Учитывая далее, что $N_0\,dS$ — число первичных частиц, падающих на площадку dS, получаем

$$a_{\text{с,п.м}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} a_{\text{с}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi, x, y)\,dx. \qquad (13.7)$$

Сравнение правых частей (13.7) и (13.1) показывает, что, действительно, $a_{\text{с.п.м}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi) = a_{\text{с}}(E_0, \theta_0; E, \theta, \psi)$.

Указанная закономерность справедлива и для других дифференциальных и интегральных характеристик альбедо. Она часто позволяет не разделять характеристики точечного мононаправленного и плоского мононаправленного источников, а классифицировать их как характеристики альбедо мононаправленных источников.

Отметим, что подобно выполненному выше переходу от поля отраженного излучения тонкого луча к полю обратно рассеянного излучения плоского мононаправленного источника могут быть осуществлены преобразования к полям излучений других видов источников.

Свяжем токовые и потоковые угловые характеристики альбедо, измеряемые, например, по числу частиц (числовые альбедо). Пусть на полубесконечный отражатель под углом θ_0 к нормали $\mathbf{k}$ падают частицы плоского мононаправленного источника (рис. 13.3, *г*). Детектируется излучение, отраженное под углом θ к той же нормали, азимутальная зависимость для простоты на рисунке не показана.

Так как в любой точке на поверхности рассеивателя устанавливается одинаковое поле, то потоковое альбедо A можно определить, если отнести плотность потока отраженного излучения $\varphi^{\text{отр}}$ к плотности потока падающего излучения $\varphi^{\text{пад}}$ в некоторой точке $\mathbf{r}_0$ на поверхности отражателя.

Токовое числовое альбедо представляет собой отношение числа частиц, отраженных в направлении θ, к числу частиц, падающих под углом θ_0 на одну и ту же площадку на поверхности отражателя (ориентация площадки задается ориентацией поверхности отражателя) за одно и то же время. Выберем в качестве такой площадки поверхность единичной площади $S_{\mathbf{k}}$ и поместим ее в точку $\mathbf{r}_0$. Направление площадки $S_{\mathbf{k}}$ задается перпендикулярным к ней вектором $\mathbf{k}$.

В соответствии с формулой (1.18) $J^{\text{отр}}_{\varphi_{\mathbf{k}}} = \varphi^{\text{отр}}\cos\theta$, $J^{\text{пад}}_{\varphi_{\mathbf{k}}} = \varphi^{\text{пад}}\cos\theta_0$. Следовательно,

$$A = \frac{\varphi^{\text{отр}}}{\varphi^{\text{пад}}} = \frac{J^{\text{отр}}_{\varphi_{\mathbf{k}}}}{\cos\theta}\frac{\cos\theta_0}{J^{\text{пад}}_{\varphi_{\mathbf{k}}}} = \frac{J^{\text{отр}}_{\varphi_{\mathbf{k}}}}{J^{\text{пад}}_{\varphi_{\mathbf{k}}}}\frac{\cos\theta_0}{\cos\theta} = a\frac{\cos\theta_0}{\cos\theta}. \qquad (13.8)$$

Подобным образом можно связать другие виды альбедо и показать, что числовые дифференциальные токовые $a_{\text{ч}}$, потоковые $A_{\text{ч}}$, токо-потоковые $\alpha^{\text{п}}_{\text{ч}}$ и потоко-токовые $\alpha^{\text{т}}_{\text{ч}}$ характеристики связаны соотношениями $A_{\text{ч}} = a_{\text{ч}}\cos\theta_0/\cos\theta$; $\alpha^{\text{п}}_{\text{ч}} = a_{\text{ч}}/\cos\theta$; $\alpha^{\text{п}}_{\text{ч}} = A_{\text{ч}}/\cos\theta_0$; $\alpha^{\text{т}}_{\text{ч}} = a_{\text{ч}}\cos\theta_0$; $\alpha^{\text{т}}_{\text{ч}} = A_{\text{ч}}\cos\theta$; $\alpha^{\text{т}}_{\text{ч}} = \alpha^{\text{п}}_{\text{ч}}\cos\theta_0\cos\theta$. Аналогичные рассуждения можно было бы провести относительно

падающей и отраженной энергии или дозы и получить соотношения для соответствующих дифференциальных энергетических или дозовых характеристик альбедо.

Выбором углов θ_0 и θ в конкретной задаче определяется соотношение между абсолютными значениями токовых, потоковых, токо-потоковых и потоко-токовых характеристик альбедо.

Иногда для плоского мононаправленного источника обратное рассеяние характеризуют фактором накопления при отражении, который представляет собой потоковое интегральное альбедо плюс единица. Например, энергетический фактор накопления при отражении

$$B_э = 1 + A_э = 1 + \cos\theta_0 \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} a_э(E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)(\sin\theta/\cos\theta)\, d\theta. \qquad (13.9)$$

Таким образом, для однозначного задания альбедо в конкретной задаче с фиксированной геометрией, энергией и угловым распределением излучения источника всегда следует четко оговаривать, какая имеется в виду характеристика альбедо (дважды дифференциальная, дифференциальная, интегральная), какой регистрируется эффект (энергетический спектр, число, энергия, доза частиц) и в каких величинах (токовые, потоковые, токо-потоковые, потоко-токовые) выражается альбедо.

§ 13.2. Альбедо фотонного излучения

В зависимости от условий задачи изменяются соотношения между процессами взаимодействия, формирующими обратное рассеяние, а вместе с ними изменяются и характеристики альбедо.

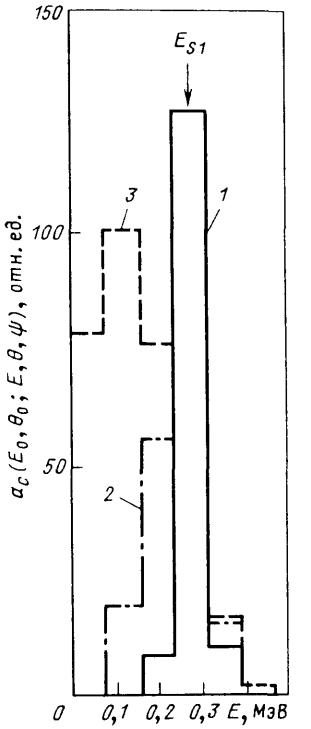
Основные закономерности формирования поля обратного рассеяния. Энергетические распределения, как и другие характеристики обратно рассеянного излучения, определяются условиями конкретной задачи.

Выше отмечалось, что под отраженным излучением понимается как рассеянное первичное излучение данного источника, так и вторичное излучение того же вида, что и излучение источника (для фотонного излучения — аннигиляционное, тормозное и флуоресцентное излучение).

Для облегчения выявления закономерностей рассмотрим сначала рассеянное первичное излучение источника.

В дифференциальных энергетических распределениях отраженного фотонного излучения источника, как правило, наблю-

Рис. 13.4. Дифференциальное спектральное альбедо γ-излучения тонкого луча ^{60}Co, падающего под углом $\theta_0 = 0$ на полубесконечные рассеиватели из свинца (*1*), железа (*2*) и воды (*3*) для $\theta = 60°$ (расчет методом Монте-Карло); спектры нормированы при E_{s1}



даются два компонента, соответствующие однократному и многократному комптоновскому рассеянию (рис. 13.4).

Энергия высокоэнергетического компонента E_{s1} определяется однократным комптоновским рассеянием на заданный угол рассеяния θ_s фотонов источника с энергией E_0

$$E_{s1} = \frac{E_0}{1 + \dfrac{E_0}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta_s)} = \frac{m_0 c^2}{\dfrac{m_0 c^2}{E_0} + (1 - \cos\theta_s)}, \qquad (13.10)$$

например, при нормальном падении при неограниченном возрастании энергии фотонов источников E_0 энергия фотонов, рассеянных на углы $\pi/2 < \theta_s < \pi$ (в этом интервале углов происходит обратное рассеяние), изменяется в пределах $0{,}255\ \text{МэВ} < E_{s1} < 0{,}511\ \text{МэВ}$.

Интересно отметить, что в энергетическом распределении всегда имеются фотоны бóльших энергий, чем энергия однократного рассеяния E_{s1} на данный угол рассеяния θ_s (рис. 13.4). Фотоны с энергией больше E_{s1} появляются при неоднократном рассеянии на тот же суммарный угол рассеяния θ_s (см. § 10.2). Соотношение компонентов многократно рассеянного и однократно рассеянного излучения различно для разных условий задачи. Так, с увеличением атомного номера вещества рассеивателя Z вклад в общую характеристику поля низкоэнергетической компоненты уменьшается из-за увеличения сечения фотоэффекта пропорционально $Z^{4 \div 5}$ по сравнению с увеличением сечения комптоновского рассеяния пропорционально Z.

Особо ярко роль однократно рассеянных фотонов проявляется в области низких энергий источников в связи с большой вероятностью фотоэлектрического поглощения в этой области энергий. Например, дифференциальное числовое альбедо тонкого луча для полубесконечного отражателя из железа при $\theta_0 = \theta = 0°$ для $E_0 = 0{,}02$ МэВ на 94% определяется однократно рассеянными фотонами и лишь 6% приходится на фотоны источника, испытавшие более одного рассеяния.

Анализ данных показывает, что учет связи электронов в атоме необходимо учитывать, если атомный формфактор $F(E_0, \theta_s, Z) \gtrsim \sqrt{Z/2}$, где Z — атомный номер материала отражателя. Если $F(E_0, \theta_s, Z) = \sqrt{Z/2}$, то комптоновская модель дает результат, заниженный на 30—50%.

Нижняя граница энергии многократно рассеянных фотонов (пороговая энергия $E_{\text{пор}}$) определяется конкуренцией фотоэффекта и комптоновского рассеяния. Анализ расчетных данных показывает, что $E_{\text{пор}}$ можно принять примерно равной: для воды 0,03 МэВ, для алюминия 0,05 МэВ, для железа 0,08 МэВ, для свинца 0,2 МэВ.

Для рентгеновского излучения, обладающего начальной энергией, сравнимой с приведенными выше $E_{\text{пор}}$, нижняя граница энергетического распределения рассеянных фотонов определяется моделью двукратного рассеяния, при этом

$$E_{\text{пор}} = E_{s2} = \frac{E_0}{1 + \dfrac{4E_0}{m_0 c^2}}.$$

Как и в задаче учета вторичного излучения при прохождении фотонов через вещество (см. § 10.1), рассмотрим роль вторичного излучения на примере интегральных энергетических характеристик альбедо при нормальном падении на отражатель фотонов плоских мононаправленных моноэнергетических источников, выделяя две группы энергий источников E_0: а) $E_0 > 2$ МэВ, где вторичное излучение определяется тормозным и аннигиляционным излучением; б) $E_0 < 0{,}5$ МэВ, где важным становится флуоресцентное излучение.

Рассмотрим вклад тормозного и аннигиляционного излучения ($E_0 > 2$ МэВ).

Однократно обратно рассеянный фотон при нормальном падении на барьер должен быть рассеян на угол не меньше 90° ($\cos\theta_s = 0$). Поэтому энергия таких фотонов не должна превышать энергию $E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$, соответствующую энергии фотонов источника E_0, рассеянных на угол $\theta_s = 90°$. Таким образом, на рис. 13.5 $E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$ соответствует правым «концам» спектров, приведенных без учета вторичного излучения. При изменении энергии источника E_0 от 4 до 8 МэВ (рис. 13.5) энергия, соответствующая $E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$, изменяется от 0,453 до 0,480 МэВ.

При энергиях, бóльших $E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$, отраженных фотонов источника практически нет. Исключение составляет лишь небольшое количество фотонов с энергией больше $E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$, которые, как отмечалось выше, образуются за счет неоднократного рассеяния на тот же суммарный угол рассеяния. В области энергий $E > E_{s1}(E_0, \theta_s = 90°)$ поле определяют фотоны вторичного излучения, а в области энергий $E > 0{,}511$ МэВ, где отсутствует аннигиляционное излучение, поле определяется тормозным излучением.

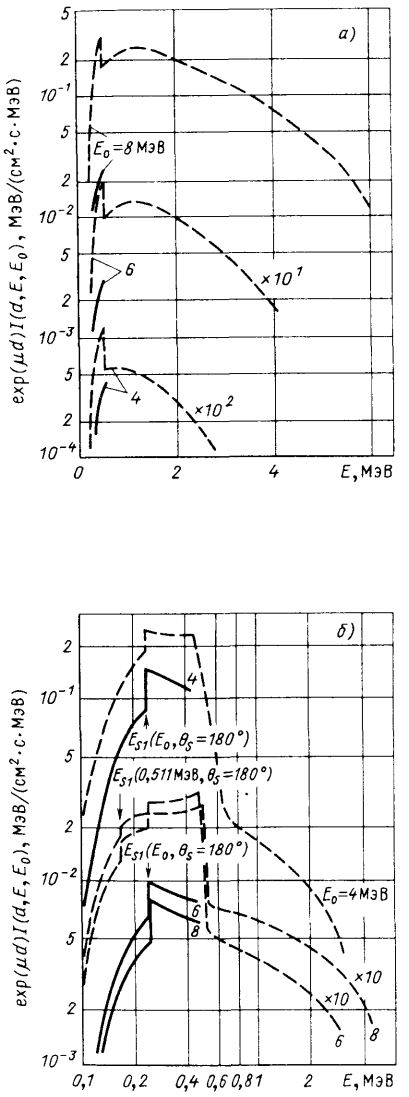


Рис. 13.5. Энергетическое распределение отраженного фотонного излучения для плоских мононаправленных моноэнергетических источников различных энергий E_0 при нормальном падении излучения на барьеры толщиной 10 д. с. п. из свинца (*а*), железа (*б*): ——— — спектр без учета вторичного излучения; – – – – – — спектр с учетом аннигиляционного и тормозного излучения. По оси ординат отложен поток энергии, умноженный на кратность ослабления нерассеянного излучения источника в барьере

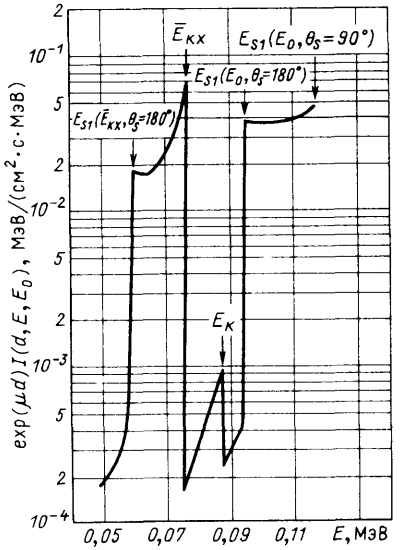


Рис. 13.6. Энергетическое распределение отраженного фотонного излучения для плоского мононаправленного источника с энергией $E_0 = 0{,}150$ МэВ при нормальном падении излучения на барьеры из свинца толщиной 10 д. с. п. По оси ординат отложен поток энергии, умноженный на кратность ослабления нерассеянного излучения источника в барьере

Учет тормозного излучения ведет в целом к ужестчению спектра отраженного излучения.

Энергетические распределения в разных средах различаются. В свинце при энергии $E \approx 1$ МэВ имеется пик, обусловленный формой энергетического спектра образуемого тормозного излу-

чения и сильным поглощением низкоэнергетических фотонов в свинце. В железе и воде при $E>0{,}511$ МэВ наблюдается спадающая с ростом энергии форма спектра.

При энергиях $E\leqslant 0{,}511$ МэВ для источников с $E_0\geqslant 3\div 4$ МэВ определяющим вторичное излучение является аннигиляционное излучение.

При $E_0<0{,}5$ МэВ вторичное «отраженное» излучение для тяжелых сред определяется флуоресцентным излучением. Рассмотрим формирование энергетического распределения на примере источника фотонов с $E_0=0{,}150$ МэВ, падающих на свинец (рис. 13.6). Правый «конец» спектра определяется энергией, соответствующей $E_{s1}(E_0, \theta_s=90^\circ)$. Отраженный спектр между $E_{s1}(E_0, \theta_s=90^\circ)$ и $E_{s1}(E_0, \theta_s=180^\circ)$ определяется в основном однократно рассеянным излучением источника, что подтверждается резким спадом плотности потока энергии при $E_{s1}(E_0, \theta_s=180^\circ)$. При уменьшении энергии наблюдается пик, соответствующий энергии K-скачка E_K. При энергии $\bar{E}_{KX}$ наблюдается пик флуоресцентного излучения. Резкий спад спектра при $E_{s1}(\bar{E}_{KX}, \theta_s=180^\circ)$ подтверждает, что в флуоресцентной области от $\bar{E}_{KX}$ до энергии, соответствующей $E_{s1}(\bar{E}_{KX}, \theta_s=180^\circ)$, в рассеянном излучении преобладает в значительной степени однократно рассеянное флуоресцентное излучение.

Вклад тормозного излучения возрастает с увеличением энергии источника и угла отражения θ. Например, при нормальном падении дифференциальное числовое альбедо от свинца за счет тормозного излучения для $\theta=0^\circ$ при $E_0=3$ МэВ возрастает на 12%, при $E_0=10$ МэВ на 35%, а для $\theta=75^\circ$ уже на 23 и 50% соответственно. Роль аннигиляционного и флуоресцентного излучения можно оценить из рис. 13.9.

Зависимость от угла падения. С увеличением угла падения θ_0 для любого фиксированного направления отражения возрастает дифференциальное альбедо (рис. 13.7). Это объясняется двумя факторами: 1) с увеличением θ_0 уменьшается расстояние от места рассеяния до отражающей поверхности примерно пропорционально $\cos\theta_0$, т. е. уменьшается путь, проходимый рассеянным излучением до выхода из рассеивателя; 2) с увеличением θ_0 для данного θ уменьшается θ_s и, следовательно, возрастают вероятность комптоновского рассеяния (исключая область низких энергий) и энергия рассеянных фотонов. Это также увеличивает вероятность того, что фотон достигнет поверхности отражателя, не поглотившись. Эта же зависимость характерна и для интегральных характеристик альбедо.

Зависимость от углов отражения. Характер угловой зависимости обратно рассеянного излучения определяется конкуренцией двух процессов. С одной стороны, для данного θ_0

Рис. 13.7. Зависимость дифференциального дозового альбедо фотонного излучения тонкого луча с энергией $E_0=0{,}28$ МэВ для полубесконечного рассеивателя из алюминия от угла падения для различных углов отражения →

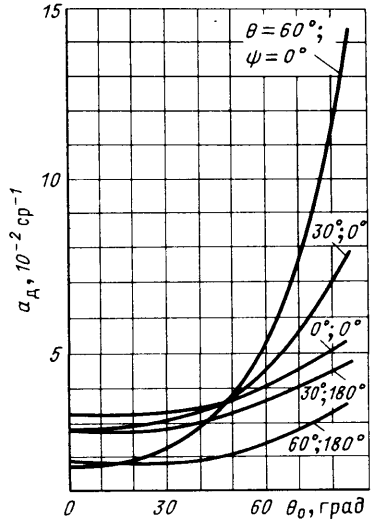
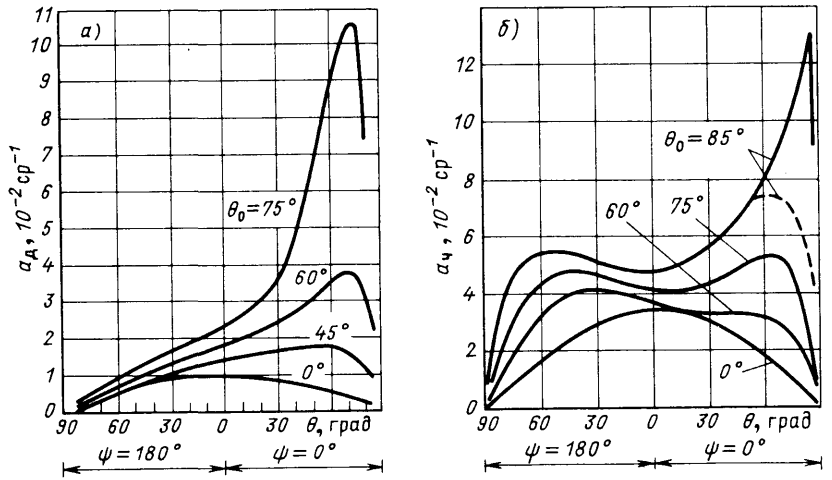


Рис. 13.8. Зависимость дифференциального альбедо фотонного излучения тонкого луча с энергией 1,25 МэВ (*а*) и 0,06 МэВ (*б*) для полубесконечного рассеивателя из воды (*а*) и бетона (*б*) от углов отражения для разных углов падения; – – – – – данные без учета связи электронов в атоме



вероятность рассеяния и энергия рассеянных фотонов возрастают с уменьшением θ_s, с другой стороны, при этом возрастает путь, проходимый рассеянным излучением в веществе, и, следовательно, вероятность поглощения, которое тем больше, чем больше атомный номер материала рассеивателя. Поэтому угловое распределение обратно рассеянного излучения носит анизотропный характер (рис. 13.8).

При нормальном падении фотонного излучения мононаправленных источников на полубесконечный рассеиватель количество обратно рассеянного излучения монотонно убывает с

увеличением полярного угла отражения по закону, близкому к $\cos\theta$. При существенном вкладе аннигиляционных фотонов в полное альбедо форма углового распределения определяется суперпозицией угловых распределений комптоновского и аннигиляционного излучений.

Отметим наличие полого максимума при $\theta_0 > 0°$ и низких энергиях фотонов источника в области углов θ при $\psi = 180°$ (рис. 13.8, *б*). Он обусловлен возрастанием вероятности рассеяния в этой области энергий с увеличением угла θ_s от 90 до 180°, причем чем ниже энергия E_0, тем существеннее это возрастание. Очевидно, что при $E_0 \to 0$ обе ветви кривых на рис. 13.8, *б* стремились бы к симметричным при $\theta_0 \approx 90°$. Напомним, что доминирующую роль в формировании отраженного излучения в этом диапазоне энергий источника имеют однократно рассеянные фотоны. Однако влияние связи электронов в атоме существенно искажает рассмотренную картину. Острый пик при $\theta_0 = 85°$ на скользящих углах падения формируется когерентным рассеянием на малые углы. Анализ данных расчетов позволяет указать область энергий, где необходимо учитывать когерентное рассеяние. Этот эффект, например, для бетона существен при $E_0 \lesssim 60$ кэВ для $\theta_0 \gtrsim 80°$ и $\theta \gtrsim 60°$, а при $E_0 \lesssim 30$ кэВ для $\theta_0 \gtrsim 60°$ и $\theta > 15°$. Отмеченный эффект обычно оказывает значительно меньшее влияние на интегральные характеристики.

Зависимость от энергии излучения источника. В области средних энергий для малых и средних Z с увеличением энергии фотонного излучения источника наблюдается уменьшение альбедо (рис. 13.9). При низкой энергии за счет интенсивного фотоэффекта происходит уменьшение альбедо с уменьшением энергии фотонов источника. С увеличением энергии фотонного излучения выше порога эффекта образования пар вклад в поле отраженного излучения вносит аннигиляционное излучение; этот эффект становится заметным при $E_0 \gtrsim 2$ МэВ (рис. 13.9). Для тяжелых сред (свинец) определяющий вклад в области низких энергий в альбедо дает флуоресцентное излучение.

В энергетической зависимости $a = a(E_0)$ при $E_0 = E_K$ имеет место скачок. При уменьшении энергии источника E_0 значительно меньше E_K необходимо в расчетах учитывать связь электронов в атоме, рассматривая рассеяние как сумму когерентного рассеяния на атоме без изменения начальной энергии фотона и некогерентного рассеяния на связанных электронах. Это приводит к тому, что более тяжелые материалы (например, свинец) в этом диапазоне энергий (например, для $E_0 = 20$ кэВ) могут иметь бóльшие значения альбедо, чем более легкие среды (например, железо). Для этих энергий источника основным процессом рассеяния является когерентное рассеяние, сечение которого возрастает с уменьшением E_0 значительно быстрее,

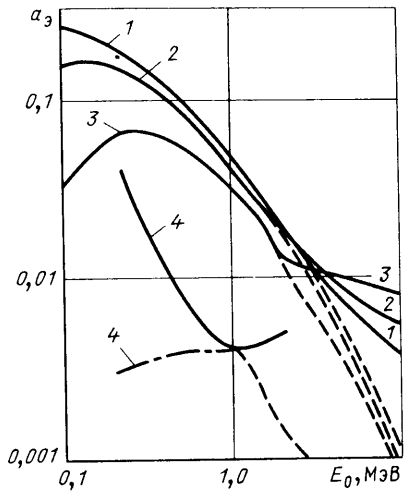


Рис. 13.9. Зависимость интегрального энергетического альбедо от E_0 для случая нормального падения тонкого луча фотонов на полубесконечный рассеиватель из воды (*1*), алюминия (*2*), железа (*3*) и свинца (*4*):
— — — — значения альбедо без учета аннигиляционного излучения; — · — · — без учета флуоресцентного излучения

чем комптоновское сечение рассеяния. Поэтому вероятность рассеяния для тяжелых веществ убывает с уменьшением E_0 медленнее.

Зависимость от атомного номера материала рассеивателя. Альбедо определяется рассеивающими и поглощающими свойствами среды. Чем больше отношение сечения рассеяния к сечению поглощения, тем больше альбедо. Для полубесконечной непоглощающей среды альбедо равно единице, а для абсолютно поглощающей среды — нулю. В диапазоне энергий $E_K < E_0 \lesssim 3$ МэВ наблюдается уменьшение дифференциального альбедо с увеличением Z вследствие возрастания фотоэлектрического поглощения рассеянных фотонов. Для $E_0 \gtrsim 3$ МэВ может наблюдаться рост альбедо с увеличением Z за счет аннигиляционных фотонов.

Зависимость от толщины отражателя. Большая часть обратно рассеянных фотонов отражается в сравнительно тонком поверхностном слое вещества. С увеличением толщины отражателя d альбедо монотонно растет по закону $[1 - \exp(-d/b)]$, где b — константа. Начиная примерно с 1,5—2 длин свободного пробега в направлении движения первичных фотонов, альбедо достигает постоянного предельного значения. Для данного угла падения первичного излучения θ_0 толщина предельного слоя, отсчитываемая по нормали к поверхности, связана с длиной свободного пробега фотонов источника в отражателе l соотношением $d_{\text{пред}} \approx (1{,}5 \div 2)\, l \cos\theta_0$.

Формы представления характеристик альбедо. Имеется большое количество работ, посвященных изучению дифференциальных и интегральных характеристик альбедо. Проведены эксперименты и рассчитаны методом Монте-Карло дифференциальные характеристики альбедо a_c, $a_ч$, $a_э$, $a_д$ тонкого луча с энергией излучения источника E_0 от 0,02 до 10 МэВ для основных материалов рассеивателей: воды, алюминия, железа и свинца. Рассмотрены углы падения θ_0 и углы отражения θ, равные 0, 15, 30, 45, 60, 75 и 85° для ψ, равных 0 и 180°. Информация для других углов ψ может

быть получена при помощи метода экономии исследований (см. ниже).

Интегральные характеристики альбедо могут быть рассчитаны исходя из данных о дифференциальных характеристиках по формулам, подобным формуле (13.5).

Обилие получаемой информации при изучении обратного рассеяния заставило исследователей усиленно искать пути обобщения и сжатого представления результатов исследований. Рассмотрим результаты наиболее интересных исследований в этом направлении для полубесконечных отражателей.

Полуэмпирическая формула. Предположив, что все отраженное излучение можно представить в виде двух частей: 1) которое «помнит» свое первоначальное направление и ведет себя по законам однократного рассеяния и 2) которое «забыло» свое первоначальное направление и имеет изотропное распределение, получили формулу для дифференциального дозового альбедо от полубесконечного рассеивателя из бетона. Позднее формула была распространена на числовые и энергетические характеристики альбедо, а также на рассеиватели из других материалов.

Рассмотрим вывод этой формулы на примере энергетических характеристик альбедо.

Компоненту дифференциального токового энергетического альбедо однократно рассеянных фотонов плоского мононаправленного источника можно рассчитать, интегрируя по всей глубине полубесконечного отражателя вклад однократно рассеянных фотонов на глубине y от поверхности отражателя:

$$a_{э}^{одн}(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{I_{отр}}{I_{пад}} = \frac{I_0 S_0 \cos\theta_0 n_э K_э(\theta_s) \sec\theta_0}{I_0 S_0 \cos\theta_0} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp\left[-(\mu_0 y \sec\theta_0 + \mu_{s1} y_0 \sec\theta)\right] dy =$$

$$= \frac{n_э K_э(\theta_s)}{\mu_0 + \mu_{s1}\cos\theta_0/\cos\theta} = \frac{n_э K_э(\theta_s)}{\mu_0\left[1 + (\mu_{s1}/\mu_0)(\cos\theta_0/\cos\theta)\right]}, \qquad (13.11)$$

где I_0 — мощность пучка первичных фотонов, отнесенная к единичной площади; S_0 — выделенная на поверхности отражателя площадка, через которую отражаются фотоны; $n_э$ — число электронов в единице объема материала рассеивателя; $K_э(\theta_s)$ — дифференциальное сечение рассеяния энергии на свободном электроне для угла рассеяния θ_s, определяемого из соотношения $\cos\theta_s = \sin\theta_0 \sin\theta \cos\psi - \cos\theta_0 \cos\theta$; μ_0, μ_{s1} — макроскопические коэффициенты ослабления первичных и однократно рассеянных фотонов соответственно; $dy\sec\theta_0$ — высота элементарного объема рассеяния вдоль пути фотона.

Предполагая равенство коэффициентов ослабления нерассеянных и рассеянных фотонов, запишем компонент (13.11) в виде

$$a_{э}^{одн}(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{C_э K_э(\theta_s) \cdot 10^{26}}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)}, \qquad (13.12)$$

где коэффициент $C_э$ зависит от энергии фотонов источника и материала отражателя. Представив вклад многократно рассеянного излучения в дифференциальное альбедо в форме, соответствующей односкоростному случаю с изотропным рассеянием, и сохранив функциональную зависимость от углов, подобную однократному рассеянию, получим выражение для компонента многократно рассеянного излучения:

$$a_{э}^{мн}(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{C'_э}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)}. \qquad (13.13)$$

Таким образом, полуэмпирическая формула для расчета дифференциального энергетического альбедо имеет вид

$$a_{э}(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{C_э K_э(\theta_s)\, 10^{26} + C'_э}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)}. \qquad (13.14)$$

Для $a_ч$ и $a_д$ она имеет вид

$$a_{ч(д)}(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{\left[C_{ч(д)} K_э(\theta_s)\, 10^{26} + C'_{ч(д)}\right]}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)}. \qquad (13.15)$$

Коэффициенты $C_ч$, $C'_ч$, $C_э$, $C'_э$, $C_д$, $C'_д$ в формулах (13.14) и (13.15), зависящие только от энергии фотонов источника и материала отражателя, табулированы. Принятые допущения обусловливают значительные погрешности при использовании этих формул для расчетов, причем они увеличиваются с увеличением энергии излучения. В отдельных случаях для больших углов отражения погрешности могут достигать 300%.

Улучшенная полуэмпирическая формула. В ней более корректно учтены зависимость коэффициента ослабления излучения от энергии и многократно рассеянное излучение в отражателе. В формуле были учтены следующие соображения.

1. Для многих рассеивателей (по крайней мере с малыми и средними Z) в широком диапазоне энергий полное сечение следует закону $E^{-1/2}$. Тогда можно заменить соотношение μ_{s1}/μ_0 в знаменателе формулы (13.11) на $\sqrt{E_0/E_{s1}}$:

$$\mu_{s1}/\mu_0 = \sqrt{E_0/E_{s1}} = \sqrt{1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)}, \qquad (13.16)$$

где $\alpha_0 = E_0/m_0c^2$; m_0c^2 — энергия покоя · электрона.

2. Вклад многократно рассеянного излучения в дифференциальное альбедо в односкоростном случае с изотропным рассеянием достаточно корректно описан С. Чандрасекаром:

$$a^{\text{мн}}(E_0, \theta_0; \theta) = \frac{p\,[h_p(\cos\theta_0)\,h_p(\cos\theta) - 1]}{4\pi\,[1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)]}, \qquad (13.17)$$

где p — отношение сечения рассеяния к полному сечению; $h_p(\cos\theta_0)$ и $h_p(\cos\theta)$ — функция Чандрасекара, $h_p(\cos\theta) = (0{,}5773 + \cos\theta)/(0{,}5773 + \cos\theta\sqrt{1-p})$.

3. При $E_0 \gtrsim 2$ МэВ становится существенным вклад аннигиляционного излучения. Компонент нерассеянного в отражателе аннигиляционного излучения рассчитывают по формуле

$$a_{\text{э}}^{\text{анн}}(E_0, \theta_0; \theta) = \frac{\mu_{\text{п}}(E_0)}{2\pi\mu_0(E_0)}\left(1 + \frac{\mu_0(0{,}511\ \text{МэВ})}{\mu_0(E_0)}\,\frac{\cos\theta_0}{\cos\theta}\right)^{-1}, \qquad (13.18)$$

где $\mu_{\text{п}}(E_0)$, $\mu_0(E_0)$ — сечение образования пар и полное сечение взаимодействия соответственно.

Окончательно улучшенная формула для дифференциального токового альбедо точечного мононаправленного источника фотонов с энергией E_0, падающих под углом θ_0 к поверхности полубесконечного отражателя и детектируемых в направлении, определяемом углами θ и ψ, имеет вид

$$a_i(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{A_i K_j(E_0; \theta_s)\cdot 10^{26} + B_i\,[(h_p(\cos\theta_0)\,h_p(\cos\theta) - 1] + C_i}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)\sqrt{1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)}}, \qquad (13.19)$$

где i = ч, э, д — числовые, энергетические и дозовые характеристики альбедо соответственно; A_i, B_i, C_i — табулированные коэффициенты, зависящие от энергии фотонов источника E_0 и материала отражателя (в приводимых в справочной литературе этих коэффициентах для $E_0 = 0{,}06 \div 10$ МэВ не учтено тормозное и флуоресцентное излучение); $K_j(E_0; \theta_s)$ — дифференциальное сечение комптоновского рассеяния на свободном электроне Клейна — Нишины — Тамма для числа фотонов $K_{\text{ч}}(E_0; \theta_s)$ при расчете дифференциального числового альбедо $a_{\text{ч}}$ или для энергии фотонов $K_{\text{э}}(E_0; \theta_s)$ при расчете $a_{\text{э}}$ и $a_{\text{д}}$; θ_s — угол рассеяния фотона; $K_{\text{ч}}(E_0; \theta_s) = (r_0^2/2)\,[1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)]^{-2} \times \{1 + \cos^2\theta_s + [\alpha_0(1 - \cos\theta_s)]^2\,[1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)]^{-1}\}$, см^2/электрон на единичный телесный угол; $K_{\text{э}}(E_0; \theta_s) = (r_0^2/2) \times [1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)]^{-3}\,\{1 + \cos^2\theta_s + [\alpha_0(1 - \cos\theta_s)]^2\,[1 + \alpha_0 \times (1 - \cos\theta_s)]^{-1}\}$, см^2/электрон на единичный телесный угол; r_0 — классический радиус электрона ($r_0^2 = 7{,}9 \cdot 10^{-26}$ см^2); $h_p(\cos\theta)$ — функция Чандрасекара, параметр p может быть принят постоянным и равным 0,6 для всех рассмотренных энергий $E_0 = 0{,}06 \div 10$ МэВ и всех материалов отражателей. Значения A_i, B_i определены методом наименьших квадратов с использованием итерационной взвешенной модели; $C_{\text{ч}} = \mu_{\text{п}}(E_0)/[2\pi\mu_0(E_0)]$; $C_{\text{э}} = 0{,}511\ C_{\text{ч}}/E_0$; $C_{\text{д}} = [\mu_{en}(E = 0{,}511\ \text{МэВ})/\mu_{en}(E_0)]\,C_{\text{э}}$, где $\mu_{en}(E)$ — коэффициенты поглощения энергии фотонного излучения в воздухе.

Первый член формулы (13.19) описывает однократно рассеянное в отражателе излучение, второй член — составляющую многократно рассеянного излучения, третий — составляющую нерассеянного аннигиляционного излучения. При записи формулы (13.19) предполагалось, что в формулу (13.17) в знаменателе за выражением $\cos\theta_0/\cos\theta$ введено сомножителем соотношение (13.16). Такое уточнение введено для корректировки того факта, что рассеянный фотон проходит через материал отражателя с бóльшим коэффициентом ослабления, чем первичный (при $E_0 \leqslant E_{\text{мин}}$). Погрешность описания характеристик дифференциального альбедо формулой (13.19) для рассмотренного диапазона энергий фотонов источника невелика: максимальная не превышает примерно 30%, в большинстве случаев она гораздо меньше.

В области низких энергий источников ($E_0 = 20 \div 100$ кэВ) подобно формуле (13.19) можно предложить формулу, модифицированную в соответствии со спецификой низких энергий:

$$a_i(E_0, \theta_0; \theta, \psi) = \frac{A_i \tilde{K}_j(E_0; \theta_s)\cdot 10^{26} + B_i\,[h_p(\cos\theta_0)\,h_p(\cos\theta) - 1]}{1 + (\cos\theta_0/\cos\theta)\sqrt{1 + \alpha_0(1 - \cos\theta_s)}}, \qquad (13.20)$$

где $\tilde{K}_j$ — модифицированное сечение рассеяния, $\tilde{K}_j = K_j(1 + \Phi/\overline{Z})$;

$$\Phi = \overline{Z^2}\exp\,[-\alpha_1 q\,\eta\,(q_0 - q) - (\alpha_2 q + \beta)\,\eta\,(q - q_0)]; \qquad (13.21)$$

$\overline{Z}$ и $\overline{Z^2}$ — средние значения атомного номера и его квадрата для веществ сложного состава; $q = 41{,}2\,\frac{E_0}{m_0c^2}\sin\frac{\theta_s}{2}$; $\eta(y) = 1$ при $y > 0$ и $\eta(y) = 0$ при $y \leqslant 0$. Табулированные коэффициенты q_0, α_1, α_2, β зависят только от материала среды; A_i, B_i зависят от энергии фотонов и материала отражателя.

Для определения вклада флуоресцентного излучения, который выше энергии K-скачка и вблизи него примерно на два порядка превосходит вклады от рассеяния, к формуле (13.20) надо добавить полуэмпирический член.

Метод экономии исследований. При косом падении излучения для получения полной информации о поле отраженного излучения необходимо проводить измерения для углов ψ во всем диапазоне (0 — 180°).

Метод экономии исследований позволяет по известной информации о дифференциальном дозовом альбедо для θ_0, θ в плоскости $\psi = 0$ или 180° (плоскость, проходящая через падающий луч, и нормаль к поверхности в точке падения луча на плоскость) рассчитывать дифференциальное альбедо от полубесконечных рассеивателей для любых углов отражения θ, ψ. Иными словами, в этом методе показано, что произвольному набору углов (θ_0, θ, ψ) всегда соответствует такой набор углов

$(\theta_0', \theta', \psi' = 0$ или $180^\circ)$, для которых дифференциальные альбедо совпадают, причем θ_0' и θ' определяются по формулам

$$\cos\theta_0' = \cos\theta_0 \sqrt{1 + [\mathrm{tg}^2\theta \mathrm{tg}^2\theta_0 \sin^2\psi / (\mathrm{tg}^2\theta + 2\mathrm{tg}\theta_0 \mathrm{tg}\theta\cos\psi + \mathrm{tg}^2\theta_0)]}; \quad (13.22)$$

$$\cos\theta' = \cos\theta \sqrt{1 + [\mathrm{tg}^2\theta \mathrm{tg}^2\theta_0 \sin^2\psi / (\mathrm{tg}^2\theta + 2\mathrm{tg}\theta_0 \mathrm{tg}\theta\cos\psi + \mathrm{tg}^2\theta_0)]}. \quad (13.23)$$

Метод экономии исследований базируется на полуэмпирической формуле, однако он не ограничивается предпосылкой о независимости коэффициента ослабления фотонов от энергии. Развитый для дозовых характеристик этот метод применим и для других дифференциальных характеристик альбедо с погрешностью примерно до 15% для $a_ч$, $a_э$ и $a_д$ и с погрешностью примерно не более 25% внутри отдельного энергетического интервала для a_c.

Представление спектральных альбедо в двухгрупповом или четырехгрупповом приближении. При решении различных задач на ЭВМ с использованием данных по дифференциальным характеристикам альбедо тонкого луча ввод в память ЭВМ большого объема информации по энергетическо-угловым распределениям обратно рассеянного излучения может встретить трудности. Поэтому может оказаться полезным приближенное представление энергетического распределения отраженного излучения в виде двух групп: однократно рассеянного излучения с энергией E_{s1}, соответствующей энергии однократно рассеянных фотонов, и многократно рассеянного излучения, распределенного по числу фотонов равномерно во всем интервале энергий — от минимальной в энергетическом распределении (пороговой энергии $E_{пор}$) до энергии вблизи E_{s1} (рис. 13.10).

Число однократно $N_{одн}$ и многократно $N_{мн}$ рассеянных фотонов в этих группах можно определить из уравнений

$$N_{одн} + N_{мн} = a_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi); \quad (13.24)$$

$$N_{одн}E_{s1} + N_{мн}(E_{пор} + E_{s1})/2 = E_0 a_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi). \quad (13.25)$$

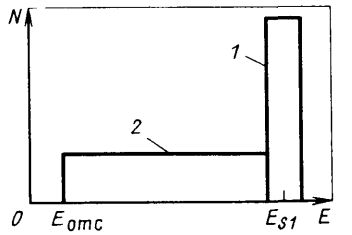
Решая эту систему уравнений, легко получить

$$N_{одн} = [2E_0 a_э(E_0, \theta_0; \theta, \varphi) - (E_{s1} + E_{пор}) a_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi)]/(E_{s1} - E_{пор}); \quad (13.26)$$

$$N_{мн} = 2[E_{s1} a_ч(E_0, \theta_0; \theta, \varphi) - E_0 a_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi)]/(E_{s1} - E_{пор}). \quad (13.27)$$

Хотя подобная методика — оценочная, она позволяет получать отношение $N_{одн}/N_{мн}$ с погрешностью не более 20% (для $N_{одн}$ и $N_{мн}$ она меньше). Однако точность аппроксимации спектра отраженного излучения двумя группами не всегда бывает достаточно корректной. Особенно это относится к

Рис. 13.10. К модели двухгруппового расчета энергетического распределения обратно рассеянного излучения:
1 — однократно; *2* — многократно рассеянное излучение



области высоких энергий, где подобная методика не описывает пика, обусловленного аннигиляционными фотонами. В этом случае обратно рассеянное излучение, обусловленное аннигиляционными фотонами, можно представить также в виде двух групп: 1) нерассеянного излучения, выходящего из среды с энергией $E_{0,a} = 0{,}551$ МэВ, и 2) рассеянного излучения, распределенного равномерно в энергетическом диапазоне от минимальной энергии в энергетическом распределении $E_{пор}$ до энергии вблизи $E_{0,a} = 0{,}511$ МэВ. Обозначим число фотонов, содержащихся в этих группах, $N^{ан}_{нерас}$ и $N^{ан}_{рас}$. Для определения спектра отраженного излучения запишем систему уравнений

$$N_{одн} + N_{мн} = a'_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi); \quad (13.28)$$

$$N_{одн}E_{s1} + N_{мн}(E_{пор} + E_{s1})/2 = E_0 a'_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi); \quad (13.29)$$

$$N^{ан}_{нерас} + N^{ан}_{рас} = a_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi) - a'_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi); \quad (13.30)$$

$$N^{ан}_{нерас} \cdot 0{,}511 + N^{ан}_{рас}(E_{пор} + 0{,}511)/2 = E_0[a_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi) - a'_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi)], \quad (13.31)$$

где $N_{одн}$ и $N_{мн}$ — число однократно и многократно рассеянных фотонов без учета аннигиляционного излучения; $a'_ч(E_0, \theta_0; \theta, \psi)$, $a'_э(E_0, \theta_0; \theta, \psi)$ — дифференциальное числовое и энергетическое альбедо соответственно без учета аннигиляционных фотонов.

Хорошее согласие расчетных данных, полученных в четырехгрупповом приближении и методом Монте-Карло, подтверждает возможность использования предложенной методики для оценок спектра отраженного излучения.

Заметим, что рассмотренные групповые приближения достаточно корректны, если можно пренебречь вкладом в альбедо вторичного тормозного и флуоресцентного излучения.

§ 13.3. Альбедо нейтронов

Энергетическое распределение, как и для источников фотонов, содержит два компонента, соответствующие однократному и многократному рассеянию нейтронов в данный телесный угол (рис. 13.11).

Возможность потерь энергии нейтроном через упругие и неупругие столкновения, зависимость потерь энергии от сорта

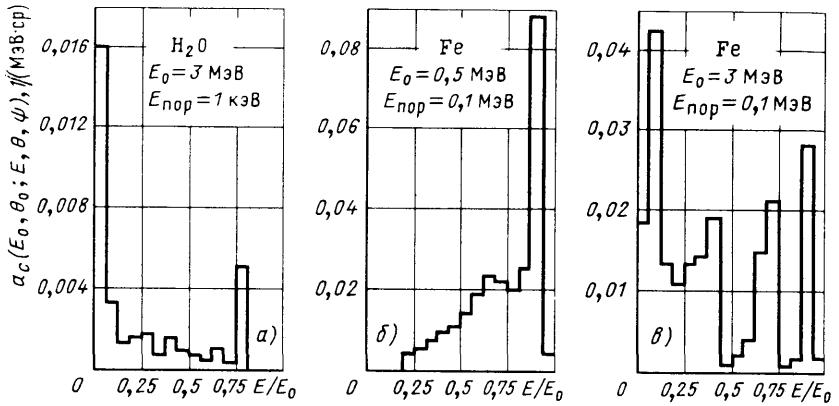


Рис. 13.11. Дифференциальное спектральное альбедо тонкого луча быстрых нейтронов с энергией E_0, падающих под углом $\theta_0=0^\circ$ на полубесконечные рассеиватели из различных материалов для угла отражения $\theta=0^\circ$ (расчет методом Монте-Карло)

ядра и энергии нейтрона значительно усложняют форму энергетического распределения рассеянных нейтронов и не позволяют описать его так просто, как это было сделано для обратно рассеянных фотонов.

Зависимость от угла падения. Во всем диапазоне энергий источника интегральное токовое альбедо тепловых, промежуточных и быстрых нейтронов, как и для источников фотонов, увеличивается с увеличением угла падения θ_0. Зависимость дифференциальных числовых токовых альбедо нейтронов от угла θ_0 не всегда такая простая: при некоторых значениях углов θ и ψ наблюдается рост альбедо или прохождение функции через максимум. Объясняется эта закономерность соотношением однократно и многократно рассеянных в отражателе нейтронов, выходящих из рассеивателя в фиксированном направлении.

Зависимость от углов отражения. Характер углового распределения обратно рассеянных нейтронов в значительной степени определяется энергией нейтронов источника. Для источников быстрых нейтронов при $\theta_0=0^\circ$ наблюдается зависимость токовых дифференциальных альбедо от угла θ, близкая к косинусоидальной. С возрастанием угла θ_0 зависимость от угла θ отклоняется от косинусоидальной, и при $\theta_0 \gtrsim 45^\circ$ это отклонение становится особо существенным. При этом наблюдается значительная зависимость альбедо от азимутального угла ψ. Особенно важна азимутальная зависимость при скользящем падении нейтронов и больших углах θ. С уменьшением энергии нейтронов источника азимутальная зависимость становится более слабой.

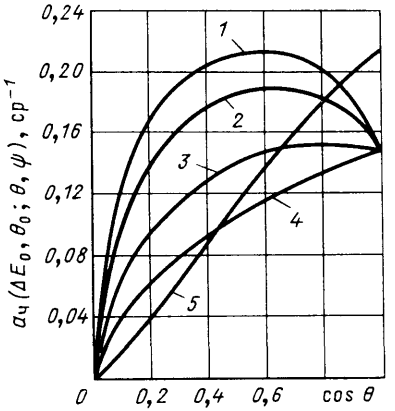


Рис. 13.12. Зависимость дифференциального числового альбедо (без учета подкадмиевых нейтронов) от $\cos\theta$ для плоского мононаправленного источника нейтронов с энергией $\Delta E_0=1{,}2\div4{,}2$ кэВ, падающего под углами $\theta_0=85^\circ$ (*1*—*4*) и $\theta_0=0^\circ$ (*5*) на полубесконечный рассеиватель из армированного железом бетона: *1* — $\psi=15^\circ$; *2* — $\psi=45^\circ$; *3* — $\psi=85^\circ$; *4* — $\psi=165^\circ$

Характер углового распределения обратно рассеянных нейтронов для источников промежуточной и тепловой энергии существенно отличается от угловых распределений отраженных нейтронов для источников быстрых нейтронов. В этой области энергий для большинства используемых в радиационной защите материалов, исключая водородсодержащие, угловое распределение нейтронов, испытавших элементарный акт упругого рассеяния, близко к изотропному в лабораторной системе координат. Это обстоятельство приводит к тому, что в угловом распределении отраженных нейтронов практически отсутствует зависимость от азимутального угла ψ и независимо от угла падения нейтронов на барьер максимум в токовом распределении числа отраженных нейтронов наблюдается для значений угла $\theta=0^\circ$.

Наличие в рассеивателе водорода, дифференциальное сечение упругого рассеяния которого обладает значительной анизотропией в лабораторной системе координат, приводит к существенному изменению углового распределения обратно рассеянных нейтронов (рис. 13.12). Как видно из рисунка, для случая нормального падения нейтронов угловое распределение практически пропорционально $\cos\theta$. При больших θ_0 наблюдаются сильное отклонение от косинусоидального закона и значительная зависимость дифференциальных характеристик альбедо от азимутального угла ψ.

Зависимость от энергии нейтронов источника для дифференциального альбедо часто носит нерегулярный характер и в значительной степени определяется угловыми переменными θ_0, θ, ψ. Нерегулярности в этих зависимостях (например, на рис. 13.13) могут быть объяснены зависимостью сечений взаимодействия от энергии.

Зависимость от пороговой энергии детектирования. Для сред с малой атомной массой A число нейтронов, приходящихся на низкоэнергетическую часть спектра, весьма значительно, и следует ожидать зависимость $a_ч$ от пороговой энергии детектирования $E_{пор}$ (рис. 13.13). Например, для воды интегральное альбедо $a_ч$ может изменяться почти в 2 раза при

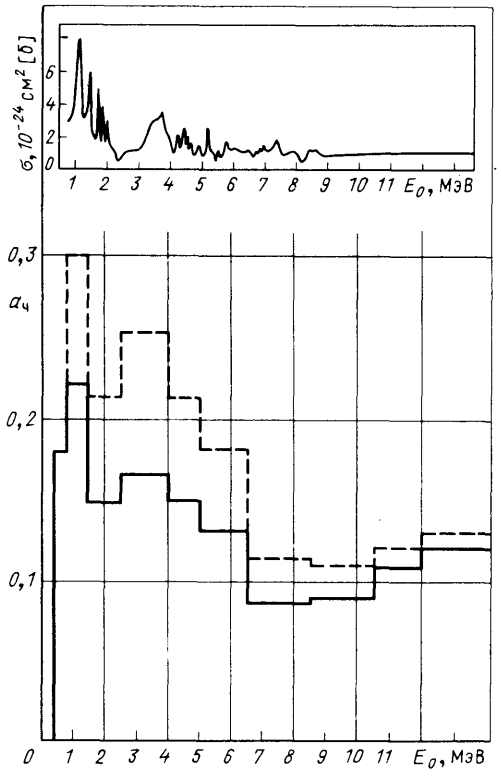


Рис. 13.13. Интегральное числовое токовое альбедо нейтронов источника с энергией ΔE_0 при нормальном падении нейтронов на полубесконечный отражатель из воды для пороговой энергии детектирования $E_{пор}=1$ кэВ (———) и $E_{пор}=0{,}5$ эВ (— — —). В верхней части рисунка — полные сечения взаимодействия для кислорода

изменении $E_{пор}$ от 0,1 МэВ до 0,5 эВ ($E_0=3$ МэВ; $\theta_0=0°$). Для железа при тех же условиях изменение альбедо не превышает 2,5%.

Для дозовых альбедо зависимость от пороговой энергии детектирования более слабая, поскольку нейтроны с энергиями меньше 1 кэВ перестают быть существенными для результатов расчетов.

Зависимость от толщины отражателя. Зависимость альбедных характеристик тепловых, промежуточных и быстрых нейтронов от толщины слоя рассеивателя имеет такой же характер, как и в случае фотонов, и значения дифференциальных и интегральных характеристик альбедо растут с увеличением толщины d рассеивателей (по направлению пучка излучения) примерно до двух длин свободного пробега нейтронов в материале отражателя по закону $[1-\exp(-d/b)]$, где b — константа. При дальнейшем увеличении d альбедо остается постоянным.

Бóльшая часть расчетной информации о характеристиках альбедо нейтронов получена методом Монте-Карло или методом дискретных ординат с использованием программ РОЗ.

Для описания дифференциальных характеристик альбедо нейтронов широко используются различные эмпирические и полуэмпирические формулы.

Для описания дифференциального токового дозового (по поглощенной дозе) и числового альбедо нейтронов с энергией, большей 1 эВ, от полубесконечных рассеивателей из воды, бетона и железа предложено использовать подобно улучшенной полуэмпирической формуле (13.19) для фотонов формулу вида

$$a_{ч(д)}(\Delta E_0,\ \theta_0;\ \theta,\ \psi)=\{A_{ч(д)}(\Delta E_0)\sum_{i=0}^{5}[b_i(\cos\theta_s)^i]+$$

$$+B_{ч(д)}(\Delta E_0)[h_p(\cos\theta_0)\,h_p(\cos\theta)-1]+$$

$$+C_{ч(д)}(\Delta E_0)(|\cos\theta_s|+\cos\theta_s)\}/[1+(\cos\theta_0/\cos\theta)\,D_{ч(д)}(\Delta E_0)], \quad (13.32)$$

где $A(\Delta E_0)$, $B(\Delta E_0)$, $C(\Delta E_0)$, $D(\Delta E_0)$ — табулированные коэффициенты, зависящие от энергии падающих нейтронов и материала отражателя; b_i — коэффициенты разложения индикатрисы рассеяния по степеням косинуса угла рассеяния; $p=0{,}6$. Последний член определяет компонент однократного рассеяния на водороде.

Для оценочных расчетов дифференциального дозового токового альбедо быстрых нейтронов от бетона, железа и грунта может оказаться удобной упрощенная формула

$$a_{д.п}(E_0,\ \theta_0;\ \theta)=a_{д.п}(E_0,\ \theta_0=\theta=0°)\cos^{-1/3}\theta_0\cos\theta, \quad (13.33)$$

Таблица 13.1. **Дозовое токовое альбедо быстрых нейтронов для нормального падения и отражения ($E_{пор}=10$ эВ)**

Материал	$a_{д.п}$ (E_0, $\theta_0=\theta=0°$) при энергии E_0, МэВ					
	0,1	0,25	0,5	1	2	3	5	14	Спектр деления
Бетон	0,0948	0,1027	0,1062	0,1323	0,1164	0,1030	0,0834	0,0552	0,1110
Сухой грунт	0,0967	0,0895	0,1002	0,1272	0,1103	0,0979	0,0784	0,0535	0,1050
Грунт с 50%-ным обогащением водой	0,0868	0,0957	0,0952	0,1209	0,1074	0,0926	0,0746	0,0533	0,1015
Грунт с 100%-ным обогащением водой	0,0778	0,0818	0,0839	0,1054	0,0891	0,0791	0,0644	0,0463	0,0868
Железо	0,1750	0,1752	0,1801	0,1182	0,1477	0,1508	0,1158	0,0802	0,1366

где $a_{д.п}(E_0, \theta_0=\theta=0°)$ — дифференциальное дозовое альбедо для нормального падения и отражения излучения (табл. 13.1).

Для нейтронов деления и всех рассмотренных сред $a_{д.п}(E_0, \theta_0=\theta=0°)$ может быть выражено в аналитическом виде:

$$a_{д.п}(E_0, \theta_0=\theta=0°)=0{,}435(\Sigma-\Sigma(H))/(\pi\Sigma), \qquad (13.34)$$

где Σ, $\Sigma(H)$ — полное макроскопическое сечение для спектра деления и макроскопическое сечение рассеяния для водорода, взвешенное по спектру деления.

Формула (13.33) имеет ограниченную область применения, так как при углах $\theta_0 \gtrsim 45°$, как отмечалось выше, косинусоидальная зависимость от угла θ заведомо не выполняется.

Для тепловых нейтронов в предположении изотропного рассеяния нейтронов характеристики альбедо можно записать в виде:

для дифференциального альбедо

$$a(E_т, \theta_0; \theta)=$$
$$=[\Sigma_s/(4\pi\Sigma)]\,[\cos\theta/(\cos\theta+\cos\theta_0)]\,h_p(\cos\theta_0)\,h_p(\cos\theta); \qquad (13.35)$$

для интегрального альбедо

$$a(E_т, \theta_0)=1-\sqrt{1-p}\,h_p(\cos\theta_0), \qquad (13.36)$$

где $p=\Sigma_s/\Sigma$ — отношение сечения рассеяния к полному сечению; $h_p(\cos\theta)$ — функция Чандрасекара.

§ 13.4. Квазиальбедо типа нейтрон — фотон

В характеристиках поля отраженного излучения необходимо учитывать вклад вторичного γ-излучения, сопровождающего радиационный захват и неупругое рассеяние нейтронов. Вторичное излучение часто дает основной вклад в характеристику поля излучения за защитой ядерно-технических установок. Знание характеристик квазиальбедо необходимо при решении ряда задач, например задач прогнозирования поля излучения в замкнутых объемах и многосекционных каналах в защите, задач корректного учета фонового излучения при интерпретации результатов ядерно-физических экспериментов и т. д.

Оценки показывают, что для легких водородсодержащих сред поглощенная доза «отраженного» вторичного γ-излучения

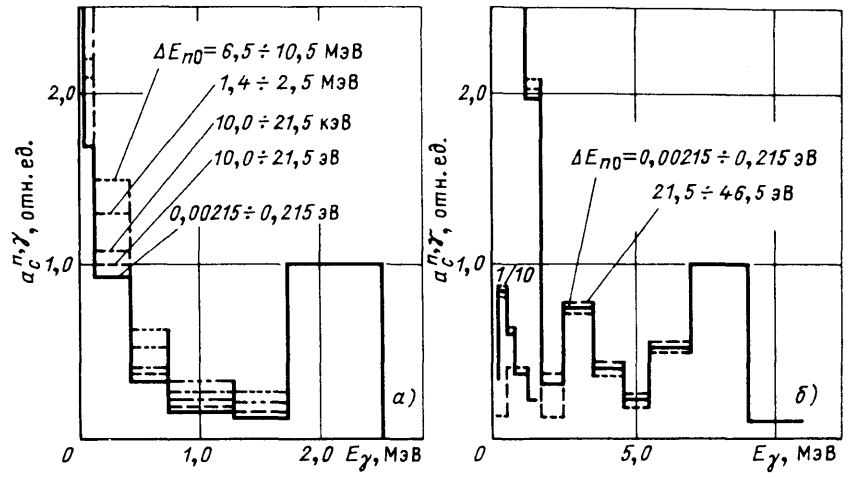


Рис. 13.14. Токовое интегральное спектральное квазиальбедо нейтронов различных энергетических групп ΔE_{n0}, нормально падающих ($\theta_0=0°$) на полубесконечные ($d=\infty$) отражатели из воды (*а*) и железа (*б*). Данные нормированы в интервалах энергий $\Delta E_\gamma=1{,}75\div2{,}5$ МэВ (*а*) и $7{,}0\div9{,}0$ МэВ (*б*). Для отражателя из железа показан спектр γ-излучения радиационного захвата нейтронов (— — — —), использовавшийся при расчетах

для нейтронов всех энергий составляет до 40—60% дозы отраженного нейтронного излучения, а для источников нейтронов низкой энергии и тяжелых материалов она может определять полную дозу отраженного излучения.

Анализ данных о квазиальбедо типа нейтрон — фотон позволяет отметить некоторые физические закономерности формирования поля «отраженного» вторичного γ-излучения.

1. Для всех тяжелых сред форма спектра квазиальбедо слабо зависит от энергии нейтронов (рис. 13.14) и угла падения их на отражатель и с невысокой погрешностью совпадает с формой спектра γ-излучения радиационного захвата нейтронов (или γ-излучения, сопутствующего неупругому рассеянию нейтронов).

2. Изотропность источников вторичного γ-излучения обусловливает азимутальную независимость дифференциальных характеристик квазиальбедо при любом θ_0, поэтому значения ψ в характеристиках квазиальбедо не указываются.

3. Квазиальбедо дает существенный или заметный вклад в дозу отраженного излучения для данной среды и энергии падающих нейтронов, если $\mu_{en}L \lesssim 1$, где L — длина диффузии $L_{диф}$ для тепловых нейтронов или длина замедления $L_{зам}$ для нейтронов других энергий; μ_{en} — линейный коэффициент поглощения энергии нерассеянных фотонов радиационного захвата для данного материала рассеивателя. Это условие выполняется

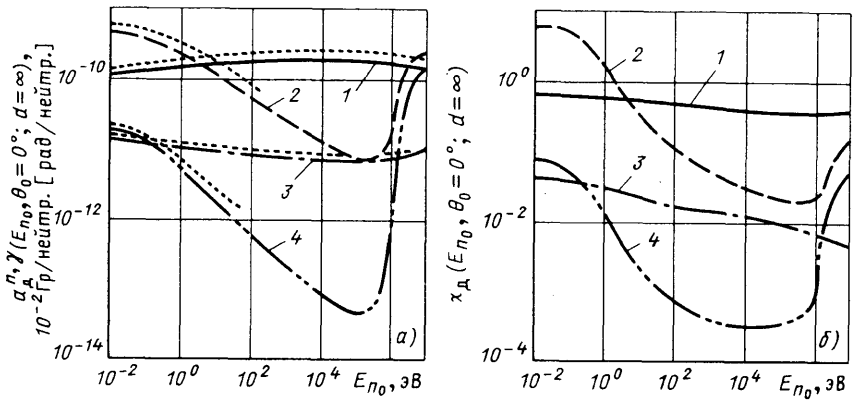


Рис. 13.15. Зависимость токового дозового интегрального квазиальбедо (*а*) и $\chi_д$ (*б*) от энергии нейтронов плоского мононаправленного источника, нормально падающих ($\theta_0=0°$) на рассеиватели ($d=\infty$) из воды (*1*), железа (*2*), графита (*3*) и свинца (*4*). Для сравнения приведены результаты вычислений по полуэмпирической модели для указанных сред (.....)

для легких водородсодержащих сред, таких, как вода, и для некоторых тяжелых сред (например, железа). Условие $\mu_{en}L \lesssim 1$ выполняется в случае воды для всех энергий нейтронов, а в случае железа — только для нейтронов низких энергий. К материалам, у которых $\mu_{en}L \gg 1$ и поэтому мало́ значение квазиальбедо, относятся также практически важные среды, как, например, графит и свинец.

Количественно отмеченные закономерности удобно выражать коэффициентом

$$\chi_д(E_{n0}, \theta_0, d) = a_д^{n,\gamma}(E_{n0}, \theta_0, d)/a_д(E_{n0}, \theta_0, d), \qquad (13.37)$$

представляющим собой отношение дозы, обусловленной полным «отраженным» вторичным излучением, к дозе, обусловленной полным потоком обратно рассеянных нейтронов (рис. 13.15).

4. Для всех тяжелых материалов и источников быстрых нейтронов квазиальбедо с погрешностью до нескольких процентов определяется γ-излучением, сопровождающим неупругое рассеяние нейтронов. В реальных спектрах реакторов, содержащих значительную долю низкоэнергетических нейтронов (не менее 10—20%), вкладом в квазиальбедо γ-излучения неупругого рассеяния нейтронов с погрешностью не более 20—30% обычно можно пренебречь (рис. 13.16). Исключение составляют тяжелые материалы с незначительным сечением радиационного захвата нейтронов, для которых квазиальбедо нейтронов спектров реакторов определяется γ-излучением, сопровождающим неупругое рассеяние нейтронов.

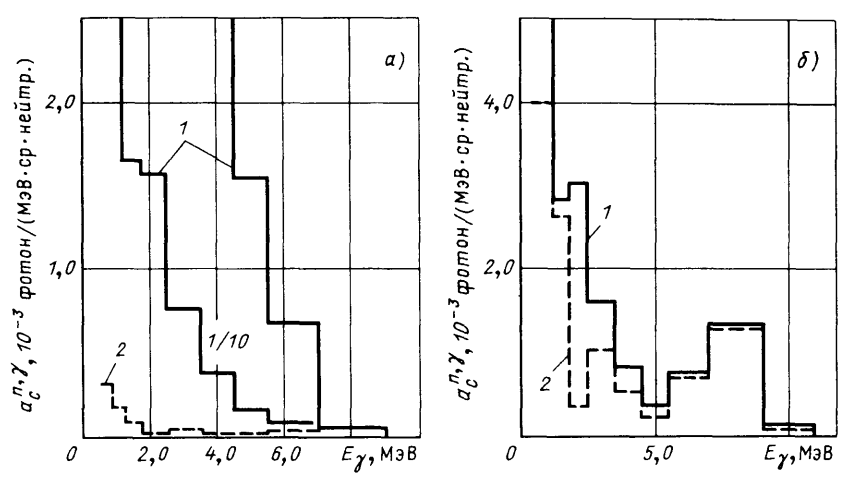


Рис. 13.16. Токовые дифференциальные спектральные квазиальбедо нейтронов с энергией $\Delta E_{n0}=6{,}5 \div 10{,}5$ МэВ (*а*) и нейтронов спектра реактора (*б*), нормально падающих на полубесконечный рассеиватель ($\theta_0=0°$, $d=\infty$) из железа для угла наблюдения $\theta=30°$ с учетом (*1*) и без учета (*2*) γ-излучения, сопровождающего неупругое рассеяние нейтронов

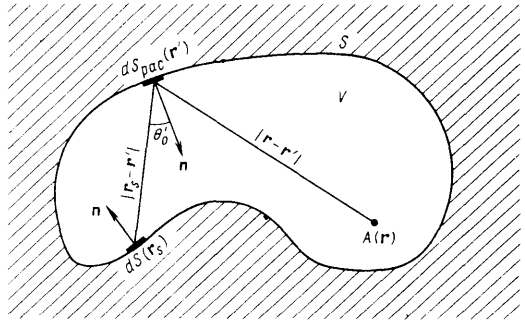


Рис. 13.17. К использованию концепции дифференциального альбедо для решения задач

Рис. 13.17

5. Изменение в химическом составе материала рассеивателя может сильно влиять на характеристики квазиальбедо нейтронов.

6. Зависимость потоковых интегральных числовых и дозовых характеристик квазиальбедо вторичного γ-излучения от толщины отражателя может быть описана зависимостью, подобной зависимости для альбедо фотонов и нейтронов.

Большой объем количественной информации о характеристиках квазиальбедо типа нейтрон — фотон получен из расчетов по программе РОЗ. Сравнение расчетных данных с экспериментальными подтверждает корректность проведенного комплекса расчетов.

Информацию о дифференциальных характеристиках альбедо и (или) квазиальбедо часто используют при решении различных задач теории переноса излучений, например при определении поля отраженного излучения в защитах с неоднородностями с

использованием метода Монте-Карло. Используют эту информацию и для инженерных расчетов поля отраженного излучения в различных задачах.

Рассмотрим общий подход к решению таких задач на примере расчета поля излучения, отраженного от стен некоторого замкнутого объема V, ограниченного поверхностью S (рис. 13.17) с распределенными по ней источниками излучения, мощность которых в каждой точке $\mathbf{r}_S$ поверхности S в направлении $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}') = \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_S}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}$, отнесенная к единичному телесному углу, задается функцией $q[\mathbf{r}_S, \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}')]$. Поле излучения в произвольной точке детектирования $A(\mathbf{r})$ тогда можно рассчитать, если вычислить вклад в нее излучения элементарного источника $dS(\mathbf{r}_S)$, рассеянного от элементарного участка рассеивающей поверхности $dS_{\text{рас}}(\mathbf{r}')$, и затем интегрированием по всей поверхности источника $S_{\text{ист}}$, видимой из элемента $dS_{\text{рас}}$, и по всей поверхности рассеивателя $S_{\text{рас}}$, видимой из точки детектирования, определить полную характеристику поля отраженного излучения.

Плотность потока частиц определяется по формуле

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_{S_{\text{рас}}} \int_{S_{\text{ист}}} \frac{q[\mathbf{r}_S, \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}')]\, a_{\text{ч}}[\mathbf{r}', \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}'), \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r})] \cos\theta'_0}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_S|^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \times \times dS(\mathbf{r}_S)\, dS_{\text{рас}}(\mathbf{r}'), \qquad (13.38)$$

где $a_{\text{ч}}[\mathbf{r}', \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}'), \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r})]$ — дифференциальное числовое альбедо точечного мононаправленного источника; остальные обозначения ясны из рис. 13.17.

Заметим, что при расчете по формуле (13.38) учитывается только однократное отражение от стенок канала и предполагается, что излучение покидает рассеиватель в той же области, где и входит в него. В тех случаях, когда эти предположения недостаточно справедливы, следует уточнять расчеты учетом второго отражения и размытия источников обратно рассеянного излучения по поверхности отражателя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Альбедо гамма-излучения / Б. П. Булатов, В. А. Ефименко, В. Г. Золотухин и др. М.: Атомиздат, 1968.

Бергельсон Б. Р., Зорикоев Г. А. Справочник по защите от излучения протяженных источников. М.: Атомиздат, 1965.

Альбедо нейтронов / Т. А. Гермогенова, В. Г. Золотухин, В. А. Климанов и др. М.: Атомиздат, 1973.

Вторичное гамма-излучение в радиационной защите / А. А. Абагян, Н. К. Гасников, А. А. Дубинин и др. М.: Энергоатомиздат, 1984.

Защита от излучения протяженных источников / Н. Г. Гусев, Е. Е. Ковалев, Д. П. Осанов, В. И. Попов. М.: Госатомиздат, 1961.

Гусев Н. Г., Дмитриев П. П. Квантовое излучение радиоактивных нуклидов. М.: Атомиздат, 1977.

Иванов В. И. Курс дозиметрии: Учебник для вузов.— 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1988.

Иванов В. И., Машкович В. П. Сборник задач по дозиметрии и защите от ионизирующих излучений.— 3-е изд. М.: Атомиздат, 1980.

Машкович В. П. Защита от ионизирующих излучений: Справочник.— 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1982.

Нормы радиационной безопасности НРБ — 76/87 и Основные санитарные правила работы с радиоактивными веществами и другими источниками ионизирующих излучений ОСП — 72/87. М.: Энергоатомиздат, 1988.

Физические исследования защиты реакторов / Ю. А. Казанский, В. И. Кухтевич, Е. С. Матусевич и др. / Под ред. С. Г. Цыпина. М.: Атомиздат, 1966.

Осанов Д. П. Дозиметрия и радиационная биофизика кожи. М.: Энергоатомиздат, 1983.

Руководство по радиационной защите для инженеров. В 2-х т. Пер. с англ. / Под ред. Д. Л. Бродера и др. М.: Атомиздат. Т. I, 1972; Т. II, 1973.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

«Алмазная» разность 230
Альбедо 471
  в диффузной теории 169
  дифференциальное спектральное 476
  дозовое 476
  нейтронов 493
  полуэмпирическая формула 488
  фотонов 480
  улучшенная полуэмпирическая формула 489
  характеристики 487
  числовое 476
  энергетическое 476
Активация 70
Активность радионуклида 14
  на единицу массы 16

Взаимодействие излучений в веществом 41
  заряженных частиц 71
  нейтронов 56
  фотонов 45
Внесистемные единицы 12
  биологический эквивалент рентгена 12, 36
  кюри 15
  рад 30
  рентген 12
  электрон-вольт 13
Возраст нейтронов 186
Вторичное γ-излучение 451
Выборка 278

Гамма-постоянная радионуклида 91
Генетические эффекты 116
Геометрия широкого пучка 354
Групповой анализ уравнения переноса 240

Дисперсия 262, 297
Диффузионно-возрастное приближение 185
Диффузия нейтронов 159
Длина релаксации 310, 425
— экстраполяции 167
Доза излучения 25
  поглощенная 25
  предельно допустимая 118
  эквивалентная 35
  экспозиционная 32
  эффективная эквивалентная 37
Дозовые пределы 116, 143
Дозовый состав нейтронов в средах 439
Допустимая концентрация 138

Единицы СИ 12
  беккерель 14
  грей 25
  зиверт 36
  кулон на килограмм 32

Закон радиоактивного распада 16
Замедление нейтронов 175
Запаздывающие нейтроны 108
Защита:
  классификация 113
  от α- и β-излучений 460
  (α, *n*)-источников нейтронов 446
  от нейтронов 416
  от тормозного излучения 462
  от фотонного излучения 354
  от электронов 462

Излучение ионизирующее 11
Интенсивность 19
Ионизационные потери энергии 72
Использование концепции дифференциального альбедо 502
Источник излучения 81
Источники нейтронов 99
  деления и синтеза ядер 106
  на основе ускорителей заряженных частиц 104
  по реакции (α, *n*) 100
  фотонейтронные 102

Квазиальбедо излучений 499
Керма 28
Керма-постоянная радионуклида 90
Керма-эквивалент 98
Конечно-разностные численные схемы 203
Концепция сечений выведения 430
Коэффициент:
  диффузии 162
  изотропности 37
  качества излучения 35
  накопления подпороговых нейтронов 443
— ослабления 44, 408
— передачи энергии 55
Критический орган 118

Летаргия 181
Линейная передача энергии излучения 40
Локальная оценка 293

Максимальное значение дозы облучения 28
Международная система единиц (СИ) 12
Метод:
  выведения — диффузии 321
  Вика — Чандрасекара 222
  дискретных ординат 220
  дискретный S_N 231
17, длин релаксации 425
  исключения 271
  Карлсона 225
  конкурирующих линий 409
  подгрупп 252
  последовательных столкновений 317
  моментов 211
  Монте-Карло 264
  обратных функций 269
  сингулярных собственных функций 308
  сферических гармоник 200
  характеристик 234
Мощность:
  кермы 38
  поглощенной дозы 38
  эквивалентной дозы 38
  экспозиционной дозы 38
Массовый коэффициент ослабления 55

Население (категория В) 118
Номограммы для расчета защиты:
  от нейтронов 446
  от фотонов 406

Облучение персонала 119
Образование фотонейтронов 53
— электронно-позитронных пар 52
Ограниченная часть населения (категория Б) 118
Ожидание математическое 266
Относительная биологическая эффективность излучения 34

Период полураспада 16
Персонал (категория А) 118
Плотность:
  замедления 176
  потока частиц 17
— энергии частиц 18
  столкновений 175
  тока частиц 22
  энергии частиц 21
Погрешность расчетов защиты 259
— статистическая 305
Поле излучения 327
Полуэмпирический метод расчета распределения нейтронов 321
Постоянная распада 16
Потенциал ионизации 74
Преобразования для расчетов полей 324
Приближение:
  Вигнера 180

транспортное 316
P_N 201
Принцип инвариантности 223
Пробег частиц:
максимальный 460, 462
средний 460, 462
экстраполированный 462
Пространственно-энергетическое распределение нейтронов 416
Прямое взаимодействие нейтронов 57

Радионуклид 12
Рассеяние нейтронов 62
неупругое 67
упругое 64
Рассеяние фотонов:
когерентное 51
комптоновское 46
Радиационные потери энергии 76
Радиационный фон 124
Радиевый гамма-эквивалент 98
Резонансная структура сечений 58
Резонансный захват нейтронов 180

Санитарно-защитная зона 120
Сечение взаимодействия 41
активации 70
выведения 430
макроскопическое 44
полное 42
радиационное 76
рассеяния 42
транспортное 162
увода 201
Слой половинного ослабления 44, 407
Составное ядро 57
Средства индивидуальной защиты 467
Стандартное отклонение 267
Схемы распада 15

Таблицы универсальные 404
Теорема взаимности 156
Тонкий луч 85

Уравнение переноса излучений 146
интегральное 158, 275
Уровни допустимые 118, 120
— фонового облучения 121
Усреднение сечений 255
Установки для изучения защит 110

Фактор накопления фотонов 375
галогенных сред 388
гетерогенных сред 393
Флюенс частиц 21
Фоновое облучение человека 121
Формула:
Брейта — Вигнера 60
Заутера 46
Клейна — Нишины — Тамма 47
Фотоэлектрический эффект
Функция влияния 155, 173
— ослабления 327
— Грина 153

Характеристики поля излучений 17
потоковые 17
токовые 21

Числа случайные 267

Эквивалентный источник 155, 410
Энергия частиц 40
Энергетическое распределение Ферми 179
Энергетическо-угловое распределение:
нейтронов 424
фотонов 364
Эффекты соматические 116

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Введение 5

ЧАСТЬ I. **ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ЗАЩИТЫ** 11

Глава 1. **Основные величины и единицы в области ионизирующих излучений** 11

§ 1.1. Основные понятия 11
§ 1.2. Международная система единиц 12
§ 1.3. Активность радионуклида 14
§ 1.4. Дифференциальные и интегральные характеристики поля излучения 17
§ 1.5. Дозовые характеристики поля излучения 25

Глава 2. **Элементарные акты взаимодействия ионизирующих излучений с веществом** 41

§ 2.1. Сечения взаимодействия ионизирующих излучений с веществом. Закон ослабления узкого пучка 41
§ 2.2. Взаимодействие фотонов с веществом 45
§ 2.3. Взаимодействие нейтронов с веществом 56
§ 2.4. Взаимодействие заряженных частиц с веществом 71

Глава 3. **Основные характеристики источников излучения и защит** 81

§ 3.1. Классификация источников излучения 81
§ 3.2. Радионуклиды как γ-излучатели 86
§ 3.3. Керма-постоянная и γ-постоянная радионуклидного источника 90
§ 3.4. Керма-эквивалент радионуклидного источника 98
§ 3.5. Характеристики источников нейтронов 99
§ 3.6. Установки для изучения радиационной защиты на реакторах ... 110
§ 3.7. Классификация защит 113

Глава 4. **Предельно допустимые уровни ионизирующих излучений** 116

§ 4.1. Основные понятия, термины и дозовые пределы 116
§ 4.2. Уровни фонового облучения человека 121

§ 4.3. Принципы расчета предельно допустимых уровней внешних потоков ионизирующих излучений ... 126
§ 4.4. Принципы расчета допустимых концентраций радионуклидов в воде, продуктах питания и воздухе ... 132
§ 4.5. Принципы нормирования дозовых пределов, рекомендуемые МКРЗ ... 139

ЧАСТЬ II. **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЩИТЫ ОТ ИЗЛУЧЕНИЙ** ... 146

Глава 5. **Уравнение переноса излучений. Элементарная теория диффузии и замедления нейтронов** ... 146

§ 5.1. Уравнение переноса излучений ... 146
§ 5.2. Элементарная теория диффузии нейтронов ... 159
§ 5.3. Теория замедления нейтронов ... 175
§ 5.4. Возрастная теория ... 184

Глава 6. **Численные методы решения уравнения переноса излучений** ... 197

§ 6.1. Общая характеристика численных методов решения уравнения переноса излучений в применении к задачам расчета защиты ... 197
§ 6.2. Метод сферических гармоник ... 200
§ 6.3. Другие методы полиномиальных разложений ... 211
§ 6.4. Методы дискретных ординат ... 220
§ 6.5. Групповой анализ уравнения переноса излучений ... 240
§ 6.6. Погрешности решения уравнения переноса излучений ... 259

Глава 7. **Метод Монте-Карло в задачах переноса излучения** ... 264

§ 7.1. Основы метода Монте-Карло ... 264
§ 7.2. Получение случайных чисел с заданным распределением ... 267
§ 7.3. Вероятностная интерпретация интегральных уравнений ... 274
§ 7.4. Моделирование траекторий нейтронов и фотонов ... 278
§ 7.5. Основные оценки функционалов в методе Монте-Карло ... 289
§ 7.6. Локальные оценки ... 293
§ 7.7. Использование математических ожиданий ... 296
§ 7.8. Методы уменьшения дисперсии ... 297
§ 7.9. Оценка статистической погрешности ... 305

Глава 8. **Асимптотические и полуэмпирические методы расчета переноса излучений** ... 307

§ 8.1. Асимптотические решения ... 307
§ 8.2. Метод последовательных столкновений ... 317
§ 8.3. Полуэмпирический метод расчета распределения нейтронов ... 321
§ 8.4. Преобразования для расчетов полей излучения ... 327

ЧАСТЬ III. **ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЩИТЫ ОТ ИЗЛУЧЕНИЙ** ... 336

Глава 9. **Поле излучения источников различной геометрической формы (без учета рассеянного излучения)** ... 336

§ 9.1. Общие положения ... 336
§ 9.2. Поле излучения точечных и линейных источников ... 339
§ 9.3. Поле излучения поверхностных источников ... 341
§ 9.4. Поле излучения объемных источников ... 344

Глава 10. **Защита от фотонного излучения** ... 354

§ 10.1. Геометрия широкого пучка. Пространственно-энергетическое распределение рассеянного в среде излучения ... 354
§ 10.2. Энергетическо-угловое распределение рассеянного излучения на границе среды ... 364
§ 10.3. Зависимость фактора накопления фотонного излучения от условий задачи ... 375
§ 10.4. Факторы накопления гомогенных сред ... 388
§ 10.5. Факторы накопления гетерогенных сред ... 393
§ 10.6. Приближенные способы учета рассеянного фотонного излучения в материале источника и защиты ... 399
§ 10.7. Инженерные методы расчета защиты от фотонного излучения ... 403
§ 10.8. Преобразования объемных источников к эквивалентным поверхностным ... 410

Глава 11. **Защита от нейтронов** ... 416

§ 11.1. Пространственно-энергетическое распределение нейтронов в средах ... 416
§ 11.2. Энергетическо-угловое распределение рассеянного нейтронного излучения на границе среды ... 424
§ 11.3. Метод длин релаксации ... 425
§ 11.4. Сечение выведения ... 430
§ 11.5. Дозовый состав нейтронов в защитных средах ... 439
§ 11.6. Коэффициенты накопления подпороговых нейтронов ... 443
§ 11.7. Защита лабораторных (α, n)-источников нейтронов ... 446
§ 11.8. Вторичное γ-излучение в защите ... 451

Глава 12. **Защита от α- и β-излучений** ... 460

§ 12.1. Защита от внешних потоков α-частиц ... 460

§ 12.2. Защита от внешних потоков электронов и тормозного излучения 462
§ 12.3. Средства индивидуальной защиты 467
Глава 13. **Альбедо излучений** 471
§ 13.1. Основные понятия и определения 471
§ 13.2. Альбедо фотонного излучения 480
§ 13.3. Альбедо нейтронов 493
§ 13.4. Квазиальбедо типа нейтрон — фотон 498

Список литературы 503
Предметный указатель 504

Защита от ионизирующих излучений: В 2 т. Т. 1.
З-40 Физические основы защиты от излучений: Учебник для вузов / Н. Г. Гусев, В. А. Климанов, В. П. Машкович, А. П. Суворов; Под ред. Н. Г. Гусева.— 3-е изд., перераб. и доп.— М.: Энергоатомиздат, 1989.— 512 с.: ил.
ISBN 5-283-02971-9

Книга является первым томом двухтомного учебника для вузов (во втором томе рассматриваются вопросы защиты от излучений ядерно-технических установок в ядерном топливном цикле). Второе издание вышло в 1980 г. Третье издание значительно переработано и обновлено новыми данными. В основу книги положен курс лекций, читаемых студентам МИФИ. Том второй выйдет в 1990 г.

Для студентов инженерно-физических и физико-технических вузов.

З $\frac{4104050000\text{-}315}{051\,(01)\text{-}89}$ 274-88 **ББК 51.26**

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ СИ И ВНЕСИСТЕМНЫМИ ЕДИНИЦАМИ АКТИВНОСТИ И ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Величина и ее символ	Название и обозначение единиц		Связь между единицами
	Единица СИ	Внесистемная единица	
Активность $\mathcal{A}$	Беккерель (Бк), равный одному распаду в секунду (расп./с)	Кюри (Ки)	1 Ки = $3{,}700 \cdot 10^{10}$ расп./с = $3{,}700 \cdot 10^{10}$ Бк; 1 Бк = 1 расп./с; 1 Бк = 1 расп./с = $2{,}703 \cdot 10^{-11}$ Ки
Плотность потока I или тока J_E энергии частиц	Ватт на квадратный метр (Вт/м^2), равный одному джоулю на квадратный метр в секунду [Дж/(м$^2 \cdot$с)]	Эрг на квадратный сантиметр в секунду [эрг/(см$^2 \cdot$с)] или мегаэлектрон-вольт на квадратный сантиметр в секунду [МэВ/(см$^2 \cdot$с)]	1 эрг/(см$^2 \cdot$с) = $1 \cdot 10^{-3}$ Дж/(м$^2 \cdot$с) = $1 \cdot 10^{-3}$ Вт/м^2; 1 Вт/м^2 = 1 Дж/(м$^2 \cdot$с) = $1 \cdot 10^{3}$ эрг/(см$^2 \cdot$с); 1 МэВ/(см$^2 \cdot$с) = $1{,}602 \cdot 10^{-9}$ Дж/(м$^2 \cdot$с) = $1{,}602 \cdot 10^{-9}$ Вт/м^2; 1 Вт/м^2 = 1 Дж/(м$^2 \cdot$с) = $6{,}24 \cdot 10^{8}$ МэВ/(см$^2 \cdot$с)
Поглощенная доза D	Грей (Гр), равный одному джоулю на килограмм (Дж/кг)	Рад (рад)	1 рад = 100 эрг/г = $1 \cdot 10^{-2}$ Дж/кг = $1 \cdot 10^{-2}$ Гр; 1 Гр = 1 Дж/кг; 1 Гр = 1 Дж/кг = 10^4 эрг/г = 100 рад
Мощность поглощенной дозы $\dot{D}$	Грей в секунду (Гр/с), равный одному джоулю на килограмм в секунду [Дж/(кг$\cdot$с)]	Рад в секунду (рад/с)	1 рад/с = $1 \cdot 10^{-2}$ Дж/(кг$\cdot$с) = $1 \cdot 10^{-2}$ Гр/с; 1 Гр/с = 1 Дж/(кг$\cdot$с) = $1 \cdot 10^{2}$ рад/с
Эквивалентная доза H	Зиверт (Зв), равный одному грею на коэффициент качества [1 Гр/K = 1 (Дж/кг)/K]	Бэр (бэр)	1 бэр = $\frac{1\text{ рад}}{K} = \frac{1 \cdot 10^{-2}\text{ Дж/кг}}{K} = \frac{1 \cdot 10^{-2}\text{ Гр}}{K} = 1 \cdot 10^{-2}$ Зв; 1 Зв = $\frac{1\text{ Гр}}{K} = \frac{1\text{ Дж/кг}}{K} = \frac{100\text{ рад}}{K} = 100$ бэр
Мощность эквивалентной дозы $\dot{H}$	Зиверт в секунду (Зв/с)	Бэр в секунду (бэр/с)	1 бэр/с = $1 \cdot 10^{-2}$ Зв/с; 1 Зв/с = 100 бэр/с
Экспозиционная доза X	Кулон на килограмм (Кл/кг)	Рентген (Р)	1 Р = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг (точно); 1 Кл/кг = $3{,}88 \cdot 10^{3}$ Р (приближенно)
Мощность экспозиционной дозы $\dot{X}$	Кулон на килограмм в секунду [Кл/(кг$\cdot$с)]	Рентген в секунду (Р/с)	1 Р/с = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/(кг$\cdot$с) (точно); 1 Кл/(кг$\cdot$с) = $3{,}88 \cdot 10^{3}$ Р/с (приближенно)
Керма K	Грей (Гр), равный одному джоулю на килограмм (Дж/кг)	Рад (рад)	1 рад = 100 эрг/г = $1 \cdot 10^{-2}$ Дж/кг = $1 \cdot 10^{-2}$ Гр; 1 Гр = 1 Дж/кг; 1 Гр = 1 Дж/кг = $1 \cdot 10^{4}$ эрг/г = 100 рад
Мощность кермы $\dot{K}$	Грей в секунду (Гр/с), равный одному джоулю на килограмм в секунду [Дж/(кг$\cdot$с)]	Рад в секунду (рад/с)	1 рад/с = $1 \cdot 10^{-2}$ Дж/(кг$\cdot$с) = $1 \cdot 10^{-2}$ Гр/с; 1 Гр/с = 1 Дж/(кг$\cdot$с) = $1 \cdot 10^{2}$ рад/с