Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С.И. Кузнецов

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебное пособие
2-е издание, переработанное, дополненное

Издательство
Томского политехнического университета
2007

УДК 530
К 89
Кузнецов С. И.
К 89 Электромагнетизм: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 93 с.

В учебном пособии рассмотрены основные вопросы физики электромагнитных взаимодействий. Основное внимание уделено раскрытию физического смысла фундаментальных законов теории электромагнитных явлений и выработке у студентов практических навыков их использования.

Пособие подготовлено на кафедре общей физики ТПУ, по программе курса физики высших технических учебных заведений.

Соответствует инновационной политике ТПУ и направлено на развитие творческих способностей студентов, научного мышления и активизацию познавательной деятельности.

Предназначено для межвузовского использования студентами технических специальностей очной и дистанционной форм обучения.

УДК 530

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета

Рецензенты

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ
А.В. Шаповалов

Доктор физико-математических наук, профессор ТГПУ
А.Г. Парфенов

© Томский политехнический университет, 2007
© Оформление. Издательство ТПУ, 2007
© С.И. Кузнецов, 2007

ВВЕДЕНИЕ

В данном разделе курса рассмотрены вопросы классической электродинамики, включая экспериментальные законы и общую теорию методов. Возможно, это самый важный раздел физики, поскольку электромагнитные взаимодействия не только объясняют все электрические и магнитные явления, но и обеспечивают силы, благодаря которым вещество на атомном и молекулярном уровне существует как целое. Изучение электромагнитных взаимодействий на основе квантовой механики позволяет объяснить существование и свойства атомов, молекул и твердых тел.

Здесь, как и в любом разделе физики, возможны два подхода – квантовый и классический. Мы рассмотрим границы применимости классических представлений, которые определяются соотношением $m\upsilon R >> h$, где m – масса системы, υ – скорость системы, R – границы движения и h – постоянная Планка. Электромагнитные взаимодействия определяют структуру материи в пространственных масштабах от 10^{-14} до 10^{5} м. Именно на таких расстояниях электромагнитные взаимодействия являются определяющими. При меньших расстояниях более существенны ядерные и слабые взаимодействия. Во Вселенной, где расстояния больше, чем 10^{5} м, решающими являются гравитационные силы.

Знание законов электродинамики играет огромную роль в решении большого количества проблем современной науки и техники и определяет развитие энергетики, транспорта, вычислительной техники, физики плазмы, термоядерного синтеза и т.д. Дефектоскопия, электромагнитные линзы, магнитная запись информации, поезда на магнитной подушке – вот далеко не полный перечень перспективных областей промышленного применения электромагнитного поля. В течение многих лет не ослабевает интерес к электромагнитным полям биологических объектов, повышено внимание к среде их обитания.

Среди прикладных проблем необходимо упомянуть также физические методы исследования Земли: электроразведку, магниторазведку, радиоволновые методы. В геологии, как и в других науках, используется огромное количество измерительных приборов, базирующихся на электромагнитных взаимодействиях.

Очевидна роль электродинамики при решении таких теоретических проблем, как природа и эволюция электрического и магнитного полей Земли, их взаимодействие с космосом и влияние на человека.

Тема 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1.1. Магнитные взаимодействия

Магнитные свойства постоянных магнитов, их способность притягивать железные предметы были известны еще древним грекам. Земля также является магнитом и явления земного магнетизма были использованы ещё древними китайцами 3000 лет тому назад для создания подобия компаса, т.е. свободно вращающейся магнитной стрелки, указывающей ориентацию сторон света. Китайские мореплаватели использовали компас в XI веке, в Европе подобные устройства появились лишь в XII веке.

В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает *магнитное поле*. Помещенная в это поле маленькая магнитная стрелка устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля. Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает на север, называется *северным*, а противоположный – *южным*.

Хорошо известно, что, если поднести два магнита друг к другу, между ними действует сила. Магниты либо притягивают друг друга, либо отталкивают; их взаимодействие ощущается даже тогда, когда магниты не соприкасаются. Если к северному полюсу одного магнита поднести северный полюс другого, магниты будут отталкиваться; то же самое будет, если поднести магниты друг к другу южными полюсами. Но если к северному полюсу одного магнита поднести южный полюс другого, возникает притяжение. Это напоминает взаимодействие электрических зарядов: одноименные полюса отталкиваются, а разноименные притягиваются. Но не следует смешивать полюса магнитов и электрические заряды – это совсем разные вещи.

Вернемся к примеру с магнитной стрелкой, помещенной в магнитное поле. При отклонении стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует *механический крутящий момент* $M_{кр}$, пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления. Таким образом, при взаимодействии постоянных магнитов они испытывают *результирующий момент сил, но не силу*. Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

Существенное отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем. Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку. Эти заряды можно отделить друг от друга и расположить на отдельных телах, например, разрезав диполь пополам по плоскости, перпендикулярной

оси диполя. Постоянный же магнит, будучи разрезан таким образом пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса. Никакое деление не дает возможности получить отдельно источники северного и южного магнетизма – *магнитные заряды*. Причина состоит в том, что «магнитных зарядов» (или, как иногда говорят, «магнитных масс») в природе не существует.

Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к 1600 г., английский ученый-физик Уильям Гильберт в труде «О магните, магнитных телах и большом магните – Земле» высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, природа электрических и магнитных явлений различна. Действительно, кроме вышеуказанного отличия, опыт показывает, что если расположить вблизи магнитной стрелки компаса легкий заряженный шарик, то мы не обнаружим никакого действия со стороны заряда шарика на магнитную стрелку. В свою очередь, магнитное поле стрелки никак не действует на заряженный шарик. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о наличии тесной связи между *электрическими и магнитными явлениями*. Однако природа этой тесной связи тогда установлена быть не могла из-за отсутствия достаточно мощных источников тока.

В 1820 году Эрстед открыл явление отклонения магнитной стрелки гальваническим током и тем самым сделал первый существенный шаг в выяснении характера связи электрических и магнитных явлений. Затем Гей-Люссак и Араго наблюдали намагничивание железа постоянным током, идущим в проводнике. Ампер обнаружил притяжение между проводами, по которым проходят параллельные токи, и отталкивание между противоположно направленными токами. Им же была выдвинута гипотеза о том, что свойства постоянных магнитов обусловлены циркулирующими в их толще постоянными круговыми токами (молекулярными токами).

Но вернемся к открытию Эрстеда. Он помещал магнитную стрелку в непосредственной близости от проводника с током и обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (рис. 1.1).

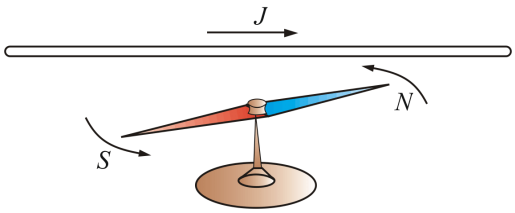


Рис. 1.1

Из описанного опыта Эрстед делает вывод: *вокруг прямолинейного проводника с током есть магнитное поле*. Он обратил внимание также

на то, что при изменении направления тока в проводнике северный конец стрелки поворачивается в другую сторону.

В дальнейшем исследовалось действие на магнитную стрелку проводников с током самой различной формы. Был сделан общий вывод: *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.*

Но ведь ток – это направленное движение зарядов. Возможно, вокруг всякого движущегося заряда существует магнитное поле? Опыты подтверждают: *да, магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.*

Итак, ***вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.*** *Магнитное поле – это поле движущихся зарядов*. Известно, что оно обнаруживает себя по действию на магнитные стрелки или на проводники с токами, т.е. на движущиеся заряды.

Дальше мы увидим, что, подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой. Магнитное поле материально. Теперь можно дать следующее определение магнитного поля: ***магнитное поле*** *– это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.*

Эрстед изложил результаты своих опытов Амперу, который тут же повторил эти опыты и продолжил их. Он взял катушку с током, намагниченный металлический стержень и обнаружил воздействие магнитного поля катушки на стержень. В этом опыте непосредственно была показана *связь электрического и естественного магнетизма*. Кроме того, Ампер изучил действие магнитного поля на проводники с током.

Подобно тому, как для исследования электрического поля используется пробный точечный заряд, для исследования магнитного поля используется точечное магнитное поле, созданное пробным током, циркулирующим в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Возьмем такой контур с током *I* и поместим его в магнитное поле.

Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой. В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом. Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали $\vec{n}$, связанной с движением тока *правилом правого винта или* «*правилом буравчика*» (рис. 1.2).

Итак, на контур с током в магнитном поле действует вращающий момент. Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом. Примем положительное направление нормали $\vec{n}$ за направление магнитного поля $\vec{B}$ в данной точке. Вращающий момент прямо про-

порционален величине тока I, площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали $\vec{n}$.

$$M \sim IS\sin(\vec{n},\vec{B}),$$

здесь M – ***вращающий момент***, или ***момент силы***, $IS = P_m$ – ***магнитный момент*** контура (аналогично $ql = \vec{P}$ – электрический момент диполя).

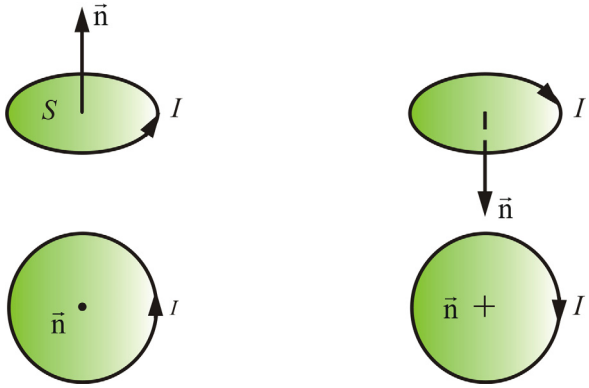


Рис. 1.2

Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали.

$$\vec{P}_m = P_m\vec{n}. \qquad (1.1.1)$$

Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$ *для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной* ***магнитной индукцией***:

$$B = \frac{M}{P_m\sin(\vec{n},\vec{B})} \qquad (1.1.2)$$

$$\text{или} \quad \vec{B} = \frac{\vec{M}_{max}}{\vec{P}_m},$$

где $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью $\vec{n}$. По аналогии с электрическим полем $\vec{E} = \vec{F}/q$.

Магнитная индукция $\vec{B}$ *характеризует силовое действие магнитного поля на ток* (аналогично, $\vec{E}$ характеризует силовое действие электрического поля на заряд). $\vec{B}$ – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью *магнитных силовых линий*.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что магнитное поле – *вихревое*.

Условились, за направление $\vec{B}$ принимать направление северного конца магнитной стрелки. Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.

Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (*линиями магнитной индукции*). ***Линиями магнитной индукции*** *называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора* $\vec{\mathrm{B}}$ *в этой точке.*

Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок (рис. 1.3), которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).

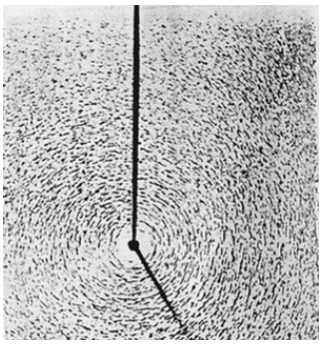


Рис. 1.3

Так было установлено, что силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника с током – это концентрические окружности с центрами на проводнике, лежащие в плоскости, перпендикулярной проводнику.

Магнитные силовые линии всегда замкнуты (вихревое поле).

1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что *магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма* (*суперпозиция*) *полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока*:

$$\vec{\mathrm{B}} = \sum \vec{\mathrm{B}}_i .$$

Элемент тока длины $\mathrm{d}l$ (рис. 1.4) ***создает поле с магнитной индукцией***:

$$\mathrm{d}B = k\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}, \qquad (1.2.1)$$

или в векторной форме:

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{B}} = k\frac{I[\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}, \vec{\mathrm{r}}]}{r^3}. \qquad (1.2.2)$$

Это и есть ***закон Био–Савара–Лапласа***, полученный экспериментально.

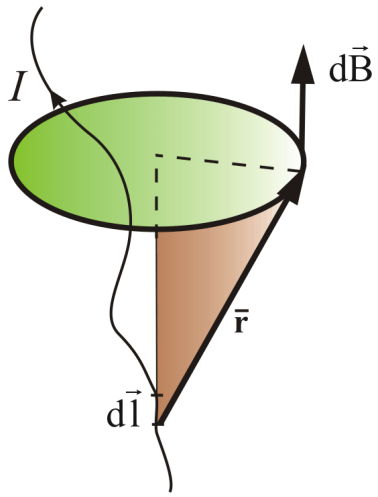


Рис. 1.4

Здесь I – ток; $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$; r – модуль радиус-вектора; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

Как видно из рисунка, *вектор магнитной индукции* $d\vec{B}$ *направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через* $d\vec{l}$ *и точку, в которой вычисляется поле*.

Направление $d\vec{B}$ связано с направлением $d\vec{l}$ ***«правилом буравчика»***: *направление вращения головки винта дает направление* $d\vec{B}$, *поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.*

Таким образом, *закон Био–Савара–Лапласа устанавливает величину и направление вектора* $d\vec{B}$ *в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником* $d\vec{l}$ *с током I.*

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется соотношением:

$$dB = k\frac{Id l \sin\alpha}{r^2}, \qquad (1.2.3)$$

где α – угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

В международной системе единиц СИ закон Био–Савара–Лапласа для вакуума можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id l \sin\alpha}{r^2}, \qquad (1.2.4)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Справедливость закона Био–Савара–Лапласа была подтверждена и для других форм движения заряда: в 1903 г. А. А. Эйхенвальд установил появление магнитного поля при движении наэлектризованных тел (например, пластин плоского конденсатора); в 1911 г. А. Ф. Иоффе исследовал магнитное поле пучка ускоренных электронов.

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

Как известно, электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а, как мы доказали только что, магнитное поле порождается движущимися зарядами. Найдем магнитное поле, создаваемое одним движущимся зарядом (рис. 1.5).

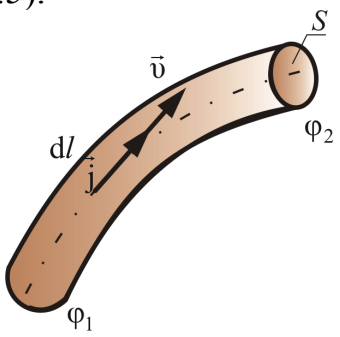


Рис. 1.5

В уравнении (1.2.2) заменим ток I на jS, где j – плотность тока. Векторы $\vec{j}$ и $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление, значит

$$I\mathrm{d}l = Sj\mathrm{d}l.$$

Если все заряды одинаковы и имеют заряд q, то

$$\vec{j} = qn\vec{\upsilon}, \qquad (1.3.1)$$

где n – число носителей заряда в единице объема; $\vec{\upsilon}$ – дрейфовая скорость зарядов.

Если заряды положительные, то $\vec{j}$ и $\vec{\upsilon}$ имеют одно направление (рис. 1.4). Подставив (1.3.1) в (1.2.2), получим:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Sdlnq[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (1.3.2)$$

Обозначим $dN = Sdln$ – число носителей заряда в отрезке $d\vec{l}$. Разделив (1.3.2) на это число, получим выражение для ***индукции магнитного поля, создаваемого одним зарядом***, движущимся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{B}_1 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (1.3.3)$$

В скалярной форме ***индукция магнитного поля одного заряда*** в

вакууме определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\upsilon\sin(\vec{\upsilon},\vec{r})}{r^2}. \qquad (1.3.4)$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $\upsilon << c$.

1.4. Напряженность магнитного поля

Итак, мы с вами выяснили, что *магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля*, особенностью которого является то, что это *поле действует* только *на движущиеся частицы и тела*, *обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела*.

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции $\vec{B}$ поля созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}.$$

Еще одной характеристикой магнитного поля является *напряженность*.

Напряженностью магнитного поля *называют векторную величину* $\vec{H}$, *характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом*:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \qquad (1.4.1)$$

Напряженность магнитного поля заряда q, движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (1.4.2)$$

Это выражение показывает ***закон Био–Савара–Лапласа для*** $\vec{H}$.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ является, как бы, аналогом вектора электрического смещения $\vec{D}$ в электростатике.

1.5. Магнитное поле прямого тока

Применим закон Био–Савара–Лапласа для расчета магнитных полей простейших токов.

Рассмотрим магнитное поле прямого тока (рис. 1.6).

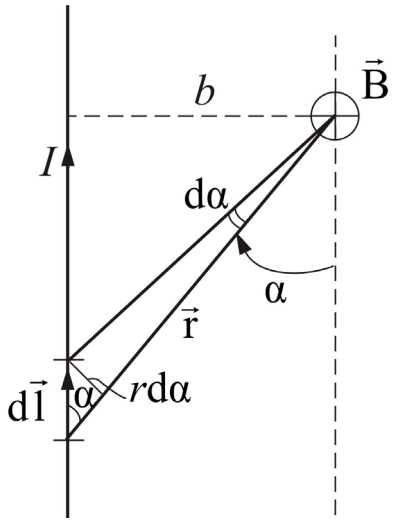


Рис. 1.6

Все векторы $d\vec{B}$ от произвольных элементарных участков $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление. Поэтому сложение векторов можно заменить сложением модулей.

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рисунка 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \qquad dl = \frac{r\,d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\,d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставив найденные значения r и dl в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ib\,d\alpha\sin\alpha\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\sin\alpha\,d\alpha.$$

Для ***конечного проводника*** угол α изменяется от α_1, до α_2. Тогда

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (1.5.1)$$

Для ***бесконечно длинного проводника*** $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$, тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

или, что удобнее для расчетов,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}. \qquad (1.5.2)$$

Линии магнитной индукции прямого тока представляют собой систему концентрических окружностей, охватывающих ток (рис. 1.3).

1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 1.7).

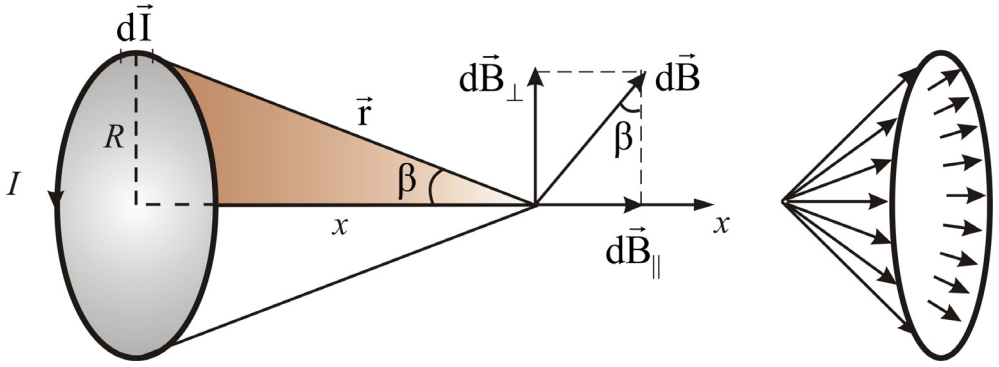


Рис. 1.7

Определим магнитную индукцию на оси проводника с током на расстоянии x от плоскости кругового тока. Векторы $d\vec{B}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через соответствующие $d\vec{l}$ и $\vec{r}$. Следовательно, они образуют симметричный конический веер. Из соображения симметрии видно, что результирующий вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси кругового тока. Каждый из векторов $d\vec{B}$ вносит вклад равный $d\vec{B}_{||}$, а $d\vec{B}_{\perp}$ взаимно уничтожаются. Но $dB_{||} = dB\sin\beta$, $\sin\beta = \frac{R}{r}$, а т.к. угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ α – прямой, то $\sin\alpha = 1$, тогда получим

$$dB_{||} = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}. \qquad (1.6.1)$$

Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и, проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$, получим выражение для нахождения ***магнитной индукции кругового тока***:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{||} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}. \qquad (1.6.2)$$

При $x = 0$, получим ***магнитную индукцию в центре кругового тока***:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \qquad (1.6.3)$$

Заметим, что в числителе (1.6.2) $I\pi R^2 = IS = P_m$ – магнитный момент контура. Тогда, на большом расстоянии от контура, при $R << x$, магнитную индукцию можно рассчитать по формуле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2P_m}{x^3}. \qquad (1.6.4)$$

Силовые линии магнитного поля кругового тока хорошо видны в опыте с железными опилками (рис. 1.8).

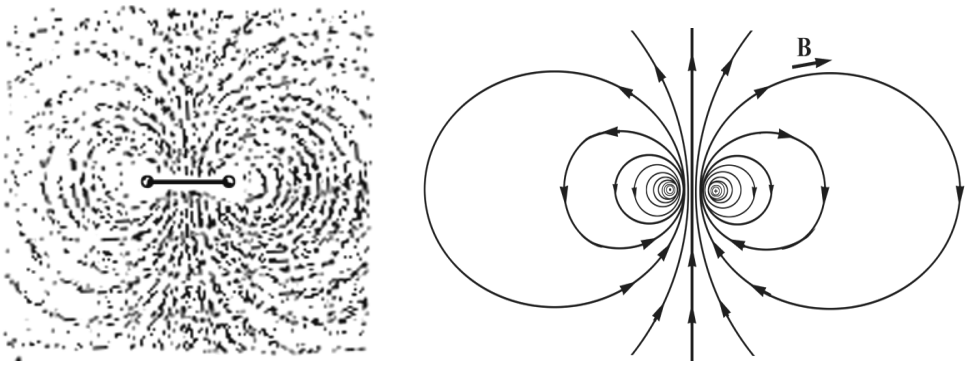


Рис. 1.8

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Как было показано выше, в природе нет магнитных зарядов. В 1931 г. П. Дирак высказал предположение о существовании обособленных магнитных зарядов, названных впоследствии ***монополи Дирака***. Однако до сих пор они не найдены. Это приводит к тому, что линии вектора $\vec{B}$ не имеют ни начала, ни конца. Мы знаем, что поток любого вектора через поверхность равен разности числа линий, начинающихся у поверхности, и числа линий, оканчивающихся внутри поверхности:

$$\Phi = N_{\text{нач}} - N_{\text{оканч}}.$$

В соответствии с вышеизложенным, можно сделать заключение, *что поток вектора* $\vec{B}$ *через замкнутую поверхность должен быть равен нулю*.

Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности *S* имеет место условие:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0. \qquad (1.7.1)$$

Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): ***поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю***.

Этот результат является математическим выражением того, что *в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля*, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\int_V \nabla\vec{B}dV = 0, \qquad (1.7.2)$$

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Лапласа.

Это условие должно выполняться для любого произвольного объема V, а это, в свою очередь, возможно, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю. Таким образом, *магнитное поле обладает тем свойством, что его* ***дивергенция*** *всюду равна нулю*:

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \text{ или } \nabla\vec{B} = 0. \qquad (1.7.3)$$

В этом его отличие от электростатического поля, которое является потенциальным и может быть выражено скалярным потенциалом φ, магнитное поле – *вихревое*, или *соленоидальное* (см. рис. 1.3 и 1.8).

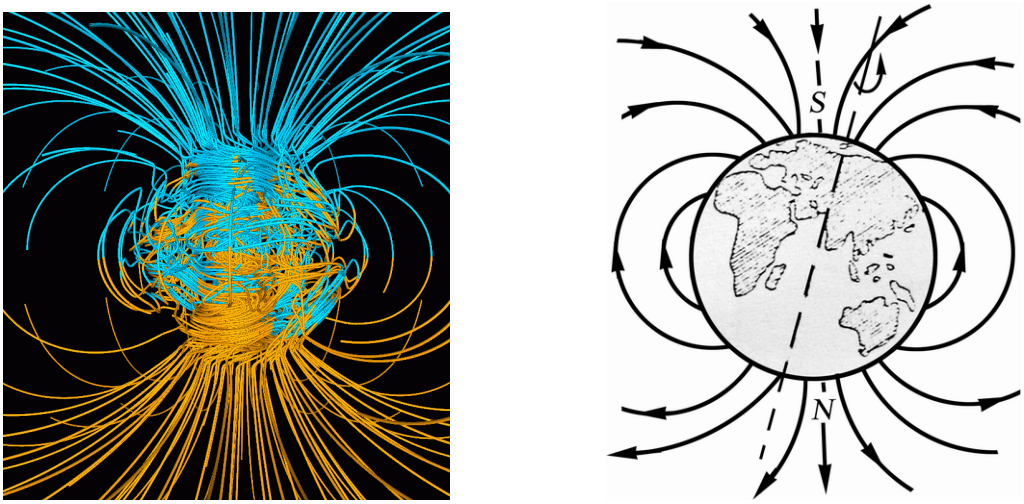


Рис. 1.9

Компьютерная модель магнитного поля Земли, подтверждающая вихревой характер, изображена на рис. 1.9.

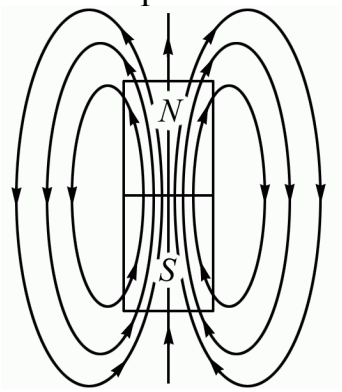


Рис 1.10

На рисунке 1.10 показаны магнитное поле постоянного магнита. Линии магнитной индукции замыкаются в окружающем пространстве.

Тема 2. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ДВИЖУЩИЕСЯ ЗАРЯДЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

2.1. Закон Ампера

В 1820 г. А.М. Ампер экспериментально установил, что два проводника с током взаимодействуют друг с другом с силой:

$$F = k\frac{I_1 I_2}{b}, \qquad (2.1.1)$$

где b – расстояние между проводниками, а k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

Ампер Андре Мари (1775–1836) – французский физик, математик и химик. Основные физические работы посвящены электродинамике. Сформулировал правило для определения действия магнитного поля тока на магнитную стрелку. Обнаружил влияние магнитного поля Земли на движущиеся проводники с током. В первоначальное выражение закона Ампера не входила никакая величина, характеризующая магнитное поле. Однако, взаимодействие токов осуществляется через магнитное поле, и следовательно в закон должна входить характеристика магнитного поля.

В современной записи в СИ, закон Ампера выражается формулой

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \qquad (2.1.2)$$

где $d\vec{F}$ – *сила, с которой магнитное поле действует на бесконечно малый проводник* $d\vec{l}$ *с током* I.

Модуль силы, действующей на проводник,

$$dF = I dl B \sin(d\vec{l}, \vec{B}). \qquad (2.1.3)$$

Если магнитное поле однородно и проводник перпендикулярен силовым линиям магнитного поля, то

$$F = IlB, \qquad (2.1.4)$$

где $I = qn\upsilon S$ – ток через проводник сечением S.

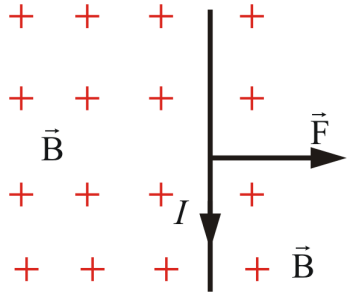


Рис. 2.1

Направление силы $\vec{F}$ определяется, как показано на рис. 2.1, направлением векторного произведения или правилом левой руки: *ориентируем пальцы по направлению первого вектора, второй вектор дол-*

жен входить в ладонь и большой палец показывает направление векторного произведения.

Закон Ампера – это первое открытие фундаментальных сил, зависящих от скоростей.

Из закона Ампера хорошо виден физический смысл магнитной индукции. *B – величина, численно равная силе, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины, по которому течет единичный ток*:

$$B = \frac{F}{Il}.$$

Размерность индукции $[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$.

2.2. Взаимодействие двух параллельных проводников с током

Пусть b – расстояние между двумя параллельными, бесконечно длинными проводниками (рис. 2.2). Задачу следует решать так: один из проводников I_2 создаёт магнитное поле, второй I_1 находится в этом поле.

Магнитная индукция, создаваемая током I_2 на расстоянии b от него:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}. \qquad (2.2.1)$$

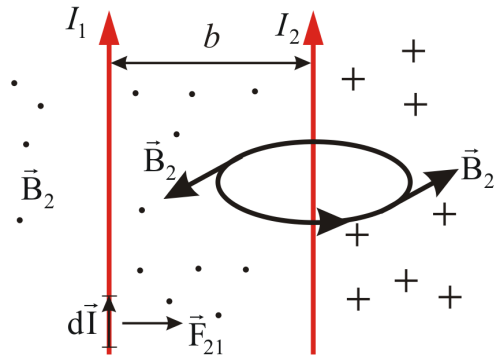


Рис. 2.2

Если I_1 и I_2 лежат в одной плоскости, то угол между B_2 и I_1 прямой, следовательно $\sin(\vec{l}, \vec{B}) = 1$. Тогда сила, действующая на элемент dl тока I_1,

$$F_{21} = B_2 I_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi b}. \qquad (2.2.2)$$

На каждую единицу длины проводника действует сила

$$F_{21\text{ед}} = \frac{F_{21}}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{b} \qquad (2.2.3)$$

(разумеется, со стороны первого проводника на второй действует точно такая же сила).

Результирующая сила равна одной из этих сил. Если эти два проводника будут воздействовать на третий, тогда их магнитные поля $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ нужно сложить векторно.

2.3. Воздействие магнитного поля на рамку с током

На рис. 2.3 показана рамка с током I, находящаяся в однородном магнитном поле $\vec{B}$. Здесь α – угол между $\vec{n}$ и $\vec{B}$ (направление нормали связано с направлением тока «правилом буравчика»).

Сила Ампера, действующая на сторону рамки длиной l, равна:

$$F_1 = IlB\,;\ \text{здесь}\ (\vec{B} \perp \vec{l}).$$

На другую сторону длиной l действует такая же сила. Получается «пара сил», или вращающий момент.

$$M = F_1 h = IlBb\sin\alpha, \qquad (2.3.1)$$

где плечо $h = b\sin\alpha$. Так как $lb = S$ – площадь рамки, тогда можно записать

$$M = IBS\sin\alpha = P_m B\sin\alpha\,, \qquad (2.3.2)$$

где M – вращающий момент силы, P_m – магнитный момент.

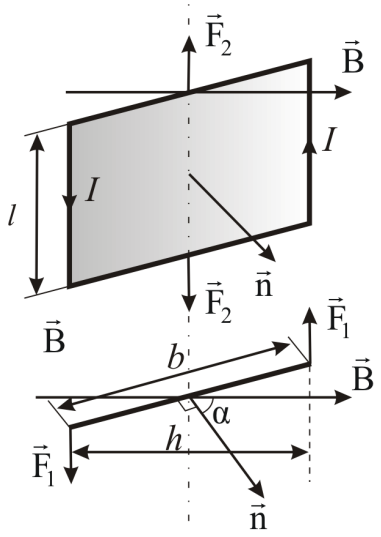


Рис. 2.3

Под действием этого вращающего момента рамка повернётся так, что $\vec{n} \parallel \vec{B}$ (рис. 2.4).

На стороны длиной b тоже действует сила Ампера F_2 – растягивая рамку. Так как силы равны по величине и противоположны по направлению, рамка не смещается, в этом случае $M = 0$, состояние *устойчивого равновесия.*

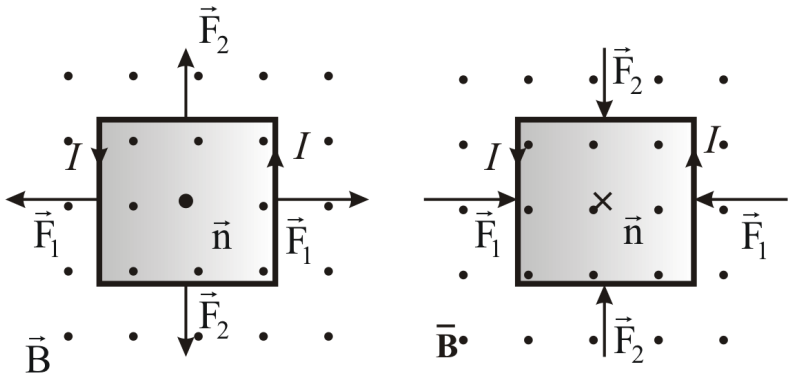


Рис. 2.4

Когда $\vec{n}$ и $\vec{B}$ антипараллельны, то снова $M = 0$ (так как плечо равно нулю). Это состояние *неустойчивого равновесия*. Рамка сжимается и, если чуть сместится, сразу возникает вращающий момент, возвращающий рамку в состояние устойчивого равновесия: $\vec{n} \parallel \vec{B}$.

В неоднородном поле рамка повернется, и будет вытягиваться в область более сильного поля.

2.4. Единицы измерения магнитных величин

Закон Ампера используется для установления единицы силы тока – ампер.

Ампер *– сила тока неизменного по величине, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным на расстоянии один метр, один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу в* $2 \cdot 10^{-7}$ Н/м.

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}. \qquad (2.4.1)$$

Здесь $\mathrm{d}l = 1\,\text{м}$; $b = 1\,\text{м}$; $I_1 = I_2 = 1\,\text{А}$; $\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Определим отсюда размерность и величину μ_0 в СИ.

$2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 2A^2$, следовательно

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}, \text{ или } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

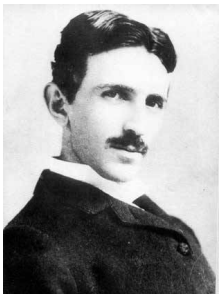
Из закона Био–Савара–Лапласа, для прямолинейного проводника с током $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$, тоже можно найти размерность индукции магнитного поля:

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \frac{\text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{ Тл}.$$

Тесла – единица измерения индукции в СИ. $1\,\text{Тл} = 10^4\,\text{Гс}$.

Гаусс – единица измерения в Гауссовой системе единиц (СГС).

1 Тл *равен магнитной индукции однородного магнитного поля, в котором на плоский контур с током, имеющим магнитный момент* $1\,\text{А}\cdot\text{м}^2$, *действует вращающий момент* $1\,\text{Н}\cdot\text{м}$.



Тесла Никола (1856–1943) – сербский ученый в области электротехники и радиотехники. Имел огромное количество изобретений. Изобрел электрический счетчик, частотомер и др. Разработал ряд конструкций многофазных генераторов, электродвигателей и трансформаторов. Сконструировал ряд радиоуправляемых самоходных механизмов. Изучал физиологическое действие токов высокой частоты. Построил в 1899 г. радиостанцию на 200 кВт в Колорадо и радиоантенну высотой 57,6 м в Лонг-Айленде (башня Ворденклиф). Вместе с Эйнштейном и Опенгеймером в 1943 г. участвовал в секретном проекте по достижению невидимости американских кораблей (Филадельфийский эксперимент). Современники говорили о Тесле как о мистике, ясновидце, пророке, способном заглянуть в разумный космос и мир мертвых. Он верил, что с помощью электромагнитного поля можно перемещаться в пространстве и управлять временем.

Другое определение: 1 Тл *равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь площадку* 1 м^2, *перпендикулярную направлению поля*, *равен* 1 Вб.

Единица измерения магнитного потока Вб, получила свое название в честь немецкого физика Вильгельма Вебера (1804–1891) – профессора университетов в Галле, Геттингене, Лейпциге.

Как мы уже говорили, *магнитный поток Ф через поверхность S – одна из характеристик магнитного поля* (рис. 2.5):

$$\mathrm{d}\Phi_B = B\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}\cos(\mathrm{d}\vec{\mathrm{n}},\vec{\mathrm{B}}), \qquad \Phi = \int_S B_n \mathrm{d}S.$$

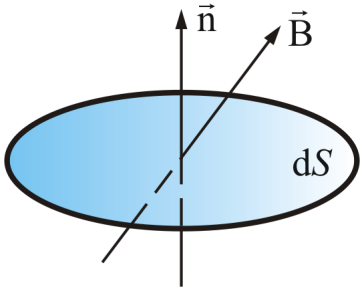


Рис. 2.5

Единица измерения магнитного потока в СИ:

$[\Phi_B] = [B]\cdot[S] = \text{Тл}\cdot\text{м}^2 = \text{Вб}$. $1\ \text{Тл} = 1\dfrac{\text{Вб}}{\text{м}^2}$, а так как $1\,\text{Тл} = 10^4\ \text{Гс}$, то $1\,\text{Вб} = 10^4\ \text{Гс}\cdot 10^4\ \text{см}^2 = 10^8\ \text{Мкс}$.

Здесь *Максвелл* (Мкс) – единица измерения магнитного потока в СГС названая в честь знаменитого английского ученого Джеймса Максвелла (1831–1879), создателя теории электромагнитного поля.

Напряженность магнитного поля H измеряется в $\text{А}\cdot\text{м}^{-1}$.

$$1\,\text{А}\cdot\text{м}^{-1} = 4\pi\cdot 10^{-3}\,\text{Э}, \qquad 1\,\text{Э} = 79{,}6 \approx 80\,\text{А}\cdot\text{м}^{-1}.$$

Сведем в одну таблицу основные характеристики магнитного поля.

Таблица 2.1

Наименование	Обозначение	СИ	СГС	СИ/СГС
Магнитная индукция	B	$\text{Тл}\left(\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}\right)$	Гс	10^4
Напряженность магнитного поля	H	А/м	Э	$4\pi\cdot 10^{-3}$
Магнитная постоянная	μ_0	$\frac{\text{Н}}{\text{А}^2};\ \frac{\Phi}{\text{м}}$	1	$4\pi\cdot 10^{-7}$
Поток магнитной индукции	Φ_B	Вб $(\text{Тл}\cdot\text{м}^2)$	Мкс	10^8

2.5. Сила Лоренца

Электрический ток *это совокупность большого числа n движущихся со скоростью* υ *зарядов*. Найдем силу, действующую на один заряд со стороны магнитного поля. По закону Ампера сила, действующая на проводник с током в магнитном поле,

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \tag{2.5.1}$$

но ток $I = jS$, причем $j = qn\upsilon$, тогда

$$d\vec{F} = qn\upsilon S[d\vec{l}, \vec{B}] = qnSdl[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

Т.к. $nSdl$ –число зарядов в объёме Sdl, тогда ***для одного заряда***

$$\frac{d\vec{F}}{nSdl} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}], \text{ или}$$

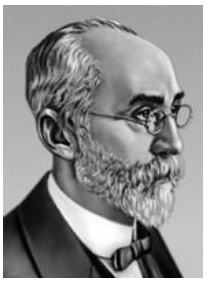
$$\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]. \tag{2.5.2}$$

Сила Лоренца *– сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью* $\vec{\upsilon}$ *положительный заряд* (*здесь* $\vec{\upsilon}$ *– скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда*). Модуль лоренцевой силы:

$$F_л = q\upsilon B\sin\alpha, \tag{2.5.3}$$

где α – угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Из (2.5.4) видно, что на заряд, движущийся вдоль линии $\vec{B}$, не действует сила ($\sin 0 = 0$).



Лоренц Хендрик Антон (1853–1928) – нидерландский физик-теоретик, создатель классической электронной теории, член Нидерландской АН. Вывел формулу, связывающую диэлектрическую проницаемость с плотностью диэлектрика, дал выражение для силы, действующей на движущийся заряд в электромагнитном поле (сила Лоренца), объяснил зависимость электропроводности вещества от теплопроводности, развил теорию дисперсии света. Разработал электродинамику движущихся тел. В 1904 г. вывел формулы, связывающие между собой координаты и время одного и того же события в двух различных инерциальных системах отсчета (преобразования Лоренца).

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. К движущемуся положительному заряду *применимо правило левой руки или «правило буравчика»* (рис. 2.6).

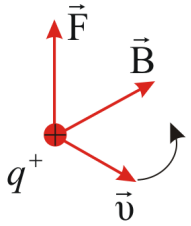


Рис. 2.6

Направление действия силы для отрицательного заряда – противоположно, следовательно, к *электронам применимо правило правой руки*.

Так как сила Лоренца направлена перпендикулярно движущемуся заряду, т.е. перпендикулярно $\vec{\upsilon}$, ***работа этой силы всегда равна нулю***. Следовательно, действуя на заряженную частицу, сила Лоренца не может изменить кинетическую энергию частицы.

Часто *лоренцевой силой называют сумму электрических и магнитных сил*:

$$\vec{F}_л = q\vec{E} + q[\vec{\upsilon}, \vec{B}], \qquad (2.5.4)$$

здесь электрическая сила $q\vec{E}$ ускоряет частицу, изменяет ее энергию.

Повседневно действие магнитной силы на движущийся заряд мы наблюдаем на телевизионном экране (рис. 2.7).

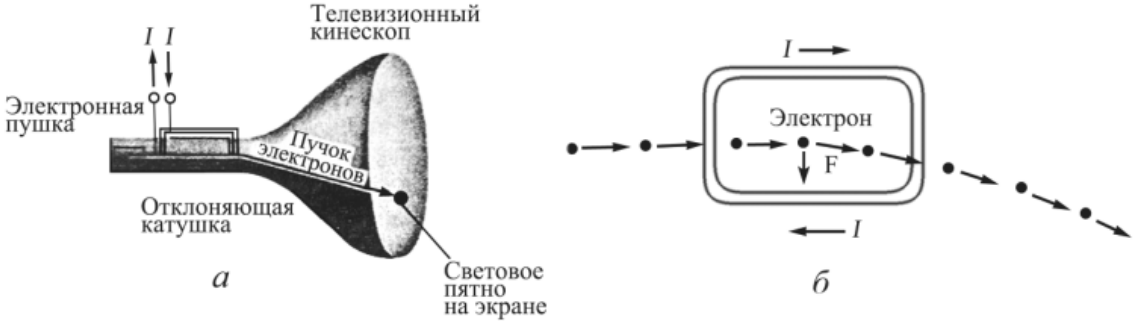


Рис. 2.7

Движение пучка электронов по плоскости экрана стимулируется магнитным полем отклоняющей катушки. Если поднести постоянный

магнит к плоскости экрана, то легко заметить его воздействие на электронный пучок по возникающим в изображении искажениям.

Действие лоренцевой силы в ускорителях заряженных частиц подробно описано в п. 4.3.

2.6. Циркуляция вектора магнитной индукции

Возьмем контур l (рис. 2.8), охватывающий прямой ток I, и вычислим для него циркуляцию вектора магнитной индукции $\vec{B}$, т.е. $\oint \vec{B}_l d\vec{l}$.

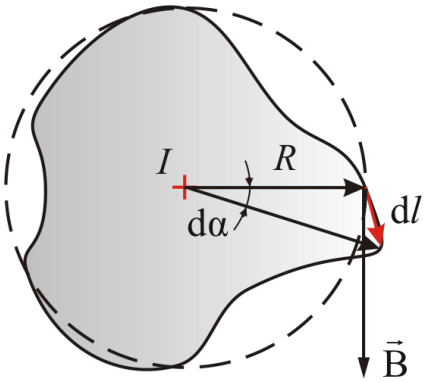


Рис. 2.8

Вначале рассмотрим случай, когда контур лежит в плоскости перпендикулярно потоку (ток I направлен за чертеж). В каждой точке контура вектор $\vec{B}$ направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии $\vec{B}$ прямого тока – окружности).

Воспользуемся свойствами скалярного произведения векторов.

$B_l dl = B dl_B$, где dl_B – проекция dl на вектор $\vec{B}$, но $dl_B = R d\alpha$, где R – расстояние от прямой тока I до dl.

$$B_l dl = B dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} R d\alpha = \frac{\mu_0 I d\alpha}{2\pi}.$$

Отсюда

$$\oint B_l \, dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 I, \qquad (2.6.1)$$

это ***теорема о циркуляции вектора*** $\vec{B}$: *циркуляция вектора магнитной индукции равна току, охваченному контуром, умноженному на магнитную постоянную*.

Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром (рис. 2.9).

При обходе радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении (1–2), а потом в другом (2–1). Поэтому $\oint d\alpha = 0$, и следовательно

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = 0. \qquad (2.6.2)$$

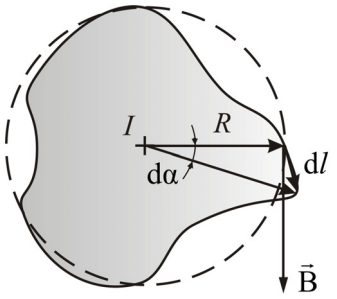


Рис. 2.9

Итак, $\int\limits_L B_l \mathrm{d}l = \mu_0 I$, где I – ток, охваченный контуром L.

Эта формула справедлива и для тока произвольной формы, и для контура произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, то

$$\oint B_l \mathrm{d}l = \mu\mu_0 \sum I_i, \qquad (2.6.3)$$

т.е. ***циркуляция вектора*** $\vec{\mathrm{B}}$ ***равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром произвольной формы***.

Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля $\oint \vec{\mathrm{B}}, \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \mu_0 I$ позволяет легко рассчитать величину B от бесконечного проводника с током (рис. 2.10): $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

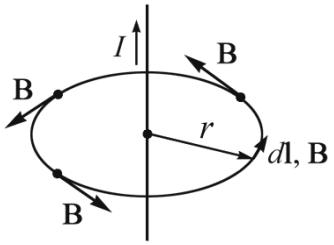


Рис. 2.10

Итак, циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{\mathrm{B}}$ отлична от нуля, если контур охватывает ток (сравните с циркуляцией вектора $\vec{\mathrm{E}}$: $\oint E_l \mathrm{d}l = 0$).

Такие поля, называются ***вихревыми*** или ***соленоидальными***.

Магнитному полю нельзя приписывать потенциал, как электрическому полю. Этот потенциал не был бы однозначным: после каждого обхода по контуру он получал бы приращение $\mu_0 I$.

Линии напряженности *электрического поля* начинаются и заканчиваются на зарядах. А *магнитных* зарядов в природе нет. Опыт показывает, что линии $\vec{\mathrm{B}}$ *всегда замкнуты* (см. рис. 1.2. и 1.7). Поэтому теорема Гаусса для вектора магнитной индукции $\vec{\mathrm{B}}$ записывается так:

$$\oint\limits_S \vec{\mathrm{B}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = 0.$$

2.7. Магнитное поле соленоида

Применим теорему о циркуляции вектора $\vec{B}$ ($\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum I_i$) для вычисления простейшего магнитного поля – бесконечно длинного соленоида, представляющего собой тонкий провод, намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас (рис. 2.11).

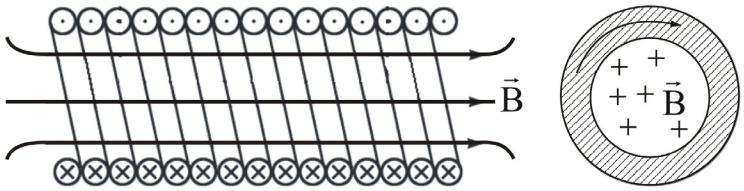


Рис. 2.11

Соленоид можно представить в виде системы одинаковых ***круговых токов с общей*** *прямой осью.*

Бесконечно длинный соленоид симметричен любой, перпендикулярной к его оси плоскости. Взятые попарно (рис. 2.12), симметричные относительно такой плоскости витки создают поле, в котором вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости витка, т.е. *линии магнитной индукции имеют направление параллельное оси соленоида* внутри и вне его.

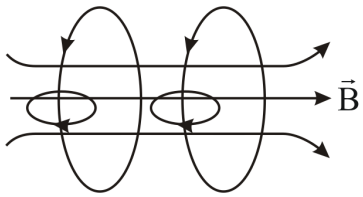


Рис. 2.12

Из параллельности вектора $\vec{B}$ оси соленоида вытекает, что *поле как внутри, так и вне соленоида должно быть однородным*.

Возьмём воображаемый прямоугольный контур 1–2–3–4–1 и разместим его в соленоиде, как показано на рисунке 2.13.

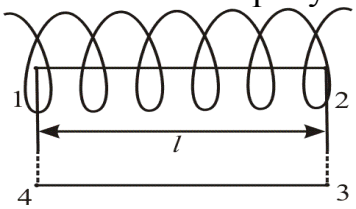


Рис. 2.13

$$\oint_L B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl.$$

Второй и четвёртый интегралы равны нулю, т.к. вектор $\vec{B}$ перпендикулярен направлению обхода, т.е $B_l = 0$.

Возьмём участок 3–4 – на большом расстоянии от соленоида, где поле стремится к нулю; и пренебрежём третьим интегралом, тогда

$$\oint B_l \mathrm{d}l = \int_1^2 B_l \mathrm{d}l = \mu\mu_0 \sum I_i,$$

где $B_l = B$ – магнитная индукция на участке 1–2 – внутри соленоида, μ – магнитная проницаемость вещества.

Если отрезок 1–2 внутри соленоида, контур охватывает ток:

$$nlI = \sum I_i,$$

где n – число витков на единицу длины, I – ток в соленоиде (в проводнике).

Тогда магнитная индукция ***внутри соленоида***:

$$B = \mu\mu_0 nI. \qquad (2.7.1)$$

Вне соленоида:

$$\sum I_i = 0 \text{ и } \oint B_l \mathrm{d}l = Bl = 0, \text{ т.е. } B = 0.$$

Бесконечно длинный соленоид аналогичен плоскому конденсатору – и тут, и там поле однородно и сосредоточено внутри.

Произведение nI – называется *число ампер витков на метр*.

У конца полубесконечного соленоида, на его оси магнитная индукция равна:

$$B = \frac{1}{2}\mu\mu_0 nI. \qquad (2.7.2)$$

Практически, если длина соленоида много больше, чем его диаметр, формула (2.7.1) справедлива для точек вблизи середины, формула (2.7.2) для точек около конца.

Если же катушка короткая, что обычно и бывает на практике, то *магнитная индукция в любой точке A, лежащей на оси соленоида, направлена вдоль оси (по правилу буравчика) и численно равна алгебраической сумме индукций магнитных полей создаваемых в точке A всеми витками.* В этом случае имеем:

- *В точке, лежащей на середине оси соленоида магнитное поле будет максимальным*:

$$B_{\max} = \mu_0\mu nI \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}}, \qquad (2.7.3)$$

где L – длина соленоида, R – радиус витков.

- *В произвольной точке* конечного соленоида (рис. 2.14) магнитную индукцию можно найти по формуле

$$B = \frac{1}{2}\mu_0\mu nI(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (2.7.4)$$

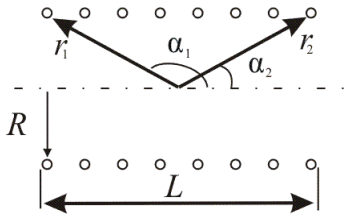


Рис. 2.14

На рисунке 2.15 изображены силовые линии магнитного поля $\vec{B}$: а) металлического стержня; б) соленоида; в) железные опилки, рассыпанные на листе бумаги, помещенной над магнитом, стремятся вытянуться вдоль силовых линий; г) магнитные полюсы соленоида.

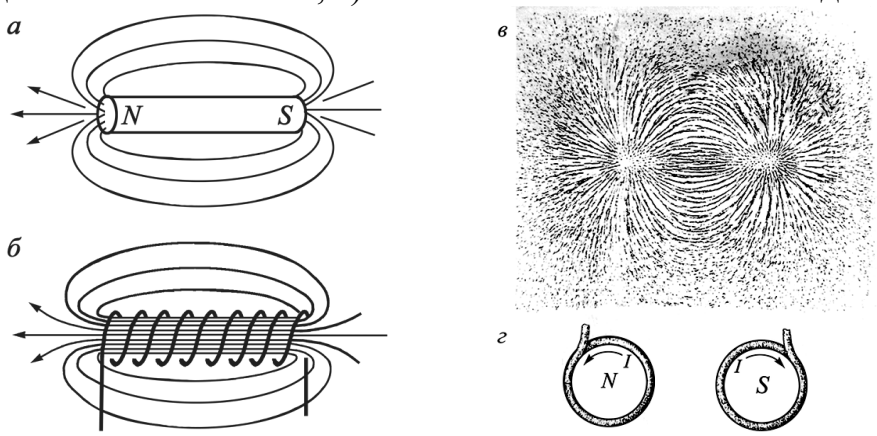


Рис. 2.15

2.8. Магнитное поле тороида

Тороид представляет собой тонкий провод, плотно (виток к витку) намотанный на каркас в форме тора (рис. 2.16).

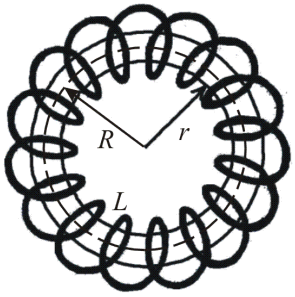


Рис. 2.16

Возьмём контур L в виде окружности радиуса r, центр которого совпадает с центром тора радиуса R.

В силу симметрии, вектор $\vec{B}$ в каждом токе направлен по касательной к контуру.

Следовательно,

$$\oint_L B_l \mathrm{d}l = B2\pi r = Bl, \qquad (2.8.1)$$

где $l = 2\pi r$ – длина контура.

Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток $2\pi RnI$ (n – число витков на единицу длины).

Тогда, в соответствии с *теоремой о циркуляции вектора* $\vec{B}$, можно записать:

$$B2\pi r = 2\pi RnI\mu\mu_0.$$

Отсюда следует:

$$B = \mu\mu_0 nI\frac{R}{r}. \qquad (2.8.2)$$

Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому $B = 0$.

Для тороида, где радиус тора намного больше радиуса витка, отношение $R/r \approx 1$, тогда магнитное поле B можно рассчитать по формуле (2.7.1):

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

В тороиде магнитное поле однородно только величине, т.е. по модулю, но направление его в каждой точке различно.

2.9. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной l (рис. 2.17). Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле $\vec{B}$, перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока I, вектор $\vec{B}$ сонаправлен с $\vec{n}$.

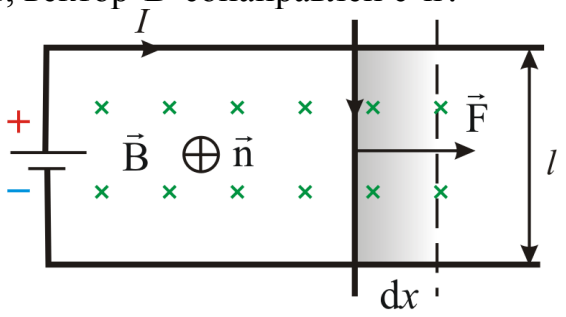


Рис. 2.17

На элемент тока I (подвижный провод) длиной l действует сила Ампера, направленная вправо:

$$F = IlB.$$

Пусть проводник l переместится параллельно самому себе на расстояние dx. При этом совершится работа:

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi.$$

Итак,

$$\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi. \qquad (2.9.1)$$

***Работа**, совершаемая проводником с током при перемещении, численно **равна произведению тока на магнитный поток**, пересечённый этим проводником.*

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

Выведем выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

Рассмотрим прямоугольный контур с током 1-2-3-4-1 (рис. 2.18). Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток Φ_1, пронизывающий контур, направлен по нормали $\vec{\mathrm{n}}$ к контуру, поэтому $\Phi_1 > 0$.

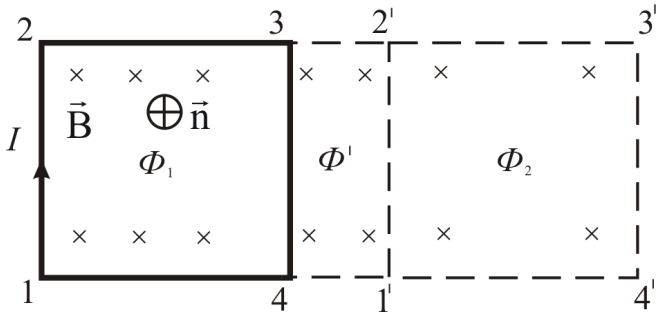


Рис. 2.18

Переместим этот контур параллельно самому себе в новое положение 1'-2'-3'-4'-1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и новый контур будет пронизан магнитным потоком Φ_2.

Площадка 4-3-2'-1'-4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком Φ'.

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41},$$

где A_{23}, A_{41} равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещение (очерчивают нулевую площадку).

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2).$$

Провод 1–2 перерезает поток $(\Phi_1 + \Phi')$, но движется против сил действия магнитного поля.

$$A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi').$$

Тогда общая работа по перемещению контура

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1), \text{ или}$$

$$A = I\Delta\Phi, \qquad (2.9.2)$$

здесь $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ – *это изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.*

***Работа**, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, **равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного** с этим контуром.*

Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi. \qquad (2.9.5)$$

Выражения (2.9.1) и (2.9.5) внешне тождественны, но *физический смысл* величины $\mathrm{d}\Phi$ различен.

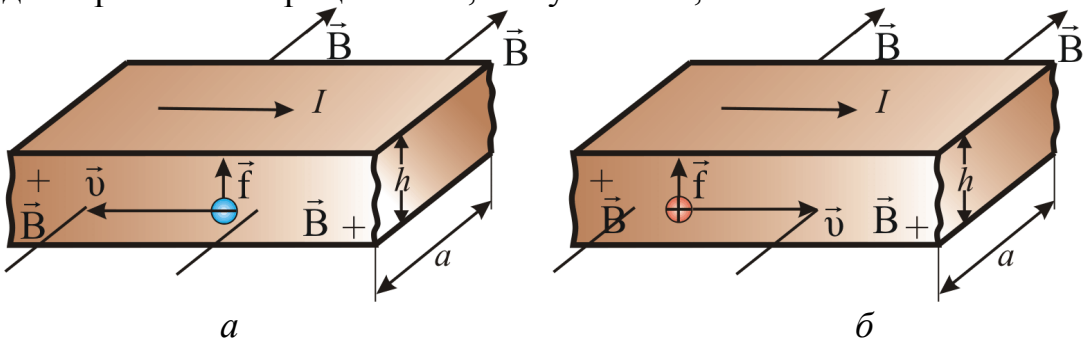
Соотношение (2.9.5), выведенное нами для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле. Более того, если контур неподвижен, а меняется $\vec{B}$, то при изменении магнитного потока в контуре на величину dΦ, магнитное поле совершает ту же работу $\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi$.

2.10. Эффект Холла

Одним из проявлений магнитной составляющей силы Лоренца в веществе служит эффект, обнаруженный в 1879 г. американским физиком Э.Г. Холлом (1855–1938). Эффект состоит в возникновении на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока I и индукции магнитного поля B.

Рассмотрим эффект, обусловленный действием лоренцевой силы $\vec{f}$ на свободные заряды в проводнике. Представим себе проводник с током I в виде плоской ленты, расположенной в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленной от нас (рис. 2.19).

В случае изображенном на рис. 2.19, *а*, верхняя часть проводника будет заряжаться отрицательно, в случае 2.19, *б* – положительно.



а *б*

Рис. 2.19

Это позволяет экспериментально определить знак носителя заряда в проводнике.

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков возникает ***холловская разность потенциалов***, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда.

Подсчитаем величину холловской разности потенциалов (U_x).

Обозначим: E_x – напряженность электрического поля, обусловленного ЭДС Холла, h – толщина ленты проводника.

$$U_x = E_x h. \qquad (2.10.1)$$

Перераспределение зарядов прекратится, когда сила qE_x уравновесит лоренцеву силу, т.е.

$$qE_x = q\upsilon B \quad \text{или} \quad E_x = B\upsilon.$$

Плотность тока $j = n\upsilon q$, отсюда $\upsilon = \frac{j}{nq}$. Тогда $E_x = B\frac{j}{nq}$.

Подставим E_x в (2.10.1) и найдем U_x:

$$U_x = \frac{jBh}{nq} \text{ или } U_x = \frac{BhI}{nqS} = \frac{BI}{qna} = \frac{RBI}{a}, \qquad (2.10.2)$$

где $R = 1/qn$ – коэффициент Холла.

Исследования ЭДС Холла привели к удивительным выводам. Металлы могут обладать проводимостью *p*-типа (Zn, Cd – у них дырки более подвижные, чем электроны). Это металлы с чуть перекрывающимися знаками, т.е. полуметаллы.

Из формулы (2.10.2) можно найти число носителей заряда:

$$n = \frac{IB}{qaU_x} \qquad (2.10.3)$$

Итак, измерение холловской разности потенциалов позволяет определить:

- знак заряда и тип носителей;
- количество носителей.

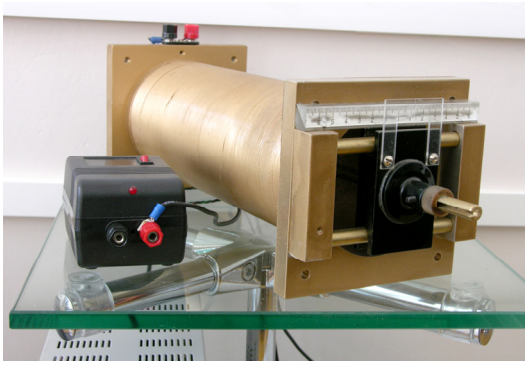


Рис 2.20

На рисунке 2.20 показана установка для исследования магнитного поля длинного соленоида с помощью датчика Холла.

Контрольные вопросы

1. Как, пользуясь магнитной стрелкой, можно определить знаки полюсов источников постоянного тока?
2. Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?
3. Что называют индукцией магнитного поля? Каково направление вектора $\vec{B}$? Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока?
4. Записав закон Био-Савара-Лапласа, объясните его смысл.
5. Рассчитайте, применяя закон Био-Савара-Лапласа, магнитное поле: 1) прямого тока; 2) в центре кругового проводника с током.
6. Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления.
7. Назовите единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Дайте им определения.
8. Определите числовое значение магнитной постоянной.
9. Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?
10. Чему равна и как направлена сила, действующая на отрицательный электрический заряд, движущийся в магнитном поле?
11. Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.
12. Как будет двигаться заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле, к вектору $\vec{B}$ под углом $\pi/2$?
13. Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? Ответы подтвердите выводами.
14. Что такое ускорители заряженных частиц? Какие они бывают и чем характеризуются?
15. Почему для ускорения электронов не применяются циклотроны?
16. В чем заключается принцип автофазировки? Где он используется?
17. В чем заключается эффект Холла? Выведите формулу для холловской разности потенциалов.
18. Какие данные о проводниках и полупроводниках можно получить на основе экспериментального исследования эффекта Холла?
19. В чем заключается теорема о циркуляции вектора магнитной индукции $\vec{B}$? Применив ее, рассчитайте магнитное поле прямого тока.
20. Какой вывод можно сделать, сравнивая циркуляцию векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$?
21. Какая теорема доказывает вихревой характер магнитного поля? Как она формулируется?
22. Почему магнитное поле является вихревым?

Тема 3. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

3.1. Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца

С момента открытия связи магнитного поля с током (что является подтверждением симметрии законов природы), делались многочисленные попытки получить *ток с помощью магнитного поля*. Задача была решена Майклом Фарадеем в 1831 г. (Американец Джозеф Генри тоже открыл, но не успел опубликовать свои результаты. Ампер также претендовал на открытие, но не смог представить свои результаты).

Фарадей Майкл (1791–1867) – знаменитый английский физик. Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии. Создал лабораторную модель электродвигателя. Открыл экстратоки при замыкании и размыкании цепи и установил их направление. Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845 г. употребил термин «магнитное поле». Кроме всего прочего, М. Фарадей открыл явления диа- и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному: ориентируются по полю (пара- и ферромагнетики) или поперек поля – диамагнетики.

Из школьного курса физики опыты Фарадея хорошо известны (рис 3.1,рис 3.2, рис 3.3).

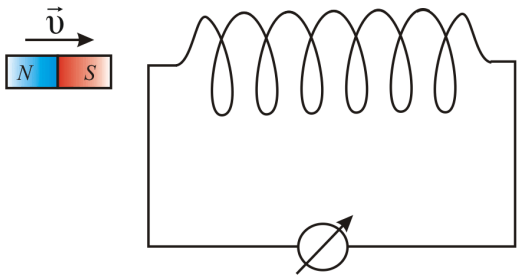


Рис. 3.1

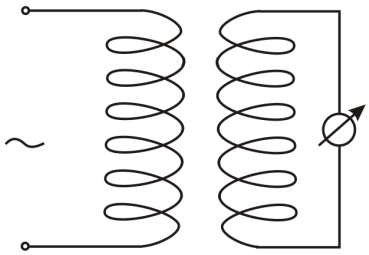


Рис. 3.2

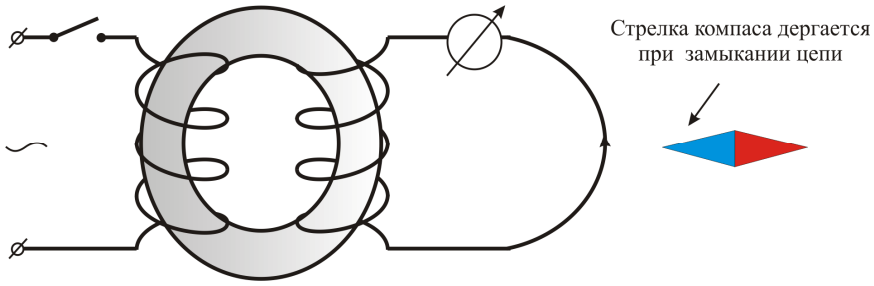


Рис. 3.3

Если подносить постоянный магнит к катушке или наоборот (рис.3.1), то в катушке возникнет электрический ток. То же самое происходит с двумя близко расположенными катушками: если к одной из

катушек подключить источник переменного тока, то в другой также возникнет переменный ток (рис. 3.2), но лучше всего этот эффект проявляется, если две катушки соединить сердечником (рис. 3.3).

По определению Фарадея общим для этих опытов является следующее: *если поток вектора индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур, меняется, то в контуре возникает электрический ток.*

Это явление называют ***явлением электромагнитной индукции****, а ток –* ***индукционным****. При этом явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.*

Итак, получается, что *движущиеся заряды* (*ток*) *создают магнитное поле, а движущееся магнитное поле создает* (*вихревое*) *электрическое поле и собственно индукционный ток.*

Для каждого конкретного случая Фарадей указывал направление индукционного тока.

В 1833 г. русский физик Э.Х. Ленц установил общее ***правило нахождения направления тока***: *индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.* Это утверждение носит название ***правило Ленца.***

Заполнение всего пространства однородным магнетиком приводит, при прочих равных условиях, к увеличению индукции в μ раз. Этот факт подтверждает то, что индукционный ток обусловлен изменением потока вектора магнитной индукции $\vec{B}$, а не потока вектора напряженности $\vec{H}$.

3.2. Величина ЭДС индукции

Для создания тока в цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила индукции $\mathscr{E}_i$. Наша *задача*, используя законы сохранения энергии, найти величину $\mathscr{E}_i$ и выяснить ее природу.

Рассмотрим перемещение подвижного участка 1–2 контура с током в магнитном поле $\vec{B}$ (рис. 3.4).

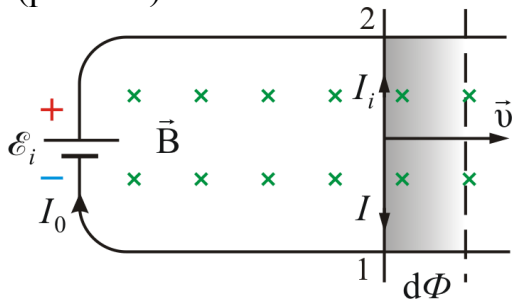


Рис. 3.4

Пусть сначала магнитное поле $\vec{B}$ отсутствует. Батарея с ЭДС равной $\mathscr{E}_0$ создает ток I_0. За время dt, батарея совершает работу:

$$\mathrm{d}A = \mathscr{E}_0 I_0 \mathrm{d}t . \qquad (3.2.1)$$

Эта работа будет переходить в тепло, которое можно найти по закону Джоуля–Ленца:

$$Q = \mathrm{d}A = \mathscr{E}_0 I_0 \mathrm{d}t = I_0^2 R \mathrm{d}t,$$

здесь $I_0 = \dfrac{\mathscr{E}_0}{R}$, R – полное сопротивление всего контура.

Поместим контур в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Линии $\vec{B} \| \vec{n}$ и связаны с направлением тока «правилом буравчика». Поток Φ, сцепленный с контуром – положителен.

Каждый элемент контура испытывает механическую силу $\mathrm{d}\vec{F}$. Подвижная сторона рамки будет испытывать силу $\vec{F}_0$. Под действием этой силы участок 1–2 будет перемещаться со скоростью $\upsilon = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. При этом изменится и поток магнитной индукции. Тогда в результате электромагнитной индукции, ток в контуре изменится и станет равным: $I = I_0 - I_i$.

Изменится и сила $\vec{F}_0$, которая теперь станет равной результирующей силе $\vec{F}$. Эта сила за время dt произведет работу dA:

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x = I\mathrm{d}\Phi.$$

Как и в случае, когда все элементы рамки неподвижны, источником работы является $\mathscr{E}_0$.

При неподвижном контуре эта работа сводилась только лишь к выделению тепла. В нашем случае тепло тоже будет выделяться, но уже в другом количестве, так как ток изменился. Кроме того, совершается механическая работа. Общая работа за время dt равна:

$$\mathscr{E}_0 I\mathrm{d}t = I^2 R\mathrm{d}t + I\mathrm{d}\Phi. \qquad (3.2.2)$$

Умножим левую и правую часть выражения (3.2.2) на $\dfrac{1}{IR\mathrm{d}t}$, получим

$$\frac{\mathscr{E}_0}{R} = I + \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Отсюда

$$I = \frac{\mathscr{E}_0 - \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}{R}. \qquad (3.2.3)$$

Полученное выражение (3.2.3) мы вправе рассматривать ***как закон Ома для контура***, в котором, кроме источника $\mathscr{E}_0$, действует $\mathscr{E}_i$, равная:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}. \qquad (3.2.4)$$

ЭДС индукции контура ($\mathcal{E}_i$) *равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей этот контур.*

Это выражение (3.2.4) для ЭДС индукции контура является совершенно универсальным, не зависящим от способа изменения потока магнитной индукции и носит название ***закон Фарадея***.

Знак минус – математическое выражение ***правила Ленца*** *о направлении индукционного тока:* ***индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим полем противодействовать изменению начального магнитного поля.***

Направление индукционного тока и направление $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ связаны «*правилом буравчика*» (рис. 3.5).

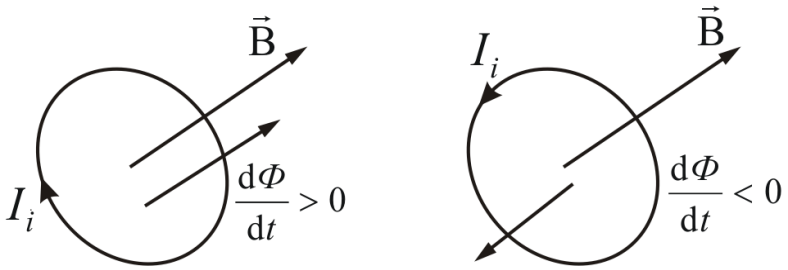


Рис. 3.5

Размерность ЭДС индукции: $\left[\mathcal{E}_i\right] = \frac{[\Phi]}{[t]} = \frac{\mathrm{B}\cdot\mathrm{c}}{\mathrm{c}} = \mathrm{B}$.

Если контур состоит из нескольких витков, то надо пользоваться понятием ***потокосцепления*** (*полный магнитный поток*):

$$\Psi = \Phi N,$$

где N – число витков.

Итак, если

$$\mathcal{E}_i = -\sum_{i=1}^{N}\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_{i=1}^{N}\Phi_i,$$

$$\sum\Phi_i = \Psi.$$

Тогда ***закон Фарадея*** можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}. \qquad (3.2.5)$$

3.3. Природа ЭДС индукции

Ответим на вопрос, что является причиной движения зарядов, причиной возникновения индукционного тока. Рассмотрим рис. 3.6.

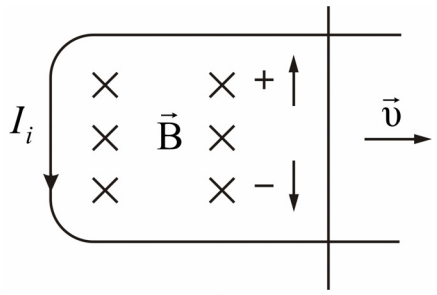


Рис. 3.6

- Если перемещать проводник в однородном магнитном поле $\vec{B}$, то под действием силы Лоренца, электроны будут отклоняться вниз, а положительные заряды вверх – возникает разность потенциалов. Это и будет $\mathcal{E}_i^{\circ}$ – ***сторонняя сила,*** под действием которой течет ток. Как мы знаем, для положительных зарядов

$$\vec{F}_л = q^+[\vec{B}, \vec{\upsilon}], \text{ для электронов } \vec{F}_л = -e[\vec{B}, \vec{\upsilon}].$$

- Если проводник неподвижен, а изменяется магнитное поле, какая сила возбуждает индукционный ток в этом случае?

Возьмем обыкновенный трансформатор (рис. 3.3). Как только мы замкнули цепь первичной обмотки, во вторичной обмотке сразу возникает ток. Сила Лоренца здесь ни причем, т.к. она действует на движущиеся заряды.

Ответ был дан Дж. Максвеллом в 1860 г.: ***всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве переменное электрическое поле*** *E'***.** Оно и *является причиной возникновения индукционного тока в проводнике*. То есть, *E'* возникает только при наличии переменного магнитного поля (на постоянном токе трансформатор не работает).

Сущность явления электромагнитной индукции совсем не в появлении индукционного тока (ток появляется тогда, когда есть заряды и замкнута цепь), *а в возникновении вихревого электрического поля* (не только в проводнике, но и в окружающем пространстве, в вакууме).

Это поле имеет совершенно иную структуру, нежели поле, создаваемое зарядами. Так как оно не создается зарядами, то силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах, как это было у нас в электростатике. Это поле вихревое, силовые линии его замкнуты.

Так как это поле перемещает заряды, оно обладает силой. Введем вектор напряженности вихревого электрического поля $\vec{E}'$. Сила, с которой это поле действует на заряд,

$$\vec{F}' = q\vec{E}'.$$

Но когда заряд движется в магнитном поле, на него действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_л' = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

Эти силы должны быть равны: $q\vec{E}' = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$, отсюда:

$$\vec{E}' = [\vec{\upsilon}, \vec{B}], \qquad (3.3.1)$$

здесь $\vec{\upsilon}$ – скорость движения заряда q относительно $\vec{B}$. Но для явления электромагнитной индукции важна скорость изменения магнитного поля $\vec{B}$. Поэтому можно записать:

$$\vec{E}' = -[\vec{\upsilon}_B, \vec{B}], \qquad (3.3.2)$$

где $\vec{\upsilon}_B$ – скорость движения магнитного поля относительно заряда.

ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$. Если площадь S, которую пронизывает магнитный поток, величина постоянная (S = const), то можно записать:

$$\mathscr{E}_i = -S\frac{dB}{dt},$$

то есть, ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$ пропорциональна скорости изменения магнитного поля $\dfrac{dB}{dt}$.

3.4. Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля

Чему равна циркуляция вектора вихревого электрического поля $\vec{E}'$ в случае, изображенном на рис. 3.7?

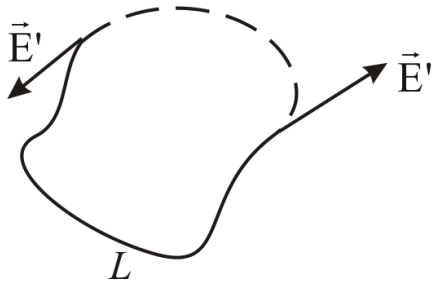


Рис. 3.7

Работу вихревого электрического поля по перемещению заряда вдоль замкнутого контура L можно подсчитать по формуле:

$$dA = q\oint_L \vec{E}'d\vec{l}. \qquad (3.4.1)$$

С другой стороны, *работа по перемещению единичного заряда вдоль замкнутой цепи равна ЭДС, действующей в этой цепи*:

$$\mathrm{d}A = \mathscr{E}_i q \,. \qquad (3.4.2)$$

Из сравнения (3.4.1) и (3.4.2) можно сделать заключение, что циркуляция вектора электрического поля равна:

$$\oint_L \vec{\mathrm{E}}' \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \mathscr{E}_i \,. \qquad (3.4.3)$$

Так как никаких других сторонних сил в цепи, где течет индукционный ток, нет, то можно записать:

$$\oint_L \vec{\mathrm{E}}' \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}. \qquad (3.4.4)$$

Эти выражения для циркуляции справедливы всегда, независимо от того, выполнен контур в виде линейного проводника, диэлектрика или речь идет о контуре (мысленном) в вакууме.

При движении заряда в проводнике из-за сопротивления устанавливается динамическое равновесие.

Если контур выполнен из диэлектрика, то каждый элемент его поляризуется в соответствии с действующим электрическим полем $\vec{\mathrm{E}}'$.

Если заряд q движется в вакууме по контуру, то при каждом обходе контура механическая энергия его возрастает на величину

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \oint_L q\vec{\mathrm{E}}' \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = q\mathscr{E}_i \,. \qquad (3.4.5)$$

На использовании этого факта основан оригинальный ускоритель электронов – *бетатрон* (см. п. 4.3).

3.5. Токи Фуко (вихревые токи)

До сих пор мы рассматривали индукционные токи в линейных проводниках. Но индукционные токи будут возникать и в толще сплошных проводников при изменении в них потока вектора магнитной индукции $\vec{\mathrm{B}}$. Они будут циркулировать в веществе проводника (напомним, что линии $\vec{\mathrm{E}}'$ – замкнуты). Так как электрическое поле вихревое, то и токи называются вихревыми токами, или *токами Фуко*.

Если медную пластину отклонить от положения равновесия и отпустить так, чтобы она вошла со скоростью υ в пространство между полосами магнита, то пластина практически остановится в момент ее вхождения в магнитное поле (рис. 3.8).

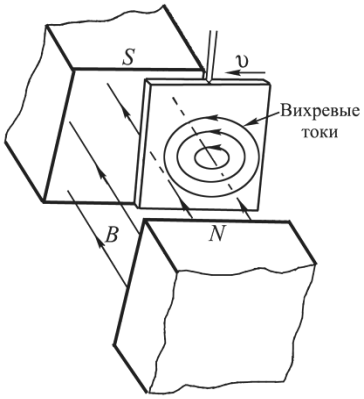


Рис. 3.8

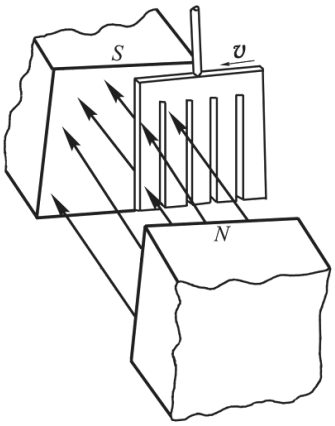


Рис. 3.9

Замедление движения связано с возбуждением в пластине вихревых токов, препятствующих изменению потока вектора магнитной индукции. Поскольку пластина обладает конечным сопротивлением, токи индукции постепенно затухают и пластина медленно двигается в магнитном поле. Если электромагнит отключить, то медная пластина будет совершать обычные колебания, характерные для маятника.

Сила и расположение вихревых токов очень чувствительны к форме пластины. Если заменить сплошную медную пластину «гребенкой» – медной пластиной с пропилами, то вихревые токи в каждой части пластины возбуждаются меньшими потоками. Индукционные токи уменьшаются, уменьшается и торможение (рис. 3.9). Маятник в виде гребенки колеблется в магнитном поле почти без сопротивления. Этим опытом объясняется, почему сердечники электромагнитов, трансформаторов делают не из сплошного куска железа, а набранными из тонких пластин, изолированных друг от друга. В результате уменьшаются токи Фуко и выделяемое ими тепло.

Если взять медный диск диаметром ≈ 5 см и толщиной ≈ 5 мм и уронить его между полюсами электромагнита, то при выключенном магните диск падает с обычным ускорением. При включении магнитного поля ≈ 1 Тл падение диска резко замедляется и его движение напоминает падение тела в очень вязкой среде.

Тормозящее действие тока Фуко используется для создания магнитных успокоителей – демпферов. Если под качающейся в горизонтальной плоскости магнитной стрелкой расположить массивную медную пластину, то возбуждаемые в медной пластине токи Фуко будут тормозить колебание стрелки. Магнитные успокоители такого рода используются в сейсмографах, гальванометрах и других приборах.

Токи Фуко применяются в электрометаллургии для плавки металлов. Металл помещают в переменное магнитное поле, создаваемое током частотой 500 – 2000 Гц. В результате индуктивного разогрева металл плавится, а тигль, в котором он находится, при этом остается хо-

лодным. Например, при подведенной мощности 600 кВт тонна металла плавится за 40–50 минут.

3.6. Скин-эффект

Если быстропеременный высокочастотный ток протекает по проводнику, то вихревые токи, индуцируемые в проводнике, препятствуют равномерному распределению плотности тока по поперечному сечению проводника – плотность тока на оси провода оказывается меньше, чем у его поверхности. Ток как бы вытесняется на поверхность провода, при этом вихревые токи по оси проводника текут против направления основного тока, а на поверхности – в том же направлении (рис. 3.10). Это явление называется скин-эффектом (от англ. *skin* – кожа, оболочка). Впервые это явление описано в 1885–1886 гг. английским физиком О. Хевисайдом, а обнаружено на опыте его соотечественником Д. Юзом в 1886 г.

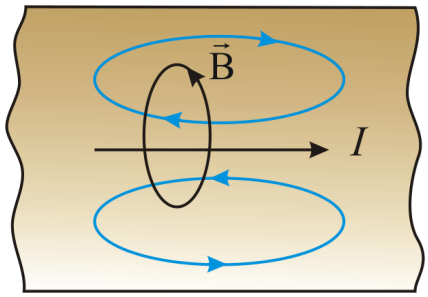


Рис. 3.10

При нарастании тока в проводе ЭДС индукции направлена против тока. Электрическое поле самоиндукции максимально на оси провода, что приводит к неравномерному распределению плотности тока. Плотность тока убывает от поверхности к оси провода примерно по экспоненциальному закону.

При частоте $\nu = 50$ Гц, $r_0 = 10$ мм – ток практически равномерно распределен по объему проводов, исключая очень толстые кабели. Но при высокочастотных колебаниях $\nu \approx 100$ МГц $= 10^8$ Гц глубина проникновения $r_0 \approx 7 \cdot 10^{-3}$ мм и ток почти целиком течет по поверхности провода. По этой причине с целью уменьшения потерь поверхность высокочастотных контуров серебрят. Провода для переменных токов высокой частоты, учитывая скин-эффект, сплетают из большого числа тонких проводящих нитей, изолированных друг от друга эмалевым покрытием – *литцендратом*.

ВЧ-токи используются для закалки поверхностей деталей: поверхностный слой разогревается быстро в ВЧ-поле, закаливается и становится прочным, но не хрупким, так как внутренняя часть детали не разогревалась и не закаливалась.

Тема 4. УСКОРИТЕЛИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

4.1. Классификация ускорителей

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетичных заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т.д.).

Любой ускоритель характеризуется типом ускоряемых частиц, разбросом частиц по энергиям и интенсивностью пучка. Ускорители подразделяются на ***непрерывные*** (равномерный во времени пучок) и ***импульсные*** (в них частицы ускоряются порциями – импульсами). Последние характеризуются длительностью импульса.

По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на ***линейные***, ***циклические*** и ***индукционные***. В линейных ускорителях траектории движения частиц близки к прямым линиям, в циклических и индукционных траекториями частиц являются окружности или спирали.

Рассмотрим некоторые типы ускорителей заряженных частиц.

4.2. Линейные ускорители

1. ***Линейный ускоритель***. Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем, создаваемым, например, высоковольтным генератором Ван-де-Граафа (см ч. 3, п. 5.3). Заряженная частица проходит поле однократно: заряд q, проходя разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, приобретает кинетическую энергию $K = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Таким способом частицы ускоряются до ≈ 10 МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т.д.

2. ***Линейный резонансный ускоритель***. Ускорение заряженных частиц осуществляется переменным электрическим полем сверхвысокой частоты, синхронно изменяющимся с движением частиц. Таким способом протоны ускоряются до энергий порядка десятков мегаэлектронвольт, электроны – до десятков гигаэлектронвольт.

Общий вид линейного ускорителя на бегущей волне приведен на рисунке 4.1. Заряженные частицы многократно проходят ускоряющий промежуток в двух резонаторах изображенных на рисунке.

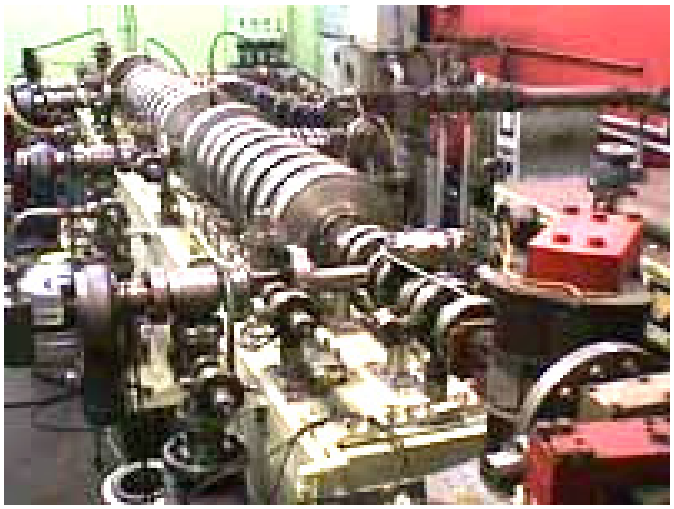


Рис. 4.1

4.3. Циклические ускорители

1. ***Циклотрон*** – циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов). Принципиальная схема циклотрона приведена на рисунке 4.2.

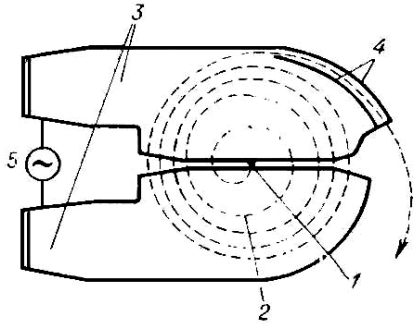


Рис. 4.2

Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов (3). К дуантам приложено переменное электрическое поле (5). Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.

Если заряженную частицу ввести в центр зазора (1) между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитным полями, войдет в дуант и опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы. К моменту ее выхода из первого дуанта полярность напряжения изменяется (при соответствующем подборе изменения напряжения между дуантами), поэтому частица вновь ускоряется и, переходя во второй дуант, описывает там полуокружность уже большего радиуса (2) и т.д.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнять условие синхронизма (условие «резонанса») – периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля должны быть равны. При выполнении этого условия частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную энергию. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона (4).

В циклотронах заряженная частица с зарядом q и массой m ускоряется до скоростей, при которых релятивистский эффект увеличения массы частицы практически не проявляется. Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Радиус траектории частицы

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}.$$

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий примерно 20 МэВ. Дальнейшее их ускорение в циклотроне *ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью*, что приводит к увеличению периода обращения (он пропорционален массе) и синхронизм нарушается. Поэтому циклотрон совершенно неприменим для ускорения электронов (при E = 0,5 МэВ, $m = 2m_0$, при E = 10 МэВ $m = 28m_0$).

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применять предложенный в 1944 г. советским физиком В. И. Векслером (1907–1966) и в 1945 г. американским физиком Э. Мак–Милланом (1907–1991) ***принцип автофазировки***. Его идея заключается в том, что для компенсации увеличения периода вращения частиц, ведущего к нарушению синхронизма, изменяют либо частоту ускоряющего электрического, либо индукцию магнитного полей, либо то и другое. Принцип автофазировки используется в фазотроне, синхротроне и синхрофазотроне.

2. ***Микротрон*** (электронный циклотрон) – циклический резонансный ускоритель, в котором, как и в циклотроне, и магнитное поле, и частота ускоряющего поля постоянны во времени, но резонансное условие в процессе ускорения всё же сохраняется за счёт изменения кратности ускорения q. Частица вращается в микротроне в

однородном магнитном поле, многократно проходя ускоряющий резонатор. В резонаторе она получает такой прирост энергии, что её период обращения изменяется на величину, равную или кратную периоду ускоряющего напряжения. Причем, если частица с самого начала вошла в резонанс с ускоряющим полем, этот резонанс сохраняется, несмотря на изменение периода обращения. В микротроне действует механизм автофазировки, так что частицы, близкие к равновесной орбите, также будут ускоряться.

Микротрон – ускоритель непрерывного действия, и способен давать токи порядка 100 мА, максимальная достигнутая энергия порядка 30 Мэв (Россия, Великобритания). Реализация больших энергий затруднительна из-за повышенных требований к точности магнитного поля, а существенное повышение тока ограничено электромагнитным излучением ускоряемых электронов.

Для длительного сохранения резонанса магнитное поле микротрона должно быть однородным. Такое поле не обладает фокусирующими свойствами по вертикали; соответствующая фокусировка производится электрическим полем резонатора. Предлагались варианты микротронов с меняющимся по азимуту магнитным полем (секторный микротрон), но сколько-нибудь значительного развития они пока не получили.

3. ***Фазотрон*** (синхроциклотрон) – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (например, протонов, ионов, α-частиц), в котором управляющее магнитное поле постоянно, а частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом. Движение частиц в фазотроне, как и в циклотроне, происходит по раскручивающейся спирали. Частицы в фазотроне ускоряются до энергий примерно равных 1 ГэВ (ограничения здесь определяются размерами фазотрона, так как с ростом скорости частиц растет радиус их орбиты).

4. ***Синхротрон*** – циклический резонансный ускоритель ультрарелятивистских электронов, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна. На рисунке 4.3 схематически изображен синхротрон: 1 – инжектор электронов; 2 – поворотный магнит; 3 – пучек электронов; 4 – управляющий электромагнит; 5 – вакуумная тороидальная камера; 6 – ускоряющий промежуток.

Внешний вид Томского синхротрона на 1,5 ГэВ представлен на рисунке 4.4. Электроны в разных синхротронах ускоряются до энергий 5 – 10 ГэВ.

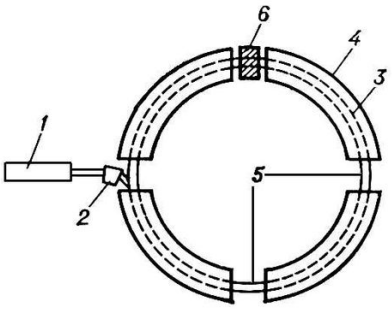


Рис. 4.3

Рис. 4.4

5. ***Синхрофазотрон*** – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором объединяются свойства фазотрона и синхротрона. Здесь управляющее магнитное поле и частота ускоряющего электрического поля одновременно изменяются во времени так, чтобы радиус равновесной орбиты частиц оставался постоянным. На рис. 4.5 изображен Серпуховской синхрофазотрон У-70 на энергию 70 ГэВ.

Рассмотрим действие лоренцевой силы и рассчитаем энергию протонного ускорителя, представляющего собой кольцевой магнит диаметром 2 км. Между полюсами этого магнита расположена тороидальная вакуумная камера, в которую инжектирован пучок протонов. Если смотреть на ускоритель сверху (рис. 4.6), то пучок протонов движется по часовой стрелке со скоростью υ, близкой к скорости света.

На протон действует центростремительная сила, направленная к центру. Если поле $\vec{B}$ направлено из плоскости чертежа, то сила Лоренца $\vec{F} = [\vec{\upsilon}, \vec{B}]$ всегда направлена к центру.

Рис. 4.5

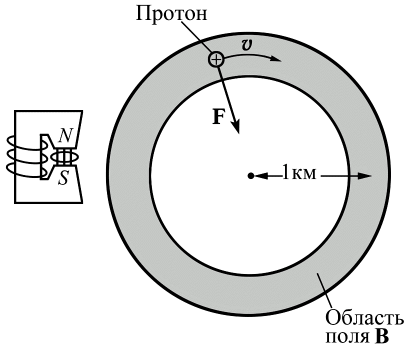


Рис. 4.6

Центростремительная сила равна:

$$F_ц = m_r(\upsilon^2 / R),$$

где m_r – релятивистская масса протона. Так как эта сила обусловлена действием магнитного поля, она равна $(e\upsilon B)$. Тогда $m_r\upsilon^2 / R = e\upsilon B$.

Поскольку $\upsilon \approx c$, то можно записать $m_r c^2 = ecBR$ – так можно рассчитать полную релятивистскую энергию протонов:

$$E = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{3} = 8{,}64 \cdot 10^{-8}\ \text{Дж} = 540\ \text{ГэВ}.$$

Заметим при этом, что магнитное поле не увеличивает скорость или энергию частиц. Ускорение протонов осуществляется при каждом их обороте в кольце за счет электростатического поля, которое действует на коротком участке кольца.

Планируется построить в г. Серпухове протонный синхрофазотрон на энергию примерно 3 000 ГэВ (диаметр установки примерно 6 000 м).

В фазотронах, микротронах, синхротронах и синхрофазотронах частицы ускоряются до релятивистских скоростей.

Масса частицы m зависит от ее скорости υ:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя частицы; $\beta = \upsilon / c$ – отношение скорости частицы υ к скорости света c в вакууме.

Кинетическая энергия частицы K: $K = W - W_0$, где $W = mc^2$ – полная энергия частицы; $W_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы.

Импульс релятивистской частицы

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{K(K + 2m_0 c^2)}.$$

Период обращения релятивистской частицы

$$T = \frac{2\pi m_0}{qB\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}} = \frac{2\pi W}{qBc^2}.$$

Радиус окружности траектории релятивистской частицы

$$R = \frac{m_0 \upsilon}{qB\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}.$$

6. ***Бетатрон*** – единственный циклический ускоритель (электронов) нерезонансного типа, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем.

Электродвижущая сила индукции, создаваемая переменным магнитным полем, может существовать и в отсутствие проводников. Энергия K, передаваемая вихревым электрическим полем единичному положительному заряду, равна контурному интегралу по замкнутой траектории L:

$$K = \mathscr{E} = \oint_L \vec{\mathrm{E}}\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

Согласно закону Фарадея, этот интеграл равен изменению магнитного потока через замкнутый контур L. Таким образом, вихревое

электрическое поле может действовать на сгусток электронов, двигающихся в изменяющемся магнитном поле, и ускорять их. При определенных условиях движение электронов происходит в переменном магнитном поле по орбите постоянного радиуса и является устойчивым, причем энергия электронов увеличивается за счет вихревого электрического поля, создаваемого изменяющимся магнитным потоком, пронизывающим орбиту частиц (рис. 4.7). Циклический индукционный ускоритель электронов данного типа называется *бетатроном*.

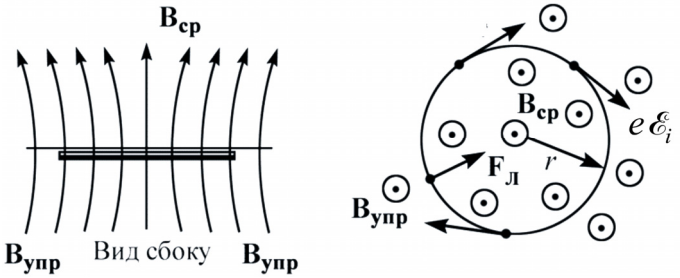


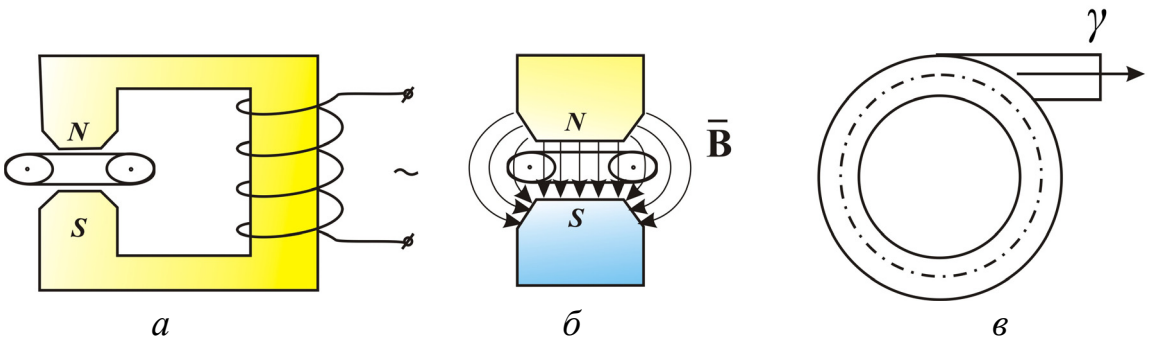
Рис. 4.7

Как показано на рисунке 4.7, переменный центральный магнитный поток $B_{\text{ср}}$ создает в бетатроне вихревую ЭДС индукции, ускоряющую электроны. В соответствии с выражением (3.4.5)

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = q\mathscr{E}_i^{\circ},$$

при каждом обходе контура энергия электронов увеличивается на величину $q\mathscr{E}_i^{\circ}$.

Удержание электронов на стационарной круговой орбите осуществляется управляющим магнитным полем $B_{\text{упр}}$, определенным образом, изменяющимся во времени.



а *б* *в*

Рис. 4.8

Бетатрон (рис. 4.8, *а*) состоит из тороидальной вакуумной камеры (рис. 4.8 *в*), помещающейся между полюсами электромагнита специальной формы (рис. 4.8 *б*). Обмотка электромагнита питается переменным током с частотой $\nu \approx 100\,\text{Гц}$.

Переменное магнитное поле выполняет две функции: во-первых, создает вихревое электрическое поле, ускоряющее электроны внутри тороида; во-вторых, удерживает электроны на орбите (силовые линии располагаются так, чтобы пучок электронов находился в состоянии устойчивого равновесия в центре тора).

За время порядка 10^{-3} с электроны успевают сделать до 10^6 оборотов и приобрести энергию до 500 МэВ (сотни МэВ в разных ускорителях). При такой энергии скорость электронов близка к скорости света ($\upsilon \approx c$).

Кроме того, сам же пучек электронов в данном случае выполняет роль вторичной обмотки трансформатора.

В конце цикла ускорения включается дополнительное магнитное поле, которое отклоняет электроны от стационарной орбиты и направляет их на специальную мишень, расположенную внутри камеры. Попадая на мишень, электроны тормозятся в ней и испускают жесткие γ-лучи или рентген, которые используются в ядерных исследованиях при неразрушающих методах контроля, в медицине и т.д.

Идея бетатрона запатентована в 1922 г. Дж. Слепяном. В 1928 г. Р. Видероэ сформулировал условие существования равновесной орбиты – орбиты постоянного радиуса «условие 2:1». Первый действующий бетатрон был создан в 1940 г. Д. Керстом.

В СССР первые бетатроны были разработаны и созданы учеными Томского политехнического института (ныне университета): профессорами А.А. Воробьевым, Л.М. Ананьевым, В.И. Горбуновым, В.А. Москалевым, Б.Н. Родимовым. В последующие годы в институте интроскопии (НИИН при ТПУ) под руководством профессора В.Л. Чахлова, успешно разрабатываются и изготавливаются малогабаритные переносные бетатроны применяемые в медицине, дефектоскопии и других прикладных и научных исследованиях.

Благодаря простоте конструкции, дешевизне и удобству пользования бетатроны нашли особо широкое применение в прикладных целях в диапазоне энергии 20 ÷ 50 МэВ. Используется непосредственно сам электронный пучок или тормозное γ-излучение, энергия которого может плавно изменяться.

7. ***Большой андронный коллайдер* (*БАК*).**

В 2000 году физики из ЦЕРНа (европейский центр ядерных исследований), работающие на 27-километровом кольцевом Большом электрон-позитронном коллайдере LEP (Large Electron Positron Collider), обнародовали фотографии превращений элементарных частиц, которые вроде бы свидетельствовали о реальности хиггсовского бозона, однако

последующие эксперименты доказали преждевременность этого вывода. В то время считалось, что масса этой частицы не превышает 96 Гэв, что лежало в пределах возможностей черновского коллайдера. В то же время теоретические расчеты показывают, что даже небольшое увеличение массы *t*-кварка должно весьма значительно повышать массу хиггсовского бозона. Коль скоро теперь этот кварк «потяжелел» с 175 до 178 Гэв, теоретически вычисленная масса бозона Хиггса оказывается не меньше 117 Гэв, но может составлять и 251 Гэв. Это означает, что бозон Хиггса невозможно получить ни на одном ныне действующем ускорителе, так что выводы европейских физиков и в самом деле приходится признать ошибочными. Однако не будем огорчаться – сейчас ЦЕРН строит более мощный ускоритель, LHC (Large Hadron Collider) – Большой адронный коллайдер (рис. 4.9, рис 4.10). Его энергии должно хватить и для долгожданной поимки хиггсовского бозона – конечно, если его масса вновь не подскочит. Новый суперускоритель ЦЕРНа будет запущен в 2007 году, так что ждать осталось уже недолго.

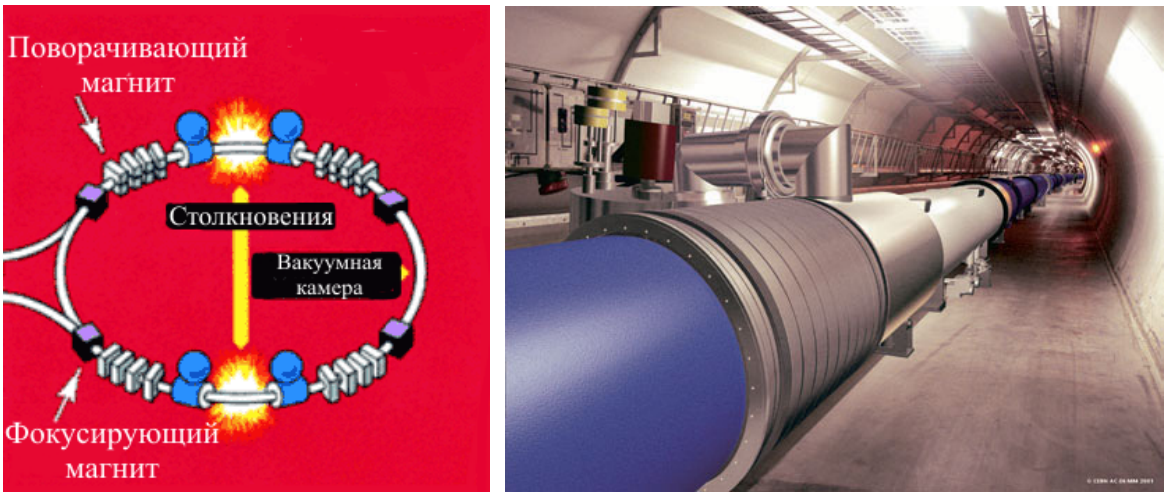


Рис. 4.9

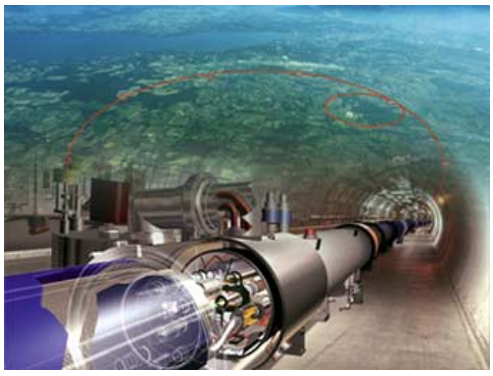


Рис. 4.10

Тема 5. САМОИНДУКЦИЯ И ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ

5.1. Явление самоиндукции

До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля, не обращая внимание на то, что является их источником. На практике чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.

Здесь возможны два случая: *при изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий: а*) *этот же контур*; *б*) *соседний контур.*

ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре, называется ***ЭДС самоиндукции****, а само явление –* ***самоиндукция.***

Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении ***взаимной индукции***.

Ясно, что природа явления одна и та же, а разные названия использованы для того, чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.

Явление самоиндукции открыл американский ученый Дж. Генри.

Генри Джозеф (1797–1878) – американский физик, член Национальной АН, ее президент (1866–1878).

Работы посвящены электромагнетизму. Первый сконструировал мощные подковообразные электромагниты (1828), применив многослойные обмотки из изолированной проволоки (грузоподъемность их достигала одной тонны), открыл в 1831 г. принцип электромагнитной индукции (М. Фарадей первый опубликовал открытие индукции). Построил электрический двигатель (1831), обнаружил (1832) явление самоиндукции и экстратоки, установил причины, влияющие на индуктивность цепи. Изобрел электромагнитное реле. Построил телеграф, действовавший на территории Принстонского колледжа, установил в 1842 г. колебательный характер разряда конденсатора.

Явление самоиндукции можно определить следующим образом.

Ток I, текущий в любом контуре, создает магнитный поток Ф, пронизывающий этот же контур. При изменении I будет изменяться Ф. Следовательно, в контуре будет наводиться ЭДС индукции.

Т.к. магнитная индукция B пропорциональна току I ($B = \mu\mu_0 nI$), следовательно

$$\Phi = LI,$$

где L – коэффициент пропорциональности, названный *индуктивностью контура*.

Если внутри контура нет ферромагнетиков, то $L = \text{const}$ (т.к. $\mu = f(I) = f(H)$).

Индуктивность контура L зависит от геометрии контура, числа витков, площади витка контура.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе $I = 1\,\text{А}$ *возникает полный поток* $\Phi = 1\,\text{Вб}$. *Эта единица называется Генри* (Гн).

Размерность индуктивности:

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{Гн}.$$

Вычислим индуктивность соленоида L. Если длина соленоида l гораздо больше его диаметра d ($l >> d$), то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида. Тогда

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l},$$

здесь N – число витков. Поток через каждый из витков $\Phi = BS$.

Потокосцепление

$$\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I.$$

Но мы знаем, что $\Phi = LI$, откуда индуктивность соленоида

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l S,$$

где n – число витков на единицу длины, т.е. $n = N / l$, $l S = V$ – объем соленоида, значит

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 n^2 V. \qquad (5.1.1)$$

Из этой формулы можно найти размерность для магнитной постоянной:

$$[\mu_0] = \frac{[L][l]}{[S]} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

При изменении тока в контуре возникает ЭДС самоиндукции, равная:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(IL) = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t},$$

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}. \qquad (5.1.2)$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

Явление самоиндукции играет важную роль в электротехнике и радиотехнике. Как мы увидим дальше, благодаря самоиндукции происходит перезарядка конденсатора, соединенного последовательно с катушкой индуктивности, в результате в такой LC-цепочке (колебательном контуре) возникают электромагнитные колебания.

5.2. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность

Рассмотрим несколько случаев влияния ЭДС самоиндукции на ток в цепи.

Случай 1.

По правилу Ленца, *токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи*. Это приводит к тому, что при замыкании ключа K установление тока I_2 в цепи, содержащей индуктивность L, будет происходить не мгновенно, а постепенно (рис. 5.1).

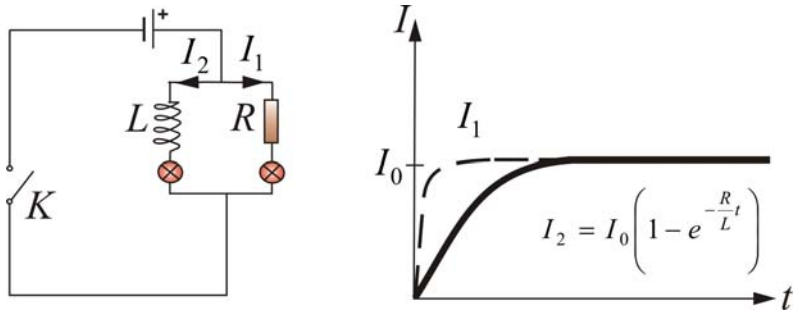


Рис. 5.1

Сила тока в этой цепи будет удовлетворять уравнению

$$I_2 = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad (5.2.1)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться *постоянной времени цепи*:

$$\tau = \frac{L}{R}. \qquad (5.2.2)$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление R, ток I_1 установится практически мгновенно (пунктирная кривая рис. 5.1).

Случай 2.

При переводе ключа из положения 1 в 2 в момент времени t_0, ток начнет уменьшаться, но ЭДС самоиндукции будет поддерживать ток в цепи, т.е. препятствовать резкому уменьшению тока (рис. 5.2). В этом случае убывание тока в цепи можно описать уравнением

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \qquad (5.2.3)$$

Оба эти случая говорят, что чем больше индуктивность цепи L и чем меньше сопротивление R, тем больше постоянная времени τ и тем медленнее изменяется ток в цепи.

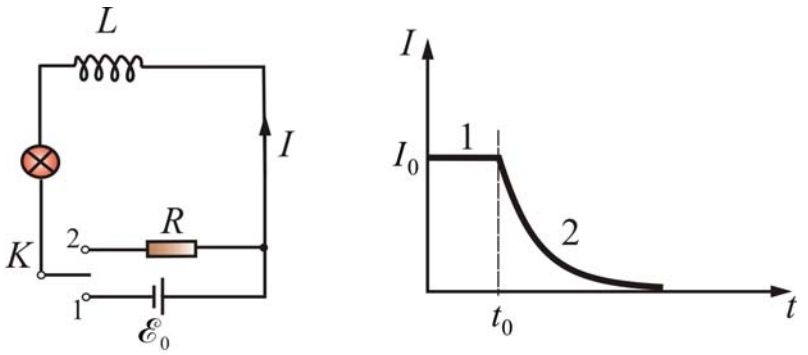


Рис. 5.2

Случай 3.

Размыкание цепи, содержащей индуктивность L. Т.к. цепь разомкнута, ток не течёт, поэтому рисуем зависимость $\mathscr{E}_i(t)$ (рис. 5.3).

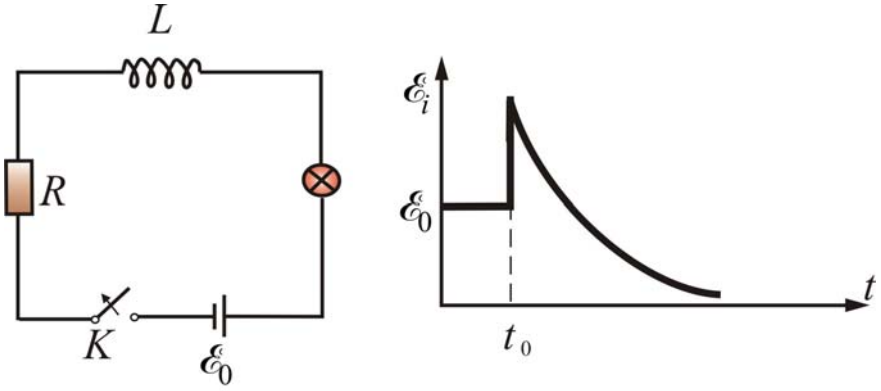


Рис. 5.3

При размыкании цепи в момент времени t_0, $R \to \infty$. Это приводит к резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле

$$\mathscr{E}_i = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}.$$

Происходит этот скачок вследствие большой величины скорости изменения тока $\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$.

$\mathscr{E}_i$ резко возрастает по сравнению с $\mathscr{E}_0$ и даже может быть в несколько раз больше $\mathscr{E}_0$. Поэтому нельзя резко размыкать цепь, включающую в себя трансформаторы и другие индуктивности.

5.3. Взаимная индукция

Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга, как это показано на рисунке 5.4.

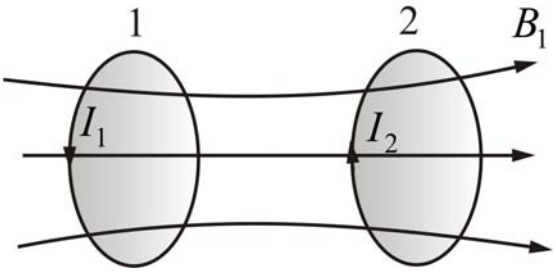


Рис. 5.4

В первом контуре течет ток I_1. Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Phi_2 = L_{21} I_1. \tag{5.3.1}$$

При изменении тока I_1 во втором контуре наводится ЭДС индукции:

$$\mathscr{E}_{i2} = -L_{21} \frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}. \tag{5.3.2}$$

Аналогично, ток I_2 второго контура создает магнитный поток, пронизывающий первый контур:

$$\Phi_1 = L_{12} I_2. \tag{5.3.3}$$

И при изменении тока I_2 наводится ЭДС:

$$\mathscr{E}_{i1} = -L_{12} \frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}. \tag{5.3.4}$$

Контуры называются *связанными*, а явление – *взаимной индукцией*. Коэффициенты L_{21} и L_{12} называются *взаимной индуктивностью*, или *коэффициентами взаимной индукции*. Причём $L_{21} = L_{12} = L$.

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров. Рассмотрим индуктивность трансформатора и найдем коэффициент трансформации.

5.4. Индуктивность трансформатора

Итак, явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – *трансформаторах*.

Трансформатор был изобретен Яблочковым, русским ученым, в 1876 г. для раздельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).

Рассчитаем *взаимную индуктивность двух катушек* L_1 и L_2, намотанных на *общий сердечник* (рис. 5.5).

Когда в первой катушке идет ток I_1, в сердечнике возникает магнитная индукция $\vec{\mathrm{B}}$ и магнитный поток Φ через поперечное сечение S.

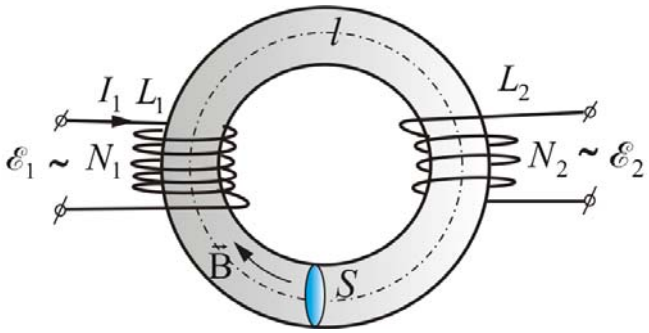


Рис. 5.5.

Магнитное поле тороида можно рассчитать по формуле

$$\mathrm{B} = \mu\mu_0 I_1 \frac{N_1}{l}.$$

Через вторую обмотку проходит полный магнитный поток Ψ_2, сцепленный со второй обмоткой:

$$\Psi_2 = N_2 BS = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1,$$

здесь $\Psi_2 = N_2 \Phi$ – потокосцепление, которое можно найти по формуле:

$$\Psi_2 = L_{21} I_1.$$

По определению, взаимная индуктивность двух катушек равна:

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\Psi_2}{I_1} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

К первичной обмотке подключена переменная ЭДС $\mathscr{E}_1$. По закону Ома ток в этой цепи будет определяться алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС индукции.

$$\mathscr{E}_1 = -\frac{\mathrm{d}(N_1 \Phi)}{\mathrm{d}t} + I_1 R_1,$$

где R_1 – сопротивление обмотки.

R_1 – делают малым (медные провода) и $I_1 R_1 \to 0$. Тогда

$$\mathscr{E}_1 \approx \frac{\mathrm{d}(N_1 \Phi)}{\mathrm{d}t} \approx N_1 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Во второй обмотке, по аналогии, $\mathscr{E}_2 \approx N_2 \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$, отсюда

$$\frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} \approx \frac{N_1}{N_2}. \qquad (5.4.1)$$

Если пренебречь потерями, т.е. предположить, что $R \approx 0$, то

$$\mathscr{E}_1 I_1 \approx \mathscr{E}_2 I_2. \qquad (5.4.2)$$

Коэффициент трансформации будет равен: $k = \frac{\mathscr{E}_2}{\mathscr{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$.

5.5. Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай, о котором мы уже говорили (рис. 5.6).

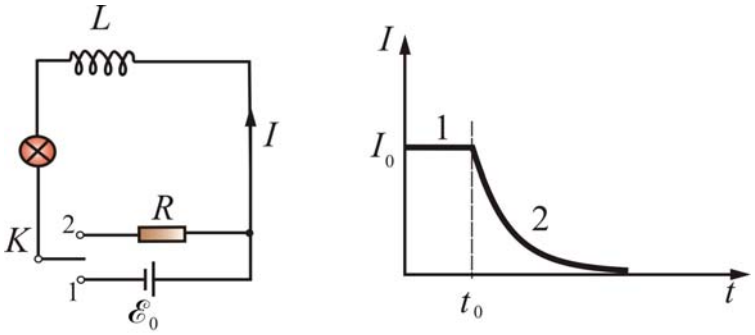


Рис. 5.6

Сначала замкнем соленоид L на источник ЭДС $\mathscr{E}_0$, в нем будет протекать ток I_0. Затем в момент времени t_0 переключим ключ в положение 2 – замкнем соленоид на сопротивление R. В цепи будет течь убывающий ток I. При этом будет совершена работа: $\mathrm{d}A = \mathscr{E}_i I \mathrm{d}t$, или

$$\mathrm{d}A = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} I\mathrm{d}t = -LI\mathrm{d}I; \qquad A = -L\int_I^0 I\mathrm{d}I = \frac{LI^2}{2};$$

$$A = \frac{LI^2}{2}. \tag{5.5.1}$$

Эта работа пойдет на нагревание проводников. Но откуда взялась эта энергия? Поскольку других изменений, кроме исчезновения магнитного поля в окружном пространстве, не произошло, остается заключить, что энергия была локализована в магнитном поле. Значит, проводник с индуктивностью L, по которой течет ток I, обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}. \tag{5.5.3}$$

Выразим энергию магнитного поля через параметры магнитного поля. Для соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 V.$$

$$H = In; \text{ отсюда } I = \frac{H}{n}.$$

Подставим эти значения в формулу (5.5.3):

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V. \qquad (5.5.4)$$

Обозначим w – *плотность энергии,* или энергия в объеме V, тогда

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \qquad (5.5.5)$$

но т.к. $B = \mu\mu_0 H$, то

$$w = \frac{BH}{2} \text{ или } w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \qquad (5.5.6)$$

Энергия однородного магнитного поля в длинном соленоиде может быть рассчитана по формуле

$$W = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2 V, \qquad (5.5.7)$$

а плотность энергии

$$w = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 I^2. \qquad (5.5.8)$$

Плотность энергии магнитного поля в соленоиде с сердечником будет складываться из энергии поля в вакууме и в магнетике сердечника:

$$w = w_{\text{вак}} + w_{\text{магнет}}, \quad \text{отсюда} \quad w_{\text{магнет}} = w - w_{\text{вак}}.$$

Т.к. в вакууме $\mu = 1$, имеем

$$w_{\text{магнет}} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu_0(\mu - 1)H^2}{2}.$$

Контрольные вопросы

1. Какие опыты Фарадея легли в основу открытия явления электромагнитной индукции?
2. Что является причиной возникновения ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре? От чего и как зависит ЭДС индукции, возникающая в контуре?
3. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
4. Почему для обнаружения индукционного тока лучше использовать замкнутый проводник в виде катушки, а не в виде одного витка провода?
5. Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами.
6. Как направлен индукционный ток?
7. Всегда ли при изменении магнитной индукции в проводящем контуре в нем возникает ЭДС индукции? индукционный ток?
8. Чему равна ЭДС индукции контура?
9. Сформулируйте закон Ома для контура.

10. Как связано направление индукционного тока и направление скорости изменения потока магнитной индукции?
11. Сформулируйте закон Фарадея для контура с током, состоящего из одного и нескольких витков.
12. Возникает ли индукционный ток в проводящей рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле?
13. Покажите, что закон Фарадея есть следствие закона сохранения энергии.
14. Какова природа ЭДС электромагнитной индукции?
15. Выведите выражение для ЭДС индукции в плоской рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле. За счет чего ее можно увеличить?
16. Что такое вихревые токи? Вредны они или полезны?
17. Почему сердечники трансформаторов не делают сплошными?
18. Какое явление называется скин-эффектом?
19. Произведите классификацию ускорителей.
20. Каковы параметры линейных ускорителей.
21. Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? Ответы подтвердите выводами формул.
22. Что такое ускорители заряженных частиц? Какие они бывают и чем характеризуются?
23. Почему для ускорения электронов не применяются циклотроны?
24. В чем заключается принцип автофазировки? Где он используется?
25. Когда ЭДС самоиндукции больше – при замыкании или размыкании цепи постоянного тока?
26. В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?
27. В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите ЭДС индукции для обоих случаев.
28. В чем заключается физический смысл времени релаксации $\tau = \frac{L}{R}$? Докажите, что τ имеет размерность времени.
29. Запишите и проанализируйте выражения для объемной плотности энергии электростатического и магнитного полей. Чему равна объемная плотность энергии электромагнитного поля?
30. Напряженность магнитного поля возросла в два раза. Как изменилась объемная плотность энергии магнитного поля?
31. Приведите соотношение между точками в первичной и вторичной обмотках повышающего трансформатора.

В таблице 5.1 приведены сравнительные характеристики электрического и магнитного полей.

Таблица 5.1

Электрическое поле	Формулы и обозначения	Магнитное поле	Формулы и обозначения
Точечный заряд	q	Ток	I
Электрическая постоянная	ε_0	Магнитная постоянная	μ_0
Диэлектрическая проницаемость	ε	Магнитная проницаемость	μ
Диэлектрическая восприимчивость	$\chi = \varepsilon - 1$	Магнитная восприимчивость	$\varkappa = \mu - 1$
Взаимодействие точечных зарядов	$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r^2}$	Взаимодействие токов	$F = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{r}$
Силовая характеристика электрич. поля	$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\vec{\mathrm{F}}}{q}$	Силовая характеристика магнитного поля	$\vec{\mathrm{B}} = \frac{\vec{\mathrm{M}}_{\max}}{\vec{\mathrm{P}}_m}$
Принцип суперпозиции	$\vec{\mathrm{E}} = \sum_k \vec{\mathrm{E}}_k$	Принцип суперпозиции	$\vec{\mathrm{B}} = \sum_k \vec{\mathrm{B}}_k$
Поляризованностъ	$\vec{\mathrm{P}} = \chi\varepsilon_0\vec{\mathrm{E}}$	Намагниченность	$\vec{\mathrm{J}} = \frac{\varkappa}{\mu_0}\vec{\mathrm{B}}$
Электроемкость проводника	$C = \frac{q}{\varphi}$	Индуктивность катушки	$L = \frac{\Phi}{I}$
Энергия заряженного конденсатора	$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Энергия катушки с током	$W = \frac{LI^2}{2}.$
Объемная плотность энергии	$w = \frac{ED}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$	Объемная плотность энергии	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$
Поток; вектора $\vec{\mathrm{E}}$ сквозь поверхность S	$\Phi_E = \oint_S \vec{\mathrm{E}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$	Поток вектора $\vec{\mathrm{B}}$ сквозь поверхность S	$\Phi_B = \oint_S \vec{\mathrm{B}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = 0$
Циркуляция вектора $\vec{E}$	$\oint_L \vec{\mathrm{E}}\mathrm{d}l = 0$	Циркуляция Вектора $\vec{B}$	$\oint_L \vec{\mathrm{B}}\mathrm{d}l = \mu_0 I$

Тема 6. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

6.1. Магнитные моменты электронов и атомов

Различные среды при рассмотрении их магнитных свойств называют ***магнетиками***.

Все вещества в той или иной мере взаимодействуют с магнитным полем. У некоторых материалов магнитные свойства сохраняются и в отсутствие внешнего магнитного поля. Намагничивание материалов происходит за счет токов, циркулирующих внутри атомов – вращения электронов и движения их в атоме. Поэтому намагничивание вещества следует описывать при помощи реальных атомных токов, называемых амперовскими токами.

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов вещества ориентированы обычно беспорядочно, так что создаваемые ими магнитные поля компенсируют друг друга. При наложении внешнего магнитного поля атомы стремятся сориентироваться своими магнитными моментами $\vec{P}_m$ по направлению внешнего магнитного поля, и тогда компенсация магнитных моментов нарушается, тело приобретает магнитные свойства – намагничивается. Большинство тел намагничивается очень слабо и величина индукции магнитного поля B в таких веществах мало отличается от величины индукции магнитного поля в вакууме B_0. Если магнитное поле слабо усиливается в веществе, то такое вещество называется ***парамагнетиком***:

$$\mu = \frac{B}{B_0} > 1 \quad (Ce^{3+},\ Pr^{3+},\ Ti^{3+},\ V^{3+},\ Fe^{2+},\ Mg^{2+},\ Li,\ Na);$$

если ослабевает, то это ***диамагнетик***:

$$\mu = \frac{B}{B_0} < 1 \quad (Bi,\ Cu,\ Ag,\ Au \text{ и др.}).$$

Но есть вещества, обладающие сильными магнитными свойствами. Такие вещества называются ***ферромагнетиками***:

$$\mu = \frac{B}{B_0} >> 1 \quad (Fe,\ Co,\ Ni \text{ и пр.}).$$

Эти вещества способны сохранять магнитные свойства и в отсутствие внешнего магнитного поля, представляя собой постоянные магниты.

Все тела при внесении их во внешнее магнитное поле *намагничиваются* в той или иной степени, т.е. создают собственное магнитное поле, которое накладывается на внешнее магнитное поле.

Магнитные свойства вещества *определяются магнитными свойствами электронов и атомов.*

Магнетики состоят из атомов, которые, в свою очередь, состоят из положительных ядер и, условно говоря, вращающихся вокруг них электронов.

Электрон, движущийся по орбите в атоме эквивалентен замкнутому контуру с ***орбитальным током***:

$$I = e\nu,$$

где e – заряд электрона, ν – частота его вращения по орбите:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\upsilon}{2\pi r}.$$

Орбитальному току соответствует ***орбитальный магнитный момент*** электрона

$$\vec{P}_m = IS\,\vec{n} = \frac{e\vec{\upsilon}}{2\pi r}, \qquad (6.1.1)$$

где S – площадь орбиты, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к S, $\vec{\upsilon}$ – скорость электрона. На рисунке 6.1 показано направление орбитального магнитного момента электрона.

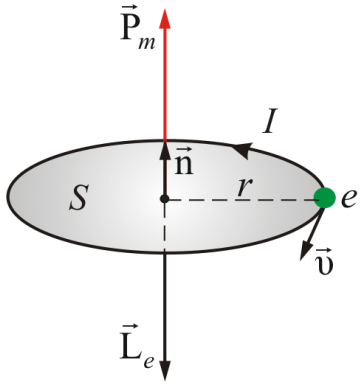


Рис. 6.1

Электрон, движущийся по орбите, имеет ***орбитальный момент импульса*** $\vec{L}_e = m\vec{\upsilon}r$, который направлен противоположно по отношению к P_m и связан с ним соотношением

$$\vec{P}_m = \gamma\vec{L}_e. \qquad (6.1.2)$$

Здесь коэффициент пропорциональности γ называется ***гиромагнитным отношением*** орбитальных моментов и равен:

$$\gamma = -\frac{e}{2m}, \qquad (6.1.3)$$

где m – масса электрона.

Кроме того, электрон обладает *собственным моментом импульса* L_{es}, который называется ***спином электрона***

$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \qquad (6.1.4)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ – постоянная Планка

Спину электрона L_s соответствует ***спиновый магнитный момент*** электрона P_{ms}, направленный в противоположную сторону:

$$\vec{\mathrm{P}}_{ms} = \gamma_s \vec{\mathrm{L}}_s. \qquad (6.1.5)$$

Величину γ_s называют *гиромагнитным отношением спиновых моментов*

$$\gamma_s = -\frac{e}{m}. \qquad (6.1.6)$$

Проекция спинового магнитного момента электрона на направление вектора индукции магнитного поля $\vec{\mathrm{B}}$ может принимать только одно из следующих двух значений:

$$P_{msB} = \pm\mu_{\text{Б}} = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \frac{l}{2m}L_s \qquad (6.1.7)$$

где $\mu_{\text{Б}}$ – *квантовый магнитный момент электрона* – ***магнетон Бора***.

Орбитальным магнитным моментом P_m атома называется геометрическая сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов атома

$$\vec{\mathrm{P}}_m = \sum_{i=1}^{Z} \vec{\mathrm{P}}_{mi}, \qquad (6.1.8)$$

где Z – число всех электронов в атоме – порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева.

Орбитальным моментом импульса L атома называется геометрическая сумма моментов импульса всех электронов атома:

$$\vec{\mathrm{L}} = \sum_{i=1}^{Z} \vec{\mathrm{L}}_{ei}. \qquad (6.1.9)$$

Более подробно вышеназванные характеристики мы обсудим в разделе «Атомная и ядерная физика».

6.2. Атом в магнитном поле

При внесении атома в магнитное поле с индукцией $\vec{\mathrm{B}}$ на электрон, движущийся по орбите, эквивалентной замкнутому контуру с током, действует момент сил $\vec{\mathrm{M}}$:

$$\vec{\mathrm{M}} = [\vec{\mathrm{P}}_m, \vec{\mathrm{B}}]. \qquad (6.2.1)$$

При этом изменяется орбитальный момент импульса электрона:

$$\frac{d\vec{L}_e}{dt} = [\vec{P}_m, \vec{B}] = [-\gamma\vec{B}, \vec{L}_e]. \qquad (6.2.2)$$

Аналогично изменяется вектор орбитального магнитного момента электрона:

$$\frac{d\vec{P}_m}{dt} = [-\gamma\vec{B}, \vec{P}_m]. \qquad (6.2.3)$$

Из этого следует, что векторы $\vec{L}_e$ и $\vec{P}_m$, и сама орбита *прецессирует* вокруг направления вектора $\vec{B}$. На рисунке 6.2 показано прецессионное движение электрона и его орбитального магнитного момента, а также дополнительное (прецессионное) движение электрона.

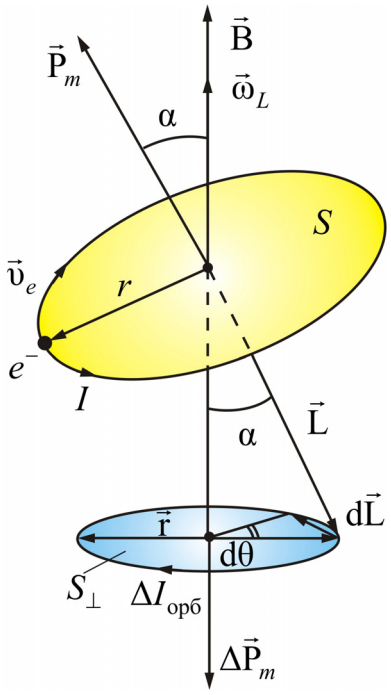


Рис. 6.2

Эта прецессия называется ***ларморовской прецессией***. Угловая скорость этой прецессии ω_L зависит только от индукции магнитного поля и совпадает с ней по направлению.

$$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m}\vec{B}. \qquad (6.2.4)$$

Теорема Лармора: *единственным результатом влияния магнитного поля на орбиту электрона в атоме является прецессия орбиты и вектора* $\vec{P}_m$ *– орбитального магнитного момента электрона с угловой скоростью* ω_L *вокруг оси, проходящей через ядро атома параллельно вектору индукции магнитного поля.*

Прецессия орбиты электрона в атоме приводит к появлению дополнительного орбитального тока, направленного противоположно току I:

$$\Delta I_{\text{орб}} = e\frac{\omega_L}{2\pi}, \tag{6.2.5}$$

и соответствующего ему наведенного орбитального магнитного момента ΔP_m:

$$\Delta\vec{\mathrm{P}}_m = -\Delta I_{\text{орб}} S_\perp = -\frac{e^2 S_\perp}{4\pi m}\vec{\mathrm{B}}, \tag{6.2.6}$$

где $S_\perp$ – площадь проекции орбиты электрона на плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{\mathrm{B}}$. Знак минус говорит, что $\Delta\vec{\mathrm{P}}_m$ противоположен вектору $\vec{\mathrm{B}}$. Тогда общий орбитальный момент атома равен:

$$\Delta\vec{\mathrm{P}}_m = -\frac{e^2 Z S_\perp}{4\pi m}\vec{\mathrm{B}}. \tag{6.2.7}$$

6.3. Магнитное поле в веществе

При изучении магнитного поля в веществе различают два типа токов – ***макротоки и микротоки.***

Макротоками называются токи проводимости и конвекционные токи, связанные с движением заряженных макроскопических тел.

Микротоками (молекулярными токами) называют токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах.

Магнитное поле в веществе является суперпозицией двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками и внутреннего, или собственного, магнитного поля, создаваемого микротоками.

Характеризует магнитное поле в веществе вектор $\vec{\mathrm{B}}$, равный геометрической сумме $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внеш}}$ и $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внутр}}$ магнитных полей:

$$\vec{\mathrm{B}} = \vec{\mathrm{B}}_{\text{внеш}} + \vec{\mathrm{B}}_{\text{внутр}}. \tag{6.3.1}$$

Количественной характеристикой намагниченного состояния вещества служит векторная величина – ***намагниченность*** $\vec{\mathrm{J}}$, равная отношению магнитного момента малого объема вещества к величине этого объема:

$$\vec{\mathrm{J}} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{\mathrm{P}}_{m\,i}, \tag{6.3.2}$$

где $\vec{\mathrm{P}}_{m\,i}$ – магнитный момент i-го атома из числа n атомов, в объеме ΔV.

Для того чтобы связать вектор намагниченности среды $\vec{\mathrm{J}}$ с током $I_{\text{микро}}$, рассмотрим равномерно намагниченный параллельно оси цилин-

дрический стержень длиной h и поперечным сечением S (рис. 6.3, а). Равномерная намагниченность означает, что плотность атомных циркулирующих токов внутри материала $I_{\text{микро}}$ повсюду постоянна.

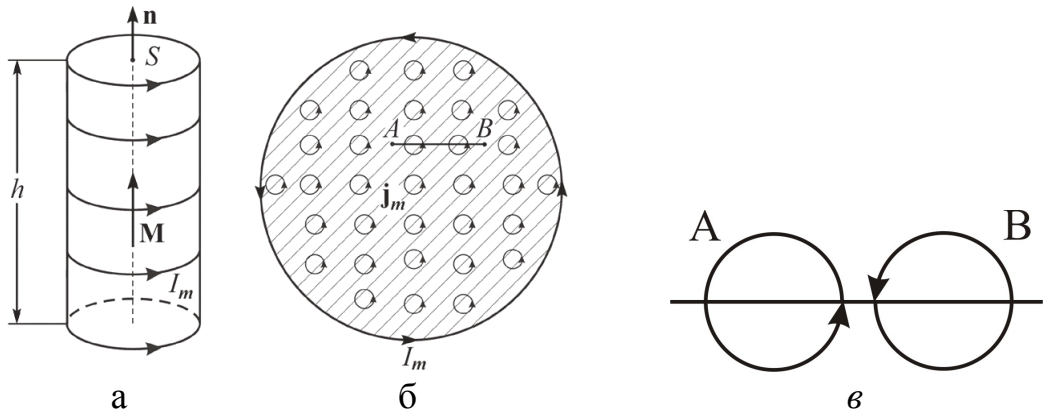


Рис. 6.3

Каждый атомный ток в плоскости сечения стержня, перпендикулярной его оси, представляет микроскопический кружок, причем все микротоки текут в одном направлении – против часовой стрелки (рис. 6.3, б). В местах соприкосновения отдельных атомов и молекул (A, B) молекулярные токи противоположно направлены и компенсируют друг друга (рис.6.3, *в*). Нескомпенсированными остаются лишь токи, текущие вблизи поверхности материала, создавая на поверхности материала некоторый микроток $I_{\text{микро}}$, возбуждающий во внешнем пространстве магнитное поле, равное полю, созданному всеми молекулярными токами.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме можно обобщить на случай магнитного поля в веществе:

$$\oint_L \vec{\mathrm{B}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}}), \qquad (6.3.3)$$

где $I_{\text{микро}}$ и $I_{\text{макро}}$ – алгебраическая сумма макро- и микротоков сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур L.

Как видно из рисунка 6.4, вклад в $I_{\text{микро}}$ дают только те молекулярные токи, которые нанизаны на замкнутый контур L.

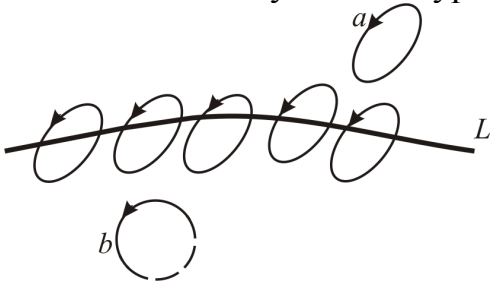


Рис. 6.4

Алгебраическая сумма сил микротоков связана с циркуляцией вектора намагниченности соотношением

$$I_{\text{микро}} = \oint_L \vec{\mathrm{J}}\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}, \tag{6.3.4}$$

тогда закон полного тока можно записать в виде

$$\oint_L \left(\frac{\vec{\mathrm{B}}}{\mu_0} - \vec{\mathrm{J}} \right) \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = I_{\text{макро}}. \tag{6.3.5}$$

Вектор

$$\vec{\mathrm{H}} = \frac{\vec{\mathrm{B}}}{\mu_0} - \vec{\mathrm{J}}$$

называется ***напряженностью магнитного поля***.

Таким образом, ***закон полного тока*** для магнитного поля в веществе утверждает, что ***циркуляция вектора напряженности*** магнитного поля $\vec{\mathrm{H}}$ вдоль произвольного замкнутого контура L равна алгебраической сумме макротоков сквозь поверхность, натянутую на этот контур:

$$\oint_L \vec{\mathrm{H}}\,\mathrm{d}l = I_{\text{макро}}. \tag{6.3.6}$$

Выражение (6.3.6) – это закон полного тока в интегральной форме. В дифференциальной форме его можно записать:

$$\mathrm{rot}\,\vec{\mathrm{H}} = \vec{\mathrm{J}}_{\text{макро}}. \tag{6.3.7}$$

Намагниченность изотропной среды с напряженностью $\vec{\mathrm{H}}$ связаны соотношением:

$$\vec{\mathrm{J}} = \varkappa \vec{\mathrm{H}}, \tag{6.3.8}$$

где $\varkappa$ – коэффициент пропорциональности, характеризующий магнитные свойства вещества и называемый ***магнитной восприимчивостью среды***. Он связан с магнитной проницаемостью соотношением $\mu = 1 + \varkappa$.

6.4. Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле

Микроскопические плотности токов в намагниченном веществе чрезвычайно сложны и сильно изменяются даже в пределах одного атома. Но во многих практических задачах столь детальное описание является излишним, и нас интересуют средние магнитные поля, созданные большим числом атомов.

Как мы уже говорили, магнетики можно разделить на три основные группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Диамагнетизм (от греч. *dia* – расхождение и магнетизм) – свойство веществ намагничиваться навстречу приложенному магнитному полю.

Диамагнетиками *называются вещества, магнитные моменты атомов которых в отсутствии внешнего поля равны нулю, т.к. магнитные моменты всех электронов атома взаимно скомпенсированы* (*например инертные газы, водород, азот,* NaCl *и др.*).

При внесении диамагнитного вещества в магнитное поле его атомы приобретают наведенные магнитные моменты. В пределах малого объема ΔV изотропного диамагнетика наведенные магнитные моменты ΔP_m всех атомов одинаковы и направлены *противоположно вектору* $\vec{\mathrm{B}}$.

Вектор намагниченности диамагнетика равен:

$$\vec{\mathrm{J}} = \frac{n\Delta\vec{\mathrm{P}}_m}{\Delta V} = n_0\Delta\vec{\mathrm{P}}_m = \frac{\vec{\mathrm{B}}}{\mu_0}\varkappa = \vec{\mathrm{H}}\cdot\varkappa, \qquad (6.4.2)$$

где n_0 – концентрация атомов, μ_0 – магнитная постоянная, $\varkappa$ – магнитная восприимчивость среды.

Для всех диамагнетиков $\varkappa < 0$. *Таким образом*, *вектор* $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внутр}}$ *магнитной индукции собственного магнитного поля, создаваемого диамагнетиком при его намагничивании во внешнем поле* $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внеш}}$ *направлен в сторону, противоположную* $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внеш}}$. (В отличие от диэлектрика в электрическом поле).

У диамагнетиков $|\varkappa| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$.

Парамагнетизм (от греч. *para* – возле, рядом и магнетизм) – свойство веществ во внешнем магнитном поле намагничиваться в направлении этого поля, поэтому внутри парамагнетика к действию внешнего поля прибавляется действие наведенного внутреннего поля.

Парамагнетиками *называются вещества, атомы которых имеют, в отсутствие внешнего магнитного поля, отличный от нуля магнитный момент* $\vec{\mathrm{P}}_m$.

Эти вещества намагничиваются в направлении вектора $\vec{\mathrm{B}}_{\text{внеш}}$.

К *парамагнетикам* относятся многие щелочные металлы, кислород O_2, оксид азота NO, хлорное железо FeCl_2 и др.

В отсутствие внешнего магнитного поля намагниченность парамагнетика $J = 0$, так как векторы $\vec{\mathrm{P}}_{mi}$ разных атомов ориентированы беспорядочно.

При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле происходит преимущественная ориентация собственных магнитных моментов атомов $\vec{\mathrm{P}}_{mi}$ по направлению поля, так что парамагнетик намагничивается. Значения $\varkappa$ для парамагнетиков положительны ($\varkappa > 0$) и находятся в пределах $\sim 10^{-5} \div 10^{-3}$, то есть примерно как и у диамагнетиков.

6.5. Ферромагнетики

К ***ферромагнетикам*** (*ferrum* – железо) относятся вещества, магнитная восприимчивость которых положительна и достигает значений $10^4 - 10^5$. Намагниченность $\vec{J} = \varkappa \vec{H}$ и магнитная индукция $\vec{B} = (\vec{H} + \vec{J})\mu_0$ ферромагнетиков растут с увеличением напряженности магнитного поля $\vec{H}$ нелинейно, и в полях $\sim 8 \cdot 10^3$ А/м намагниченность ферромагнетиков достигает предельного значения $\vec{J}_m$, а вектор магнитной индукции растет линейно с $\vec{H}$: $\vec{B} = \vec{J}_m \mu_0 + \vec{H}\mu_0$.

Ферромагнитные свойства материалов проявляются только у веществ в твердом состоянии, атомы которых обладают постоянным спиновым, или орбитальным, магнитным моментом, в частности у атомов с недостроенными внутренними электронными оболочками. Типичными ферромагнетиками являются переходные металлы. В ферромагнетиках происходит резкое усиление внешних магнитных полей. Причем для ферромагнетиков $\varkappa$ сложным образом зависит от величины магнитного поля. Типичными ферромагнетиками являются Fe, Co, Ni, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, а также соединения ферромагнитных материалов с неферромагнитными: Fe_3Al, Ni_3Mn, $ZnCMn_3$ и др.

Существенным отличием ферромагнетиков от диа- и парамагнетиков является наличие у ферромагнетиков самопроизвольной (спонтанной) намагниченности в отсутствие внешнего магнитного поля. Наличие у ферромагнетиков самопроизвольного магнитного момента $\vec{J}$ в отсутствие внешнего магнитного поля означает, что электронные спины и магнитные моменты атомных носителей магнетизма ориентированы в веществе упорядоченным образом.

Ферромагнетики – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры.

Ферромагнетики, в отличие от слабо магнитных диа- и парамагнетиков, являются сильно магнитными веществами: внутреннее магнитное поле в них может в сотни раз превосходить внешнее поле.

Основные отличия магнитных свойств ферромагнетиков.

1. Нелинейная зависимость намагниченности от напряженности магнитного поля H (рис. 6.5).

Как видно из рис. 6.5, при $H > H_S$ наблюдается магнитное насыщение.

2. При $H < H_S$ зависимость магнитной индукции B от H нелинейная, а при $H > H_S$ – линейная (рис. 6.6).

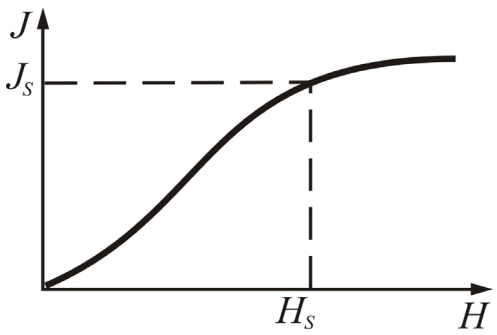


Рис. 6.5

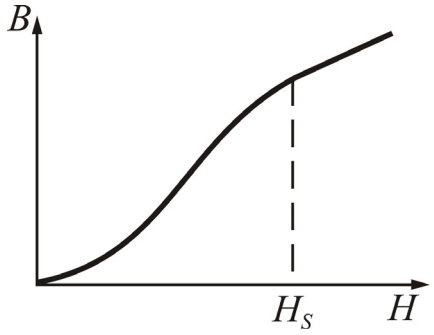


Рис. 6.6

3. Зависимость относительной магнитной проницаемости от H имеет сложный характер (рис. 6.7), причем максимальные значения μ очень велики ($10^3 - 10^6$).

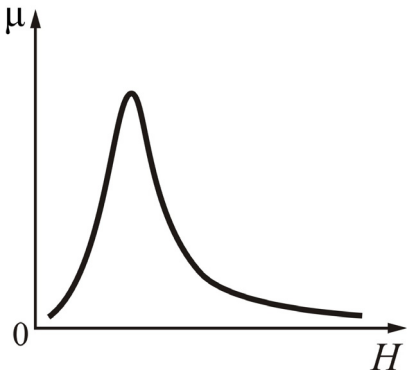


Рис. 6.7

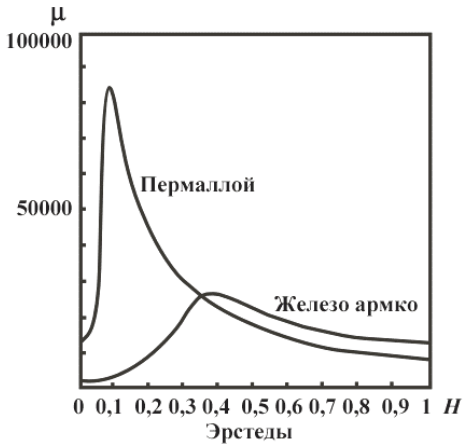


Рис. 6.8

Впервые систематические исследования μ от H были проведены в 1872 г. А.Г. Столетовым (1839–1896) – выдающимся русским физиком, организатором физической лаборатории в Московском университете. На рис. 6.8. изображена зависимость магнитной проницаемости некоторых ферромагнетиков от напряженности магнитного поля – кривая Столетова.

4. У каждого ферромагнетика имеется такая температура, называемая ***точкой Кюри*** (T_K), выше которой это вещество теряет свои особые магнитные свойства.

Наличие температуры Кюри связано с разрушением при $T > T_K$ упорядоченного состояния в магнитной подсистеме кристалла – параллельной ориентации магнитных моментов. Для никеля температура Кюри равна 360 °С. Если подвесить образец никеля вблизи пламени горелки так, чтобы он находился в поле сильного постоянного магнита, то не нагретый образец может располагаться горизонтально, сильно притягиваясь к магниту (рис. 6.9). По мере нагрева образца и достижения температуры $T > T_K$ ферромагнитные свойства у никеля исчезают и образец никеля падает. Остыв до температуры ниже точки Кюри, образец вновь

притянется к магниту. Нагревшись, вновь падает и т.д., колебания будут продолжаться все время, пока горит свеча.

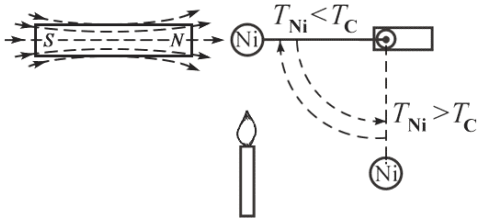


Рис. 6.9

5. Существование *магнитного гистерезиса.*

На рисунке 6.10 показана ***петля гистерезиса*** – график зависимости намагниченности вещества от напряженности магнитного поля *H*.

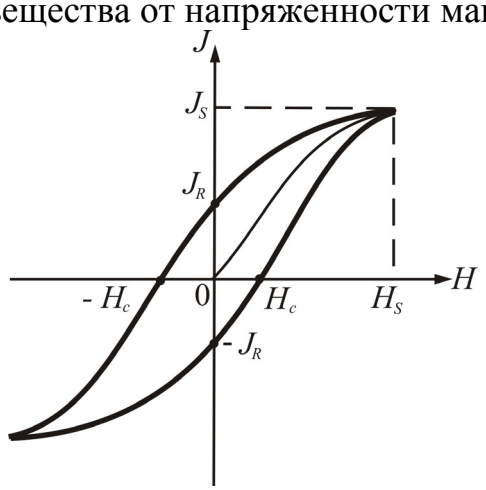


Рис. 6.10

Намагниченность J_S при $H = H_S$ называется *намагниченностью насыщения*.

Намагниченность $\pm J_R$ при $H = 0$ называется *остаточной намагниченностью* (что необходимо для создания постоянных магнитов).

Напряженность $\pm H_c$ *магнитного поля, полностью размагниченного ферромагнетика, называется* ***коэрцитивной силой***. Она характеризует способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние.

Большой коэрцитивной силой (широкой петлей гистерезиса) обладают *магнитотвердые материалы*. Малую коэрцитивную силу имеют *магнитомягкие материалы.*

Измерение гиромагнитного отношения для ферромагнетиков показали, что элементарными носителями магнетизма в них являются спиновые магнитные моменты электронов.

Самопроизвольно, при $T < T_K$, намагничиваются лишь очень маленькие монокристаллы ферромагнитных материалов, например никеля или железа. Для того чтобы постоянным магнитом стал большой кусок железа, необходимо его намагнитить, т.е. поместить в сильное магнит-

ное поле, а затем это поле убрать. Оказывается, что при $T < T_K$ большой исходный кусок железа разбит на множество очень маленьких ($10^{-2} \div 10^{-3}$ см), полностью намагниченных областей – доменов. Векторы намагниченности доменов в отсутствие внешнего магнитного поля ориентированы таким образом, что полный магнитный момент ферромагнитного материала равен нулю. Если бы в отсутствие поля кристалл железа был бы единым доменом, то это привело бы к возникновению значительного внешнего магнитного поля, содержащего значительную энергию (рис. 6.11, а). Разбиваясь на домены, ферромагнитный кристалл уменьшает энергию магнитного поля. При этом, разбиваясь на косоугольные области (рис. 6.11, г), можно легко получить состояние ферромагнитного кристалла, из которого магнитное поле вообще не выходит. В целом в монокристалле реализуется такое разбиение на доменные структуры, которое соответствует минимуму свободной энергии ферромагнетика. Если поместить ферромагнетик, разбитый на домены, во внешнее магнитное поле, то в нем начинается движение доменных стенок. Они перемещаются таким образом, чтобы областей с ориентацией вектора намагниченности по полю стало больше, чем областей с противоположной ориентацией (рис. 6.11, б, в, г). Такое движение доменных стенок понижает энергию ферромагнетика во внешнем магнитном поле. По мере нарастания магнитного поля весь кристалл превращается в один большой домен с магнитным моментом, ориентированным по полю (рис. 6.11, а).

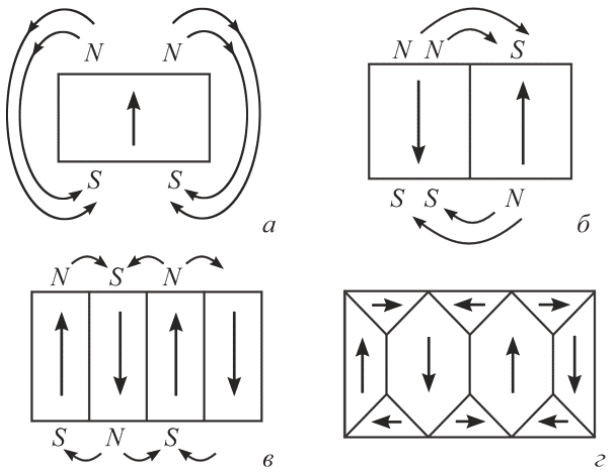


Рис. 6.11

Ферромагнитные материалы играют огромную роль в самых различных областях современной техники. *Магнитомягкие материалы* используются в электротехнике при изготовлении трансформаторов, электромоторов, генераторов, в слаботочной технике связи и радиотехнике; *магнитожесткие материалы* применяют при изготовлении постоянных магнитов.

Широкое распространение в радиотехнике, особенно в высокочастотной радиотехнике, получили ферриты (Fe_2O_3) сочетающие ферромагнитные и полупроводниковые свойства.

Магнитные материалы широко используются в традиционной технологии записи информации в винчестере (рис. 6.12).

Рис. 6.12

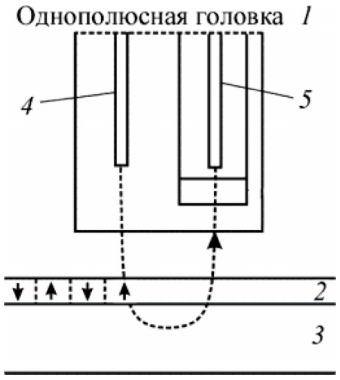


Рис. 6.13

Магнитное вещество 2 (рис. 6.13) нанесено тонким слоем на основу твердого диска 3. Каждый бит информации представлен группой магнитных доменов (в идеальном случае – одним доменом). Для перемагничивания домена (изменения направления вектора его намагниченности) используется поле записывающей головки 4 (5 – считывающая головка). Наличие дополнительных стабилизирующих слоев, препятствует самопроизвольной потере информации. Записью на вертикально ориентированные домены достигается плотность до 450 Гбайт/см^2.

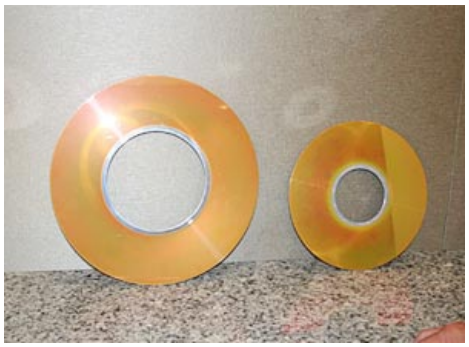


Рис. 6.14

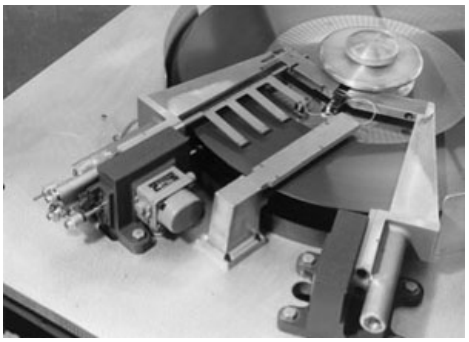


Рис. 6.15

На рисунке 6.14 изображены первые магнитные диски созданные в 1955 г, имевшие название IBM 350 Disk File, с обьемом 5 Мб и размером 24 дюймов.

В 1971 г. было произведено первое применение IBM3330 магнитного диска, созданного в 1957 г. с использованием магнитной головки и слота (рис. 6.15).

Тема 7. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

7.1. Закон полного тока

Если в каком – либо проводнике течет переменный ток – ток проводимости, то внутри есть и переменное электрическое поле, т.е. ток смещения.

Магнитное поле проводника определяется *полным током*:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{см}}. \qquad (7.1.1)$$

В зависимости от электропроводности среды и частоты (поля) оба слагаемых играют разную роль:

- в *металлах* и на низких частотах $j_{\text{см}} << j_{\text{пров}}$ (в скин-эффекте $j_{\text{см}}$ не играет заметной роли);
- в *диэлектриках* и на высоких частотах $j_{\text{см}}$ играет основную роль.

Оба члена в уравнении полного тока могут иметь одинаковые знаки и противоположные. Поэтому $j_{\text{полн}}$ может быть как больше, так и меньше тока проводимости или равен нулю.

Если мы имеем разомкнутый проводник, то на его концах обрывается лишь ток проводимости. Поэтому если под током понимать полный ток, то окажется, что в природе все *переменные электрические токи – замкнуты*. Этот вывод сделан Дж. Максвеллом.

Максвелл Джеймс Клерк (1831–1879) – величайший английский физик. Его работы посвящены электродинамике, молекулярной физике, общей статике, оптике, механике, теории упругости. Установил статистический закон, описывающий распределение молекул газа по скоростям. Самым большим достижением Максвелла является теория электромагнитного поля, которую он сформулировал в виде системы нескольких уравнений, выражающих все основные закономерности электромагнитных явлений.

7.2. Ток смещения

Если замкнуть ключ (рис. 6.1), то лампа при *постоянном* токе гореть не будет: емкость C – разрывает цепь *постоянного* тока. Но вот в моменты включения лампа будет вспыхивать.

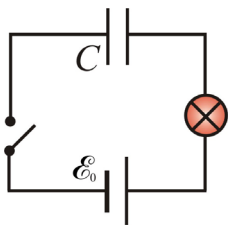


Рис. 7.1

При переменном токе – лампа горит, но в то же время нам ясно, что электроны из одной обкладки в другую не переходят – между ними изолятор (или вакуум). А вот если бы взять прибор, измеряющий магнитное поле, то в промежутке между обкладками мы обнаружили *бы магнитное поле* (рис. 7.2).

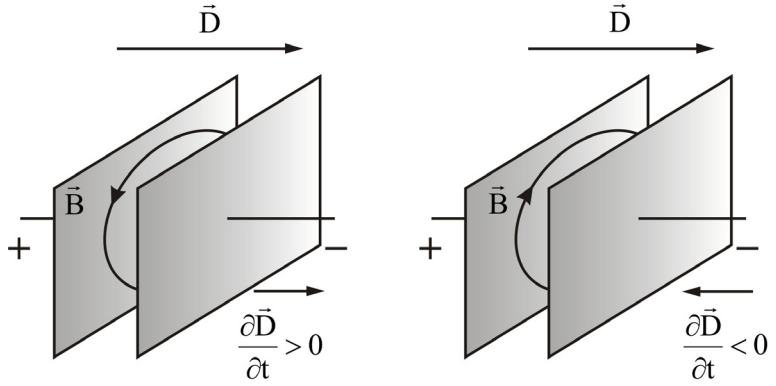


Рис. 7.2

Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение ***ток смещения***. Этот термин имеет смысл в таких веществах, как, например, диэлектрики. Там смещаются заряды под действием электрического поля. Но в вакууме зарядов нет – там смещаться нечему, а магнитное поле есть. То есть название Максвелла «ток смещения» – не совсем удачное, но смысл, вкладываемый в него Максвеллом, – правильный.

Максвелл сделал вывод: всякое переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле.

Токи проводимости в проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике или в вакууме. Переменное электрическое поле в конденсаторе создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, имеющий величину, равную току в металлическом проводнике.

Это утверждение позволяет (на базе нашего примера с конденсатором) найти величину тока смещения. В свое время мы с вами доказали, что поверхностная плотность поляризационных зарядов σ равна $\vec{D}$ – вектору электрического смещения:

$$\sigma = E\varepsilon\varepsilon_0, \quad D = E\varepsilon\varepsilon_0,$$

$$D = \sigma. \qquad (7.2.2)$$

Полный заряд на поверхности диэлектрика и, следовательно, на обкладках конденсатора $q = \sigma S$ (S – площадь обкладки)

$$I_{\text{см}} = \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial(\sigma S)}{\partial t}.$$

Тогда

$$I_{\text{см}} = S\frac{\partial D}{\partial t}, \qquad (7.2.3)$$

т.е. *ток смещения пропорционален скорости изменения вектора электрического смещения* $\vec{\text{D}}$. Поэтому он и получил такое название – *ток смещения*.

Плотность тока смещения

$$\vec{\text{j}}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{\text{D}}}{\partial t}. \qquad (7.2.4)$$

Вихревое магнитное поле $(\vec{\text{B}})$ *образующееся при протекании тока смещении, связано с направлением вектора* $\frac{\partial \vec{\text{D}}}{\partial t}$ ***правилом правого винта*** (рис. 7.2).

Из чего складывается ток смещения?

Из раздела «Электростатика и постоянный ток» (п. 4.3), известно, что относительная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 1 + \chi$, где χ – диэлектрическая восприимчивость среды. Тогда

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E = (1+\chi)\varepsilon_0 E, \text{ или } D = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 E\chi.$$

Отсюда видно, что $\varepsilon_0\chi E = \vec{\text{P}}_l$ – вектор поляризации. Следовательно

$$\vec{\text{j}}_{\text{см}} = \varepsilon_0\frac{\partial \vec{\text{E}}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{\text{P}}_l}{\partial t}. \qquad (7.2.5)$$

В этой формуле $\varepsilon_0\frac{\partial \vec{\text{E}}}{\partial t}$ – плотность тока смещения в вакууме; $\frac{\partial \vec{\text{P}}_l}{\partial t}$ – ***плотность тока поляризации***, т.е. *плотность тока, обусловленная перемещением зарядов в диэлектрике*.

7.3. Единая теория электрических и магнитных явлений. Система уравнений Максвелла

Итак, переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля. Переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля. Взаимно порождаясь, они могут существовать независимо от источников заряда или токов, которые первоначально создали одно из них. В сумме это есть электромагнитное поле (ЭМП). Превращение одного поля в другое и распространение в пространстве есть способ существования ЭМП. Конкретные проявления ЭМП – радиоволны, свет, гамма-лучи и т.д.

В 1860 г. знаменитый английский физик Джеймс Клерк Максвелл создал единую теорию электрических и магнитных явлений, в которой он использовал понятие *ток смещения*, дал *определение ЭМП* и предсказал существование в свободном пространстве *электромагнитного излучения*, которое распространяется со скоростью света.

Теорию ЭМП Максвелл сформулировал в виде системы нескольких уравнений. В учении об электромагнетизме эти уравнения Максвелла играют такую же роль, как уравнения (или законы) Ньютона в механике.

1) Мы знаем теорему о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля:

$$\oint_L \vec{\mathrm{H}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \sum I_i = I_{\text{пр}} + I_{\text{см}} = I_{\text{макро}} + I_{\text{см}} ,$$

но: $I_{\text{см}} = \int_S \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}$; $\mathrm{d}I_{\text{пр}} = \vec{\mathrm{j}}\,\mathrm{d}S$; т.е. $I_{\text{пр}} = \int_S \vec{\mathrm{j}}\,\mathrm{d}S$, тогда

$$\oint_L \vec{\mathrm{H}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \int_S \left(\vec{\mathrm{j}} + \frac{\partial \vec{\mathrm{D}}}{\partial t} \right) \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}. \qquad (7.3.1)$$

Это уравнение является обобщением закона Био–Савара–Лапласа и показывает, что циркуляция вектора $\vec{\mathrm{H}}$ *по произвольному замкнутому контуру L равна сумме токов проводимости и токов смещения сквозь поверхность, натянутую на этот контур.* Или другими словами, показывает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем.

В дифференциальной форме это уравнение Максвелла выглядит так:

$$\mathrm{rot}\vec{\mathrm{H}} = \vec{\mathrm{j}} + \frac{\partial \vec{\mathrm{D}}}{\partial t},$$

где $\mathrm{rot}\vec{\mathrm{H}} = \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \boldsymbol{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \boldsymbol{k}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right).$

2) Рассматривая явление электромагнитной индукции, мы сделали вывод, что ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = \oint_L \vec{\mathrm{E}}'_l \,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}$. Перейдем от вихревого электрического поля к магнитному:

$$\oint_L \vec{\mathrm{E}}'_l \,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \mathscr{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\vec{\Phi}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{\mathrm{B}}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}},$$

$$\oint_L \vec{\mathrm{E}}'\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = -\int_S \frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}. \qquad (7.3.2)$$

Это уравнение описывает явление электромагнитной индукции (*закон Фарадея*) *и устанавливает количественную связь между электриче-*

скими и магнитными полями: переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле. В этом физический смысл уравнения.

В дифференциальной форме это уравнение выглядит так:

$$\mathrm{rot}\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Различие в знаках этого уравнения Максвелла соответствует закону сохранения энергии и правилу Ленца. Если бы знаки при $\frac{d\vec{B}}{dt}$ и $\frac{d\vec{D}}{dt}$ были одинаковы, то бесконечно малое увеличение одного из полей вызвало бы неограниченное увеличение обоих полей, а бесконечно малое уменьшение одного из полей, приводило бы к полному исчезновению обоих полей. То есть различие в знаках является необходимым условием существования устойчивого ЭМП.

3) Ещё два уравнения выражают теорему Остроградского–Гаусса для электрического и магнитного полей (статических полей)

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV. \qquad (7.3.3)$$

Поток вектора электрического смещения $\vec{D}$ *через замкнутую поверхность S равен сумме зарядов внутри этой поверхности.* Это уравнение показывает также, что *силовые линии вектора* $\vec{D}$ *и* $\vec{E}$ *начинаются и заканчиваются на зарядах*.

В дифференциальной форме

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho,$$

где $\mathrm{div}\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$.

4) И для магнитного поля

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \qquad (7.3.4)$$

Это уравнение выражает то свойство магнитного поля, что линии вектора магнитной индукции $\vec{B}$ *всегда замкнуты и что магнитных зарядов нет.*

В дифференциальной форме

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0. \qquad (7.3.5)$$

5, 6, 7) Наконец надо помнить, что величины, входящие в эти четыре уравнения не независимы, и между ними существует связь:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \qquad (7.3.6)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \qquad (7.3.7)$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} + \vec{j}_{стр}, \qquad (7.3.8)$$

здесь σ – удельная проводимость, $\vec{j}_{стр}$ – плотность сторонних токов.

Эти уравнения называются ***уравнениями состояния*** или *материальными уравнениями*. Вид этих уравнений определяется электрическими и магнитными свойствами среды. В общем случае уравнения состояния очень сложны и нелинейны.

Уравнения (7.3.1 – 7.3.8) составляют ***полную систему уравнений Максвелла***. Они являются наиболее общими для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Уравнения Максвелла – инвариантны относительно преобразований Лоренца. Физический смысл уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах полностью эквивалентен.

Таким образом, полная система уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах имеет вид:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}; \qquad \oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

– обобщенный закон Био–Савара–Лапласа;

$$\mathrm{rot}\vec{E}' = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \qquad \oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$ – закон Фарадея;

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}; \qquad \oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$$ – теорема Гаусса;

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0 \qquad \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$ – отсутствие магнитных зарядов;

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}, \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}, \qquad \vec{j} = \sigma\vec{E} + \vec{j}_{стр}.$$

7.4. Пояснение к теории классической электродинамики

1. Теорией Максвелла называется последовательная теория единого поля ЭМП, создаваемого произвольной системой зарядов и токов. В этой теории решается основная задача электродинамики – по заданному распределению зарядов и токов отыскиваются характеристики электрического и магнитного полей. Эта теория явилась обобщением важнейших законов, описывающих электрические и магнитные явления (аналогично уравнениям Ньютона и началам термодинамики).

2. В теории Максвелла рассматриваются макроскопические поля, которые создаются макрозарядами и макротоками. Расстояния от источников полей до рассматриваемых точек много больше размеров ато-

мов. Периоды изменения переменных электрических и магнитных полей много больше периодов внутренних процессов.

3. Теория Максвелла имеет феноменологический характер. В ней не рассматривается внутренний механизм явлений в среде. Среда описывается с помощью трёх величин ε, μ и σ.

4. Теория Максвелла является теорией близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия, происходящие в электрических и магнитных полях и распространяются с конечной скоростью, равной скорости света в данной среде.

7.5. Скорость распространения ЭМП

Как только Максвелл понял, что существует единое ЭМП, которое может существовать независимо от источника, он вычислил скорость распространения этого ЭМП.

Магнитное поле, создаваемое зарядом, движущимся в вакууме со скоростью $\vec{\upsilon}$, равно (из закона Био–Савара–Лапласа):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3}. \qquad (7.5.1)$$

Но точечный заряд создаёт и электрическое поле на расстоянии *r*:

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}. \qquad (7.5.2)$$

Умножая (7.5.1) на $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$ и сравнивая (6.5.2) с (14. 5. 1), можно записать:

$$\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0[\vec{\upsilon}, \vec{E}].$$

Заряд движется со скоростью $\vec{\upsilon}$, но вместе с ним движется и электрическое поле с той же скоростью. Поскольку поле перемещается, следовательно оно переменное, а переменное электрическое поле создает переменное магнитное поле. Тогда

$$\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0[\vec{\upsilon}_E, \vec{E}],$$

где $\vec{\upsilon}_E = \vec{\upsilon}$ – скорость распространения электрического поля.

С другой стороны, при рассмотрении явления электромагнитной индукции мы получили, что магнитное поле $\vec{B}$, двигаясь со скоростью $\vec{\upsilon}_B$, порождает вихревое электрическое поле $\vec{E}'$

$$\vec{E}' = -[\vec{\upsilon}_B, \vec{B}'].$$

Если переменное электрическое и магнитное поля порождают друг друга, то они обязаны двигаться с одинаковой скоростью (в противном

случае явление электромагнитной индукции и ток смещения мы наблюдали бы от случая к случаю, изредка, а не всегда, в любом случае).

Итак, $\vec{\upsilon}_E = \vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_{\text{ЭМП}}$.

Теперь, заменив $\vec{B}$ на $\vec{H}$, можно записать:

$$\vec{E}' = -[\vec{\upsilon}_B, \vec{B}'] = -\mu_0[\vec{\upsilon}, \vec{H}] = \mu_0[\vec{H}, \vec{\upsilon}],$$

$$\vec{B}' = \mu_0\varepsilon_0[\vec{\upsilon}, \vec{E}'], \qquad (7.5.3)$$

$$\vec{H}' = \varepsilon_0[\vec{\upsilon}, \vec{E}'] \qquad (7.5.4)$$

(знак ' указывает, что одно поле порождает другое и наоборот).

Поскольку вектор, выражаемый векторным произведением, всегда перпендикулярен к обоим перемножаемым векторам, то из (7.5.3) и (7.5.4) следует, что векторы $\vec{\upsilon}$, $\vec{E}'$, $\vec{H}'$ взаимно перпендикулярны (рис.7.3).

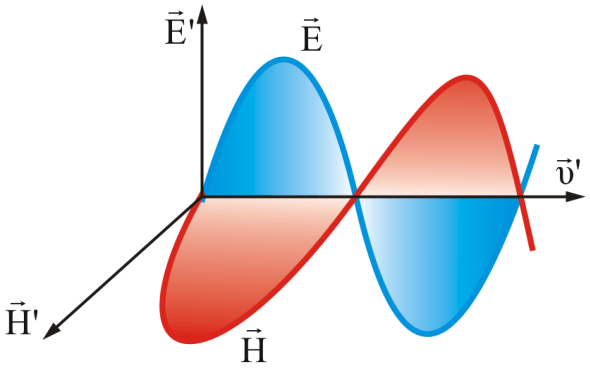


Рис. 7.3

При этом все три вектора образуют правовинтовую систему в направлении распространения:

$$\vec{E}' \to \vec{H}' \to \vec{\upsilon}.$$

Так как векторы взаимно перпендикулярны, то

$$\sin(\vec{\upsilon}, \vec{E}') = \sin(\vec{H}', \vec{\upsilon}) = \sin 90° = 1.$$

Тогда абсолютные значения векторов

$$E' = H'\upsilon\mu_0 \quad \text{и} \quad H' = E'\upsilon\varepsilon_0,$$

или $E'H' = H'\upsilon\mu_0\varepsilon_0\upsilon E' = 1$ следовательно

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c,$$

$\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{8{,}85\cdot 10^{-12}\times 4\pi\cdot 10^{-7}}} = 2{,}99792458\cdot 10^{8}$ м$\cdot$с$^{-1}$ – это и есть скорость распространения ЭМП в вакууме, и равна она скорости света c.

При распространении ЭМП в среде

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

а т.к. в среде $\varepsilon > 1$ и $\mu > 1$, то всегда скорость света в среде меньше скорости света в вакууме $\upsilon < c$.

В отличие от других форм материи ЭМП не может находиться в состоянии покоя. Оно всегда движется, причём в вакууме скорость распространения ЭМП всегда равна c, независимо от системы отсчёта.

7.6. Релятивистская трактовка магнитных явлений (общие положения)

Взаимодействие точечных неподвижных зарядов полностью описывается законом Кулона. Однако закона Кулона недостаточно для анализа взаимодействия движущихся зарядов. Такой вывод следует не из конкретных особенностей кулоновского взаимодействия, а обусловливается релятивистскими свойствами пространства и времени, релятивистскими уравнениями движения.

Релятивистское уравнение движения имеет одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчёта:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = \vec{\mathrm{F}}. \qquad (7.6.1)$$

Требования релятивистской инвариантности уравнения движения приводит к тому, что силы оказываются связанными определенными соотношениями при переходе от одной ИСО к другой. Причём из формулы преобразования сил следует неизбежная *зависимость силы от скорости в релятивистской теории*.

Существование магнитной и электрической сил можно выявить из следующего примера взаимодействия зарядов.

Имеем штрихованную систему отсчёта K', движущуюся со скоростью $\vec{\upsilon}$ относительно неподвижной системы отсчёта K. Причём K' движется в направлении увеличения x (рис. 7.4).

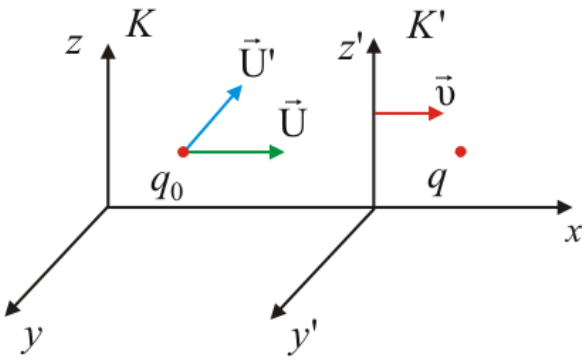


Рис. 7.4

Заряд q неподвижен в системе K', q_0 – движется в K со скоростью U, а в K' со скоростью U'.

Рассмотрим взаимодействие этих двух зарядов в системе K и K'. Для этого нам необходимо знать закон преобразования сил при переходе от одной инерциальной системы отчёта к другой и влияние перехода на величину заряда. Однако, мы уже отмечали, что величина заряда не зависит от выбора системы отсчёта. Если бы это было не так, то многоэлектронный атом, в котором электроны движутся с разными скоростями, не был бы электрически нейтральным.

Сначала рассмотрим взаимодействие зарядов в системе K': q – неподвижен, q_0 – движется. Таким образом, сила, с которой q действует на q_0 – кулоновская. Она будет зависеть от координат q и не зависеть от скорости q_0:

$$\vec{F}' = (F'_x, F'_y, F'_z),$$

эта сила определяется электростатическим полем, которое создаёт заряд q. Тогда

$$\vec{E}'_{q(xyz)} = (E'_{qx}, E'_{qy}, E'_{qz}) \quad \text{и} \quad \vec{F}'_1 = q\vec{E}'_q,$$

где $\vec{F}'_1$ – сила электростатического взаимодействия.

Теперь рассмотрим взаимодействие этих же зарядов в системе K. Найдём силу, которая действует на заряд q в этой системе.

Согласно формулам преобразования сил при переходе из одной системы отсчёта в другую,

$$\vec{F} = \vec{\Phi} + [\vec{U}, \vec{\mathscr{I}}], \tag{7.6.2}$$

где $\vec{\Phi} = \left(F'_x, \dfrac{F'_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \dfrac{F'_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$; где $\beta^2 = \dfrac{\upsilon^2}{c^2}$.

Тогда

$$\vec{\mathscr{I}} = \left(0, \frac{-\left(\frac{\upsilon}{c^2}\right)F'_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{\frac{\upsilon}{c^2}F'_y}{\sqrt{1-\beta^2}} \right).$$

Можно записать: $\vec{F} = \vec{\Phi} + [\vec{U} \times \vec{\mathscr{I}}]$ или $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Умножим и разделим правую часть на q_0:

$$\vec{F} = q_0 \frac{\vec{\Phi}}{q_0} + q_0 \left[\vec{U} \times \frac{\vec{\mathscr{I}}}{q_0} \right].$$

Если $\upsilon << c$, $\left(\frac{\upsilon^2}{c^2} = \beta^2 = 0\right)$, то получим классический случай, т.е. $\frac{\vec{\Phi}}{q_0}$ – напряжённость электрического поля, создаваемого зарядом q в системе K.

Тогда $\vec{F}_1 = q_0 \vec{E}_q$ – это электрическая сила, действующая на заряд q_0 в системе K, она не зависит от скорости частицы U.

Рассмотрим второе слагаемое.

$\vec{F}_2 = q_0 \left[\vec{U} \times \frac{\vec{\mathscr{Ф}}}{q_0} \right]$ – это слагаемое определяет зависимость силы $\vec{F}_2$ от скорости заряда q_0. К тому же, если $\vec{U} = 0$, то $\vec{F}_2 = 0$.

Таким образом, ***кроме кулоновской силы*** $\vec{F}_1$, ***на заряд действует другая сила, отличающаяся*** *от кулоновской. Она возникает в результате движения зарядов и называется* ***магнитной***. То есть движение зарядов создаёт в пространстве магнитное поле, или *на движущийся заряд со стороны магнитного поля действует сила* $\vec{F}_2$.

Естественно было бы назвать $\frac{\vec{\mathscr{Ф}}}{q_0}$ – напряжённостью магнитного поля. Однако по историческим причинам эта величина носит *название индукции магнитного поля*:

$$\vec{B}_q = \left(0, \frac{-\left(\frac{\upsilon}{c^2}\right) E_{qz}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{\frac{\upsilon}{c^2} E_{qy}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right).$$

Из сравнения $\vec{B}_q$ и $\vec{E}_q$ видно, что, при $\upsilon < c$, $\vec{F}_2$ является величиной второго порядка малости относительно $\vec{F}_1$ – силы кулоновского взаимодействия.

Следовательно, магнитное взаимодействие сравнимо с электрическим по величине лишь при достаточно больших скоростях ($\upsilon \approx c$) заряженных частиц.

Таким образом, при $\upsilon << c$, $F_2 << F_1$, при $\upsilon \approx c$, $F_2 \approx F_1$.

Полную силу, действующую на заряд q_0 со стороны заряда q в системе K, можно записать как:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}_q + q_0 [\vec{U}, \vec{B}_q].$$

Таким образом***, магнитное поле мы ввели, исходя из инвариантности заряда и релятивистского закона преобразования сил***.

СТО вскрывает физическую природу магнетизма, как релятивистский эффект.

Рассмотренное нами поле заряда q может быть и чисто электрическим, и одновременно электрическим и магнитным, в зависимости от того, в какой системе отсчёта мы его наблюдаем.

Это обстоятельно подчеркивает единство электромагнитного поля, а проведённые нами выкладки свидетельствуют, что основным законом электричества и магнетизма является закон Кулона. Все остальные законы магнитостатики могут быть получены из закона Кулона, инвариантности заряда и релятивистского закона преобразования сил (полей).

Контрольные вопросы

1. Чем определяются магнитные свойства вещества?
2. Почему орбитальные магнитный и механический моменты электрона в атоме противоположно направлены?
3. Что называют гиромагнитным отношением?
4. Из каких магнитных моментов складывается магнитный момент атома?
5. Можно ли провести аналогию между намагничиванием диамагнетика и поляризацией диэлектрика с неполярными молекулами?
6. Что такое диамагнетики? парамагнетики? В чем различие их магнитных свойств?
7. Что такое намагниченность? Какая величина может служить ее аналогом в электростатике?
8. Запишите и объясните соотношения между магнитными проницаемостью и восприимчивостью для парамагнетика; для диамагнетика.
9. Объясните физический смысл циркуляции по произвольному замкнутому контуру векторов: $\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{J}$.
10. Проанализируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{B}$ в веществе.
11. Объясните петлю гистерезиса ферромагнетика. Что такое магнитострикция?
12. Какие ферромагнетики являются магнитомягкими? магнитожесткими? Где их применяют?
13. Каков механизм намагничивания ферромагнетиков?
14. Какую температуру для ферромагнетика называют точкой Кюри?
15. Сформулируйте закон полного тока. Что такое ток смещения?
16. Приведите и проанализируйте систему уравнений Максвелла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В четвертой части курса лекций рассмотрены все основные вопросы одного из самых важных разделов физики – классической электродинамики.

Начав изучение с простейших магнитных взаимодействий и исследований Гильберта, Эрстеда, Ампера, мы показали, что магнитное поле создается движущимися зарядами, рассмотрели силовые характеристики магнитного поля – магнитную индукцию и напряженность магнитного поля. Изучили закон Био–Савара–Лапласа, с помощью которого научились рассчитывать магнитные поля различных токов. Ввели понятие поток вектора магнитной индукции и привели доказательство теоремы Гаусса для вектора магнитной индукции. С помощью закона Ампера мы рассчитали силы взаимодействия проводников с током, рассмотрели силу, действующую на движущиеся в магнитном поле заряды (силу Лоренца).

На основе опытов Фарадея мы изучили явление электромагнитной индукции и связанные с ним эффекты. Изученные нами законы и явления позволили нам разобраться в устройстве и принципе работы ускорителя заряженных частиц, так необходимых в фундаментальных физических исследованиях. Изучив явления самоиндукции и взаимоиндукции, мы научились рассчитывать индуктивность трансформаторов и энергию магнитного поля. Далее, рассмотрев магнитные свойства вещества, мы перешли к изучению единой теории электрических и магнитных явлений Максвелла, рассчитали скорость распространения магнитного поля и дали релятивистскую трактовку магнитным явлениям.

Несмотря на огромные успехи, которые достигла электродинамика начиная со времен исследований Эрстеда, Ампера и др. и до наших дней, перед ней стоит целый ряд нерешенных проблем. Например, проблемы физики плазмы – разработка методов разогрева плазмы и создание управляемых термоядерных реакторов, являющихся источником безграничной энергии; квантовой электроники – существенное повышение КПД лазеров, расширение длин волн излучения и т.д.

Решение стоящих перед современной электродинамикой задач является важнейшим условием научно-технического прогресса.

Приложение

Значения фундаментальных констант

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12{,}5663706144 \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Постоянная Планка	$h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836{,}15152$
Элементарный заряд	$e^- = 1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Отношение заряда электрона к его массе	$e^-/m_e = 1{,}7588047 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Постоянная Фарадея	$F = 96{,}48456 \cdot 10^{3}$ Кл/моль

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение
1 000 000 000 000=10^{12}	тера	Т
1 000 000 000=10^{9}	гига	Г
1 000 000=10^{6}	мага	М
1 000=10^{3}	кило	к
100=10^{2}	гекто	г
10=10^{1}	дека	да
0,1=10^{-1}	деци	д
0,01=10^{-2}	санти	с
0,001=10^{-3}	милли	м
0,000001=10^{-6}	микро	мк
0,000000001=10^{-9}	нано	н
0,000000000001=10^{-12}	пико	п
0,000000000000001=10^{-15}	фемто	ф
0,000000000000000001=10^{-18}	атто	а

Производные единицы СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица		Выражение производной единицы	
	Наименование	Обозначение	Через другие единицы СИ	Через основные единицы СИ
Частота	герц	Гц		$с^{-1}$
Сила	ньютон	Н		$м \cdot кг \cdot с^{-1}$
Энергия, работа, кол-во теплоты	джоуль	Дж	Н/м	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность, поток энергии	ватт	Вт	Дж/с	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3}$
Кол-во электричества, электрический заряд	кулон	Кл	А·с	с·А
Электрическое напряжение, электрический потенциал	вольт	В	Вт/А	$м^{2} кг \cdot с^{-3} А^{-2}$
Электрическая ёмкость	фарада	Ф	Кл/В	$м^{-2} кг^{-1} с^{4} А^{2}$
Электрическое сопротивление	ом	Ом	В/А	$м^{2} кг \cdot с^{-3} А^{2}$
Электрическая проводимость	сименс	См	А/В	$м^{-2} кг^{-1} с^{3} А^{2}$
Поток магнитной индукции	вебер	Вб	В·с	$м^{2} кг \cdot с^{-2} А^{-1}$
Магнитная индукция	тесла	Т	$Вб/м^{2}$	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Индуктивность	генри	Г	Вб/А	$м^{2} кг \cdot с^{-2} А^{-2}$

Подвижность ионов в электролитах ($м^2/В \cdot с$)

NO_3^-	$6{,}4 \cdot 10^{-8}$
Ag^+	$5.6 \cdot 10^{-8}$
Cl^-	$6.8 \cdot 10^{-8}$
H^+	$3.3 \cdot 10^{-8}$
K^+	$6.7 \cdot 10^{-8}$

Работа выхода электрона из металлов

Металл	А, эВ	Металл	А ,эВ	Металл	А ,эВ
Алюминий	3,74	Висмут	4,62	Железо	4,36
Калий	2,15	Литий	2,39	Молибден	4,27
Никель	4,84	Серебро	4,28	Цезий	1,89
Барий	2.29	Вольфрам	4,50	Золото	4,58
Кобальт	4,25	Медь	4,47	Натрий	2,27
Платина	5,29	Титан	3,92	Цинк	3,74

Диэлектрические проницаемости

Диэлектрик	ε	Диэлектрик	ε
Вода	81	Керосин	2,0
Полиэтилен	2,3	Стекло	6,0
Воздух	1,00058	Парафин	2,0
Слюда	7,5	Фарфор	6,0
Воск	7,8	Плексиглас	3,5
Спирт	26	Эбонит	2,7

Удельное электросопротивление некоторых материалов, Ом·м·10^6

Серебро	0,016	Канстантан	0,4-0,51
Медь	0,017	Нихром	1,1
Алюминий	0,029	Фехраль	1,2
Никелин	0,4-0,44	Хромель	1,3
Манганин	0,42	Уголь для дуговых ламп	40-50

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика ч.2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2003. – 738 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие. В 3–х тт. Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. 7–е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2007. – 496 с.: ил – (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для втузов. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – 718 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – Изд. 9–е, перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с.
5. Иродов И.Е.: Электромагнетизм. Основные законы. – 5–е издание – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006 – 319 с.: ил.
6. Фейман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Феймановские лекции по физике. В 9 т.: т. 6. – М.: Мир. 1978. – 291 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики: В 10 т.: т. 4: Электромагнетизм. – М.: Физматлит. 2002. – 224 с.

Дополнительная

1. Джанколли Д. Физика. – М.: Мир, 1989. – 342 с.
2. Гольд Р.М. Физика для геологов: Электричество и магнетизм. Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 130 с.
3. Ларионов В.В., Иванкина М.С., Мурашко А.Т. Физический практикум: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 1993. – 92 с.
4. Чернов И.П., Ларионов В.В., Веретельник В.И. Физический практикум. Часть 2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. – 182 с.
5. Чернов И.П., Ларионов В.В., Тюрин Ю.И. Физика: Сборник задач. Часть 2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2004. – 448 с.
6. Ботаки А.А., Ульянов В.Л., Ларионов В.В., Поздеева Э.В. Основы физики: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 103 с.
7. Трофимова Т.И. Курс физики. Задачи и решения. Учеб. пособие для втузов/Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 592 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3
1. Магнитное поле 4
1.1. Магнитные взаимодействия 4
1.2. Закон Био–Савара–Лапласа 8
1.3. Магнитное поле движущегося заряда 10
1.4. Напряженность магнитного поля 11
1.5. Магнитное поле прямого тока 11
1.6. Магнитное поле кругового тока 13
1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции 14
2. Силы, действующие на движущиеся заряды в магнитном поле .. 16
2.1. Закон Ампера 16
2.2. Взаимодействие двух параллельных проводников с током 17
2.3. Воздействие магнитного поля на рамку с током 18
2.4. Единицы измерения магнитных величин 19
2.5. Сила Лоренца 21
2.6. Циркуляция вектора магнитной индукции 23
2.7. Магнитное поле соленоида 25
2.8. Магнитное поле тороида 27
2.9. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле .. 28
2.10. Эффект Холла 30
Контрольные вопросы 32
3. Явление электромагнитной индукции 33
3.1. Опыты Фарадея. Индукционный ток. Правило Ленца 33
3.2. Величина ЭДС индукции 34
3.3. Природа ЭДС индукции 37
3.4. Циркуляция вектора напряжённости вихревого электрического поля 38
3.5. Токи Фуко 39
3.6. Скин–эффект 41
4. Ускорители заряженных частиц 42
4.1. Классификация ускорителей 42
4.2. Линейные ускорители 42
4.3. Циклические ускорители 43
5. Самоиндукция и взаимная индукция 51
5.1. Явление самоиндукции 51
5.2. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность 53
5.3. Взаимная индукция 54
5.4. Индуктивность трансформатора 55

5.5. Энергия магнитного поля 57
Контрольные вопросы 58
6. Магнитные свойства вещества 61
6.1. Магнитные моменты электронов и атомов 61
6.2. Атом в магнитном поле 63
6.3. Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле 65
6.4. Магнитное поле в веществе 67
6.5. Ферромагнетики 69
7. Уравнения Максвелла 74
7.1. Закон полного тока 74
7.2. Ток смещения 74
7.3. Единая теория электрических и магнитных явлений Максвелла. Система уравнений Максвелла 76
7.4. Пояснения к теории классической электродинамики 79
7.5. Скорость распространения электромагнитного поля 80
7.6. Релятивистская трактовка магнитных явлений (общие положения) 82
Контрольные вопросы 85
Заключение 86
Приложение 87
Список литературы 90

Сергей Иванович Кузнецов

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Научный редактор кандидат физико-математических наук, доцент
В.В. Ларионов

Редактор О.Н. Свинцова

Компьютерный набор и верстка: Л.А Комаров

Подписано к печати 12.04.07. Формат 60x84/16. Бумага «классика».
Печать RISO. Усл. печ. л. 5,3 Уч.-изд. л. 4,8
Заказ № Тираж 150 экз..

Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000

Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.